Analýza solventnosti v kolektívnom modeli rizika metodológiou *VaR* s využitím jazyka R

Vladimír Mucha[1]

Abstrakt
V príspevku je prezentovaný odhad kapitálovej úrovne na zabezpečenie solventnosti poisťovne v oblasti neživotného poistenia v súvislosti s vytvorením čiastočného interného modelu v rámci podmodulu rizika poistného a technických rezerv. Jeho cieľom je analýza zabezpečenia solventnosti v kolektívnom modeli rizika prostredníctvom metodológie *VaR*, ktorá je realizovaná pomocou simulácií v prostredí jazyka R. Dôraz je kladený na praktickú interpretáciu hodnoty ekonomického kapitálu a *VaR* v kontexte so zabezpečením solventosti poisťovne. Stochastický prístup opierajúci sa o štatistické spracovanie vygenerovaných hodnôt prebytku, resp. celkovej škody umožňuje flexibilnú a interaktívnu analýzu pozície počiatočných rezerv a rizikového poistného v tomto procese.

Kľúčové slová
solventnosť, interný model, value at risk, ekonomický kapitál, simulácie, jazyk R

Abstract
In this paper is estimation of the solvency capital requirement of the insurance company presented with the construction of a partial internal model (within the sub-module of premium risk and technical reserves risk in the non-life insurance). We are analysing the solvency assurance using the VaR methodology in the collective risk model, which is implemented using simulations in the R language environment. Paper is focused on the practical interpretation of the value of the economic capital and the VaR in the context of ensuring the solvency of the insurance company. Stochastic approach based on the statistical processing of generated surplus values, respectively of aggregate claims enables a flexible and interactive analysis of the initial reserve and risk premium position in this process.

Key words
Solvency, internal model, value at risk, economic capital, simulation, language R

JEL classification
G22, C63

1 Úvod

Projekt Solvency II vznikol na základe snahy zabezpečiť stabilitu poisťovníckeho sektora v Európskej únii. Zámerom projektu je zaviesť nový harmonizovaný režim kontroly a riadenia rizík v poisťovniach. Podľa Solvency II musia mať poisťovne k dispozícii ***použiteľný kapitál*** (***eligible own funds***) na krytie kapitálovej požiadavky. Táto požiadavka sa vypočíta podľa štandardného vzorca alebo prostredníctvom interného modelu, ktorý by mal byť zodpovedajúcim spôsobom integrovaný do systému riadenia rizík.. Štandardný vzorec je kalibrovaný na pokrytie upisovacieho, kreditného a operačného rizika so spoľahlivosťou 0,95 v ročnom horizonte a je vhodný skôr pre menšie poisťovne bez komplikovanej štruktúry.

[1] doc. Mgr. Vladimír Mucha, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, vladimir.mucha@euba.sk

Interný model je špecifický pre danú poisťovňu a je odporúčaný veľkým spoločnostiam na poistnom trhu. Tvorba interných modelov podstatným spôsobom využíva metódy a modely teórie rizika a môže sa opierať o stochastické procesy aj s využitím Monte Carlo simulácií. Rýchly vývoj informačných technológií prináša do tejto oblasti efektívne riešiteľské nástroje, v ktorých možno spomínané simulácie realizovať a medzi jeden z nich môžeme zaradiť aj jazyk R.

1.1 Solventnosť poisťovne

Solventnosť poisťovateľa je možné z praktického a veľmi zjednodušeného pohľadu definovať ako stav, keď poisťovateľ disponuje väčším objemom aktív ako pasív. To je možné interpretovať napríklad aj tak, že je schopný plniť svoje záväzky vrátane budúcich a udržuje tak príslušnú poisťovaciu inštitúciu ***v chode*** (***tzv. going concern situation***). Regulácia poisťovateľa vychádza zo snahy udržať jeho solventnosť. Poisťovateľ je z pohľadu regulátora solventný, ak jeho aktíva prevyšujú pasíva o aspoň príslušnú minimálnu úroveň, v kontexte regulácie označovanú ako ***MCR*** (***minimum capital requirement***). V rámci tohto prístupu vytvára poisťovateľ z vlastných zdrojov určitý kapitál, ktorý pokrýva určitú úroveň solventnosti požadovanú regulátorom. Regulátor tak chráni klientov poisťovne, ale prispieva aj ku stabilite poistného trhu. Skutočný prebytok aktív *A* nad pasívami *L* poisťovateľa predstavuje tzv. ***ASM*** (***available solvency margin***) a ten je vo všeobecnom stave solventnosti, ak má tento kapitál kladnú hodnotu, t. j.

$$ASM = A - L > 0\,, \tag{1}$$

resp. v regulátornom stave solventnosti, ak

$$ASM > MCR\,. \tag{2}$$

Väčšina regulátorných systémov (v podmienkach EU direktíva Solvency II) pracuje okrem *MCR* ešte s jedným rozšírením tejto kapitálovej požiadavky označovanej ako ***SCR*** (***solvency capital requirement***), ktorej výška je nastavená tak, aby plnila aj úlohu cieľovej úrovne pre regulátora (Cipra, 2015). Platí

$$MCR < SCR < ASM\,. \tag{3}$$

Pričom nemôže byť použité ľubovoľné aktívum z *ASM* pre konštrukciu *SCR*, resp. dokonca *MCR*. V kontexte so vzťahom (3) platí

- Ak $ASM \le MCR$, tak regulátor väčšinou nariadi likvidáciu poisťovne s uzavretím jej obchodnej činnosti.
- Ak $ASM \ge SCR$, tak regulátor považuje poisťovateľa za solventného bez nutnosti regulátorných intervencií.

Doteraz sme sa zaoberali solventnosťou z pohľadu regulátora, ktorý chráni predovšetkým záujmy klientov. Ak sa pozrieme na zabezpečenie solventnosti aj zo strany manažmentu poisťovne prichádzame ku ďalšej kapitálovej úrovni, ktorú označujeme ako ekonomický kapitál ***EC*** (***economic capital***), pričom si poisťovňa sama nastaví úroveň solventnosti pre účely internej kontroly a platí

$$MCR < SCR \leq EC < ASM \tag{4}$$

1.2 Kapitálová požiadavka na solventnosť

V nasledujúcej časti príspevku čitateľovi priblížime systém rizikových modulov, resp. podmodulov s ktorými pracuje spomínaný štandardný vzorec a zároveň získa prehľad o klasifikácii rizík v súvislosti s vytvorením čiastočného interného modelu. Kapitálová požiadavka na solventnosť vypočítaná podľa štandardného vzorca je súčtom nasledujúcich zložiek:

- základná kapitálová požiadavka na solventnosť $BSCR$ (*basic solvency capital requirement*)
- kapitálová požiadavka pre operačné riziko SCR_{op}
- úprava o schopnosť technických rezerv a odložené daňové povinnosti absorbovať straty Adj

$$SCR = BSCR + SCR_{op} + Adj \tag{5}$$

Základná požiadavka na solventnosť $BSCR$ zahŕňa jednotlivé rizikové moduly agregované na základe predpísanej korelačnej štruktúry a musí sa skladať aspoň z týchto rizikových modulov:

a) modul neživotného upisovacieho rizika (*non-live underwriting risk module(nm)*)
b) modul životného upisovacieho rizika (*life underwriting risk module(lm)*)
c) model zdravotného upisovacieho rizika (*health underwriting risk module(hm)*)
d) modul tržného rizika (*market risk module(mm)*)
e) modul rizika zlyhania protistrany (*counterparty default risk module(cm)*)
f) modul rizika nehmotných aktív (*intangible asset risk module*)

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{intangible}\,, \tag{6}$$

kde $i = nm, lm, hm, mm, cm,$ $j = nm, lm, hm, mm, cm$ a $corr_{i,j}$ sú predpísané korelačné koeficienty medzi SCR pre jednotlivé rizikové moduly (Cipra, 2015).

Výpočet kapitálovej požiadavky SCR pre jednotlivé moduly je zložený z jednotlivých SCR pre ich podmoduly. Vzhľadom na zameranie príspevku si priblížime modul neživotného upisovacieho rizika a jeho podmodul rizika poistného a technických rezerv v neživotnom poistení.

Modul neživotného upisovacieho rizika sa skladá z nasledujúcich podmodulov:

a) podmodul rizika poistného a technických rezerv v neživotnom poistení(*non–life premium and reserve risk sub-module(nprm)*)
b) podmodul neživotného katastrofického rizika(*non-life catastrophe risk sub-module(ncm)*)
c) podmodul rizika storna v neživotnom poistení(*non-life lapse risk sub-module(nlm)*)

$$SCR_{nm} = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} \qquad (7)$$

kde $i = nprm, ncm, nlm$ $j = nprm, ncm, nlm$ a $corr_{i,j}$ sú korelačné koeficienty medzi SCR pre jednotlivé rizikové podmoduly.

Podmodul rizika poistného a technických rezerv v neživotnom poistení kombinuje kapitálové požiadavky pre dva hlavné zdroje upisovacieho rizika v neživotnom poistení a to pre poistné riziko a riziko technických rezerv. Pre kapitálovú požiadavku tohto podmodulu platí

$$SCR_{\mathrm{nprm}} = 3 \cdot \sigma \cdot V , \qquad (8)$$

V - označuje mieru objemu rizika poistného a technických rezerv v neživotnom poistení a rovná sa súčtu mier objemu poistného rizika a technických rezerv v jednotlivých segmentoch neživotného poistenia.

σ - označuje smerodajnú odchýlku poistného rizika a technických rezerv v neživotnom poistení v kontexte s jednotlivými segmentami.

Vzhľadom na fakt, že cieľom príspevku nie je určenie kapitálovej požiadavky SCR_{nprm} na základe štandardného vzorca, tak sa nebudeme ďalej podrobne zaoberať určovaniu miery objemu rizika V a smerodajnej odchýlky σ pre poistné riziko a riziko technických rezerv v súvislosti so spomenutými segmentami. Vo vytvorenom čiastočnom modeli sa pre jednoduchosť obmedzíme na odhad SCR pre poistné – technické riziko, pričom za zameriame na jeden segment neživotného poistenia. Je nutné poznamenať, že pod pojmom poistné-technické riziko budeme z pohľadu poisťovne (t. j. poisťovateľa prevádzkujúceho poisťovaciu činnosť) rozumieť riziko, v ktorom sa skúma odchýlka od očakávaného škodového priebehu. V neživotnom poistení v podmienkach kolektívneho modelu rizika(*KMR*) ide o riziko, ktoré spočíva v potenciálnej možnosti, že poisťovateľ nastavil také parametre, že nebude schopný pokryť budúce záväzky vyplývajúce z poistných zmlúv.

1.3 Interný model a ekonomický kapitál

Solvency II zvyšuje motiváciu pre tvorbu a aplikáciu interných modelov kapitálovej primeranosti nakoľko sa očakáva, že sú zvýhodnené nižšími požiadavkami na požadovaný regulátorný kapitál. Ak sa poisťovňa rozhodne vytvoriť interný model sama, musí mať k dispozícii najmä dostatočné materiálne, ľudské, technické a technologické kapacity a zdroje. Je potrebné poznamenať, že všetky oficiálne materiály publikované pod vedením Európskej únie, najmä z dielne ***EIOPA***(***European Insurance and Occupational Pensions Authority***), k problematike interných modelov obsahujú iba všeobecné zásady, zatiaľ čo vlastná tvorba týchto modelov je výhradnou záležitosťou poisťovní, ktoré sa pre implementáciu interných modelov rozhodnú. Poisťovňa, ktorá sa rozhodne pre interný model, musí zaistiť, aby model bol schopný vytvárať výstupy, ktoré sú dostatočne rozčlenené tak, aby mohli byť použité pri prijatí príslušných rozhodnutí vedením poisťovne. Okrem úplného interného modelu sa poisťovňa môže rozhodnúť iba pre ***čiastočný interný model*** (**partial internal model**), pokiaľ ho schválili orgány dohľadu, a to napríklad pre jeden alebo viacej modulov, resp. podmodulov základnej kapitálovej požiadavky *BSCR* (Cipra 2015). Vytvoríme teda čiastočný interný model v *KMR* pre odhad kapitálovej požiadavky vo vybranom segmente neživotného poistenia v súvislosti s poistno-technickým rizikom, pričom túto kapitálovú úroveň budeme označovať ako už spomínaný ekonomický kapitál.

Ekonomický kapitál predstavuje finančné zdroje, ktoré musí poisťovňa vlastniť, aby na danej úrovni spoľahlivosti, pri danom riziku, mohla plniť svoje záväzky. Určuje sa na základe rizík, ktorým je poisťovňa vystavená, pričom na stanovenie jeho veľkosti sa používajú rôzne metódy na meranie rizík. Dopad neočakávaných škôd, ktoré predstavujú potenciálne odchýlky od očakávaných škôd, je možné zakomponovať do počiatočných rezerv a ceny produktu, na ich krytie je určený práve kapitál na solventnosť v podobe, resp. na úrovni ekonomického kapitálu. Opísaný prístup je realizovaný samotnou poisťovňou v súvislosti s internou kontrolou, pričom súvisí s princípom vlastného posúdenia rizík a solventnosti ***ORSA*(*Own Risk Solvency Assessment*)**. Riziko možno kvantifikovať pomocou vhodných mier rizika, pričom v príspevku využijeme kvantilovú mieru rizika ***Value at Risk*** **(*VaR*)**.

Je potrebné zdôrazniť, že kľúčovým prvkom každého interného modelu je tzv. predikcia rozdelenia pravdepodobnosti. Metódy používané k výpočtu predikcie rozdelení pravdepodobnosti sú založené na aktuálnych informáciách a súčasnom pokroku poistnej matematiky a sú prispôsobené údajom, ktoré obsahujú historické informácie v súvislosti s posudzovaným rizikom. Množstvo a povaha údajov musia zaručiť, že odhady realizované v rámci interného modelu na základe týchto údajov neobsahujú žiadnu podstatnú chybu odhadu. Okrem toho by mala poisťovňa aktualizovať súbory údajov, ktoré používa pri výpočte predikcie rozdelenia pravdepodobnosti.

2 Metodológia Value at Risk v kolektívnom modeli rizika

Metodológiou Value at Risk sa budeme zaoberať v rámci uvedeného čiastočného modelu v portfóliu poistných zmlúv, na ktorého popísanie je vhodný kolektívny model rizika.

2.1 Kolektívny model rizika

Definujeme náhodnú premennú S^{kol} škodu v portfóliu nezávislých poistných zmlúv, ktoré vzniknú v období jedného roka pre vybraný segment neživotného poistenia. Štatistickou analýzou historických údajov o počte a individuálnej výške škody určíme predpokladané rozdelenie náhodnej premennej počtu škôd N a individuálnej výšky škody X_i. Celkovú škodu S^{kol} vyjadríme ako súčet všetkých individuálnych škôd, čo zapíšeme čo zapíšeme

$$S^{kol} = X_1 + X_2 + ... + X_N, \tag{9}$$

pričom $S^{kol} = 0$ iba v prípade, že $N = 0$. Z čoho vyplýva, že náhodná premenná popisujúca individuálnu výšku škody nadobúda iba kladné hodnoty. Ak sú teda splnené predpoklady, že $X_1, X_2, ..., X_N$ nezávislé a identicky rozdelené náhodné premenné a N je nezávislá od $X_1, X_2, ..., X_N$, pričom na každú poistnú zmluvu môže nastať viacero poistných plnení, tak sa náhodná premenná S^{kol} riadi zloženým rozdelením, čo zapíšeme

$$S^{kol} \sim Co\left(p_N(n); F_X(x)\right). \tag{10}$$

so základnými charakteristikami (Horáková, Páleš, & Slaninka, 2015)

$$E\left(S^{kol}\right) = E(N) \cdot E(X) \tag{11}$$

$$D\left(S^{kol}\right) = E(N) \cdot D(X) + E^2(X) \cdot D(N) \tag{12}$$

Rozdelenie náhodnej premennej počtu škôd N označujeme ako primárne rozdelenie(*pd*) a rozdelenie individuálnej výšky škody X_i ako sekundárne rozdelenie (*sd*). Pre náhodnú premennú Z , ktorá označuje prebytok v danom portfóliu poistných zmlúv počas sledovaného horizontu jedného roku platí

$$Z = U + RP - S^{kol}, \tag{13}$$

kde U sú počiatočné rezervy a RP je rizikové poistné, ktoré v príspevku určíme na základe princípu strednej hodnoty podľa vzťahu

$$RP = E\left(S^{kol}\right) + E\left(S^{kol}\right)\cdot\theta, \tag{14}$$

kde θ -je riziková prirážka. Pre očakávanú hodnotu prebytku Z platí

$$E(Z) = E\left(U + RP - S^{kol}\right) = U + E\left(S^{kol}\right)\theta \tag{15}$$

2.2 Miera rizika Value at Risk

VaR (***Value at Risk***) je kvantilovou mierou rizika, ktorá vyjadruje odhad maximálnej straty, ku ktorej môže dôjsť na predpísanej úrovni spoľahlivosti *p* v stanovenom budúcom období. V súvislosti so smernicou Solvency II si miera *VaR* vyžaduje špecifikáciu dvoch najpodstatnejších faktorov, ktoré musia byť vopred nastavené, a to časového horizontu (holding period) a spoľahlivosti (confidence level). Ich voľba je síce subjektívna, ale v niektorých štandardne používaných systémoch typu RiskMetrics, resp. v smerniciach regulátornych orgánov (napr. aj Solvency II) je ich veľkosť pevne stanovená (Páleš, 2016).

a) ***časový horizont*** **(*holding period*)** špecifikuje obdobie počas ktorého sa možná strata uvažuje a jeho voľbu ovplyvňuje v konkrétnej situácii niekoľko okolností (likvidita trhu, nemennosť portfólia a overiteľnosť výsledkov)

b) ***spoľahlivosť*** *p* **(*confidence level*)** určuje s akou pravdepodobnosťou neprevýši skutočná strata hodnotu v riziku počas príslušného časového horizontu. Aj v tomto prípade záleží na okolnostiach, pre jednoduchšie overenie výsledkov je vhodnejšie použiť nižšiu spoľahlivosť, naopak pre účely vlastnej kapitálovej primeranosti, resp, solventnosti sa odporúča jej vyššia hodnota.

Miera $VaR_p(Y)$ má tieto vlastnosti, ktoré sú dôležité z pohľadu merania rizika v praxi

- ***pozitívna homogenita:*** $VaR_p(c\cdot Y) = c\cdot VaR_p(Y), \quad c\in R^+$
- ***invariantnosť vzhľadom na posun:*** $VaR_p(c+Y) = c + VaR_p(Y), \quad c\in R$
- ***monotónnosť:*** $VaR_p(Y) \le VaR_p(Q), \quad Y\le Q$

Nespĺňa však podmienku ***subaditivity,*** pre ktorú platí $VaR_p(Y+Q) \le VaR_p(Y) + VaR_p(Q)$. Tento fakt sa považuje za závažný nedostatok v súvislosti s fúziou rizík. Ak nie je totiž podmienka subaditivity splnená, môže byť *VaR* spojeného portfólia väčšia ako súčet *VaR* samostatných portfólií. Aj keď spĺňa uvedené tri vlastnosti, vzhľadom na nesplnenie podmienky subaditivity (v určitých prípadoch rozdelení), nemôžeme *VaR* všeobecne považovať za koherentnú mieru rizika. V praxi sa využívajú aj iné miery rizika, ktoré tento nedostatok odstraňujú (koherentná miera *CVaR* (Conditional Value at Risk)). Napriek tomu je

VaR všeobecne akceptovateľnou rizikovou mierou a mnoho poisťovacích a finančných inštitúcii touto mierou meria a riadi svoje riziká.

2.3 Určenie ekonomického kapitálu mierou *VaR* v kolektívnom modeli rizika

V tejto časti príspevku sa budeme v rámci *KMR* zaoberať dvomi prístupmi (pomocou celkovej škody S^{kol} a prebytku Z) určenia hodnoty *VaR*, resp. kapitálovej požiadavky *SCR* reprezentovanej hodnotou ekonomického kapitálu EC. Za časový horizont zvolíme jeden rok a spoľahlivosť nastavíme na hodnotu 95%.

a) Určenie $VaR_{1-\varepsilon}(S^{kol})$ a $EC_{VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right)}$ na základe pravdepodobnostného rozdelenia celkovej škody S^{kol}

Ak hodnotu pre spoľahlivosť označíme $p = 1-\varepsilon$, tak hodnotu $VaR_{1-\varepsilon}$ označíme ako $VaR_{1-\varepsilon}(S^{kol})$ a interpretujeme ako ***maximálnu škodu, ktorá nastane s pravdepodobnosťou*** $1-\varepsilon$ ***za určité obdobie***. $VaR_{1-\varepsilon}(S^{kol})$ náhodnej premennej S^{kol} je $\left(100\cdot\left(1-\varepsilon\right)\right)\%$ kvantil, označovaný ako $x_{1-\varepsilon}$, $0<\left(1-\varepsilon\right)<1$, pre ktorý platí

$$VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right) = x_{1-\varepsilon} = \inf\left\{x \in R : F_{S^{kol}}\left(x\right) \geq \left(1-\varepsilon\right)\right\} \tag{16}$$

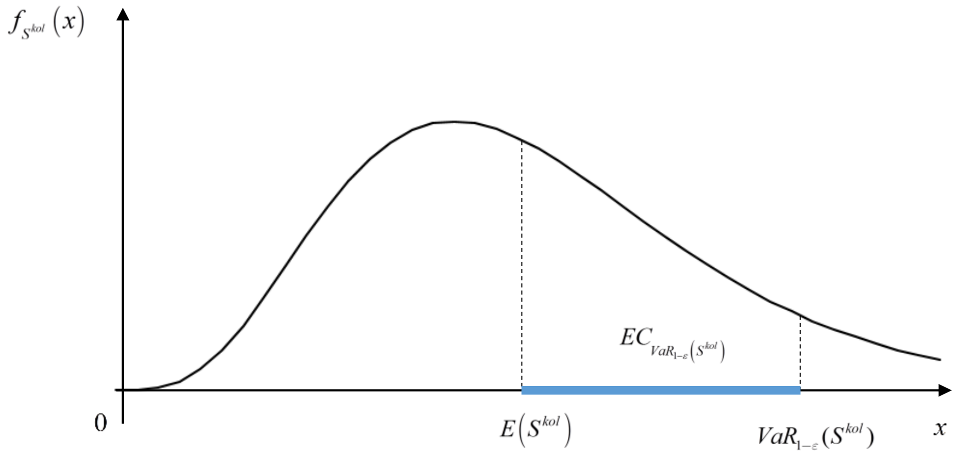
To znamená, že s pravdepodobnosťou $1-\varepsilon$ bude náhodná premenná nadobúdať hodnoty menšie, resp. rovné ako je hodnota $VaR_{1-\varepsilon}(S^{kol})$, čo môžeme zapísať

$$P\ S^{kol} \leq VaR_{1-\varepsilon}(S^{kol})\ = 1-\varepsilon\ . \tag{17}$$

Hodnotu ekonomického kapitálu $EC_{VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right)}$ vypočítame podľa nasledujúceho vzťahu (Horáková, Páleš, & Slaninka, 2015)

$$EC_{VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right)} = VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right) - E\left(S^{kol}\right) \tag{18}$$

Obr. 1. Grafické znázornenie ekonomického kapitálu $EC_{VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right)}$.



Zdroj: Vlastné spracovanie

a) Určenie $VaR_\varepsilon\ Z$ a $EC_{VaR_\varepsilon(Z)}$ na základe pravdepodobnostného rozdelenia prebytku Z

V oblasti finančníctva sa používa aj vyjadrenie *VaR* prostredníctvom prebytku (strata, resp. zisk) (Páleš, 2016) prostredníctvom vzťahu

$$P\left(Z \geq -VaR_\varepsilon\left(Z\right)\right) = 1-\varepsilon\,, \tag{19}$$

resp.

$$P\left(Z < -VaR_\varepsilon(Z)\right) = \varepsilon \tag{20}$$

Ak požadovanú spoľahlivosť označíme $\left(1-\varepsilon\right)\cdot 100$, (odporúčané hodnoty 95%, resp. 99%), potom hodnotu $-VaR_\varepsilon\ Z$ možno interpretovať ako $100\cdot\varepsilon\,\%$ percentný kvantil náhodnej premennej Z, čo zapíšeme

$$-VaR_\varepsilon\left(Z\right) = z_\varepsilon \tag{21}$$

Odkiaľ potom určíme vzťah pre výpočet hodnoty $VaR_\varepsilon\ Z$

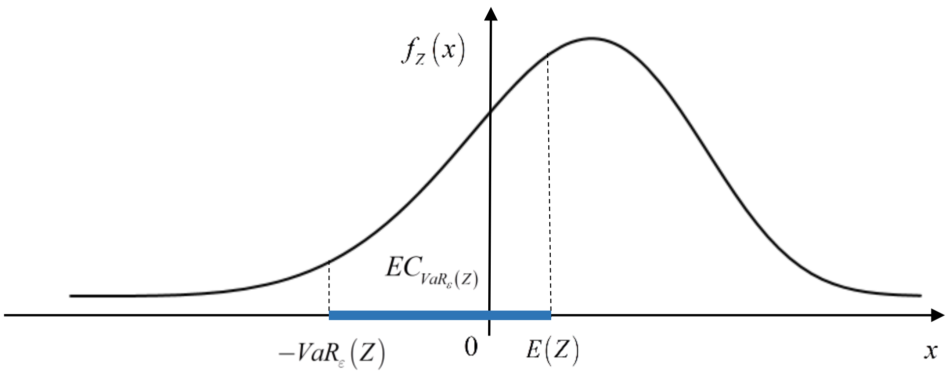
$$VaR_\varepsilon\left(Z\right) = -z_\varepsilon \tag{22}$$

$VaR_\varepsilon\ Z$ je ***najhorší možný predpovedaný prebytok (strata, resp. zisk), ku ktorému môže dôjsť s vopred stanovenou pravdepodobnosťou*** $\left(1-\varepsilon\right)$ ***v určenom sledovanom období*** (Choudhry, 2006) a interpretujeme ju nasledovne:

Ak $VaR_\varepsilon\left(Z\right) > 0$, tak ako stratu o hodnote $VaR_\varepsilon\ Z$, resp. ak $VaR_\varepsilon\left(Z\right) < 0$, tak ako zisk o hodnote $\left|VaR_\varepsilon\ Z\right|$. Hodnotu ekonomického kapitálu $EC_{VaR_\varepsilon(Z)}$ vypočítame na základe nasledujúceho vzťahu (Horáková, Páleš, & Slaninka, 2015)

$$EC_{VaR_\varepsilon(Z)} = VaR_\varepsilon\left(Z\right) + E\left(Z\right), \tag{23}$$

Obr. 2. Grafické znázornenie ekonomického kapitálu $EC_{VaR_\varepsilon(Z)}$.



Zdroj: Vlastné spracovanie

Na záver je nutné poznamenať, že prístupom a) aj b) vypočítame rovnakú hodnotu ekonomického kapitálu, potvrdzuje to nasledovné odvodenie. Vo vzťahu (20) vyjadríme prebytok podľa vzťahu (13), kde potom dostaneme

$$P\left(U + RP - S^{kol} < -VaR_{\varepsilon}(Z)\right) = \varepsilon\,, \tag{24}$$

po jednoduchej úprave vzťahu (24) získame vyjadrenie funkčnej hodnoty distribučnej funkcie celkovej škody v bode $x_{1-\varepsilon}$

$$F_{S^{kol}}\left(U + RP + VaR_{\varepsilon}(Z)\right) = 1-\varepsilon\,, \tag{25}$$

odkiaľ pre hodnotu $VaR_{\varepsilon}\ Z$ platí

$$VaR_{\varepsilon}(Z) = x_{1-\varepsilon} - U - RP\,. \tag{26}$$

Ak dosadíme do vzťahu (23) za $VaR_{\varepsilon}\ Z$ jej vyjadrenie zo vzťahu (26) a za $E(Z)$ zo vzťahu (15), dostaneme

$$EC_{VaR_{\varepsilon}(Z)} = \left(x_{1-\varepsilon} - U - RP\right) + \left(U + E\left(S^{kol}\right)\theta\right) = x_{1-\varepsilon} - E\left(S^{kol}\right),$$

z ktorého pre vyjadrenie ekonomického kapitálu z pohľadu prebytku Z platí

$$EC_{VaR_{\varepsilon}(Z)} = VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right) - E\left(S^{kol}\right). \tag{27}$$

To potvrdzuje v súvislosti so vzťahom (18) naše tvrdenie o rovnosti ekonomických kapitálov určených predstavenými dvomi prístupmi, t. j.

$$EC_{VaR_{\varepsilon}(Z)} = EC_{VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right)} \tag{28}$$

V praktickej časti príspevku sa sústredíme na analýzu zabezpečenia solventnosti vo vytvorenom čiastočnom modeli prostredníctvom ekonomického kapitálu *EC*, resp. potom aj pomocou miery *VaR*. Ich hodnotu určíme simuláciou hodnôt prebytku Z v prostredí jazyka R a prístup ich určenia opierajúci sa o rozdelenie celkovej škody S^{kol} využijeme vzhľadom na rozsah príspevku na verifikáciu, resp. potvrdenie dosiahnutých výsledkov.

2.4 Simulácia hodnôt celkovej škody S^{kol} a prebytku Z v prostredí jazyka R

V jazyku R je možné simulácie celkovej škody S^{kol} realizovať pomocou funkcie `replicate` (Páleš, 2017). Táto funkcia poskytuje presné výsledky pre rôzne kombinácie primárneho a sekundárneho rozdelenia pre rôzne zložené rozdelenia. Syntax uvedenej funkcie pre generovanie hodnôt celkovej škody je nasledovná:

```
replicate(n,sum(rsd(psd,parametersd))),
```

kde

```
psd = rpd(ppd,parameterpd)
```

- *n* - je počet simulácií
- *r*- je funkcia, ktorú využijeme na generovanie hodnôt z pravdepodobnostného rozdelenia
- *sd*- je názov sekundárneho rozdelenia
- *psd* -je počet vygenerovaných hodnôt zo sekundárneho rozdelenia
- *parametersd* - parametre sekundárneho rozdelenia
- *sum* - je funkcia, ktorá zabezpečí súčet vygenerovaných hodnôt sekundárneho rozdelenia
- *pd* – je názov primárneho rozdelenia
- *ppd* - je počet vygenerovaných hodnôt z primárneho rozdelenia, ktorý musí byť nastavený na hodnote 1
- *parameterpd* - parametre primárneho rozdelenia

V prípade potreby generovania hodnôt prebytku Z využijem vzťah (13), pričom na určenie potrebných charakteristík celkovej škody S^{kol} a prebytku Z použijeme štatistické spracovanie ich nasimulovaných hodnôt prostredníctvom funkcií `quantile a mean`.

Pre odhad kvantilu celkovej škody S^{kol}, t. j. $VaR_{1-\varepsilon}\left(S^{kol}\right)=x_{1-\varepsilon}$ použijeme funkciu $\mathtt{quantile}\left(S^{kol},(1-\varepsilon)\right)$ a pre odhad strednej hodnoty $E\left(S^{kol}\right)$ funkciu $\mathtt{mean}\left(S^{kol}\right)$.

Pre odhad kvantilu prebytku Z, t. j. z_{ε} použijeme funkciu $\mathtt{quantile}(Z,\varepsilon)$ a pre odhad strednej hodnoty $E(Z)$ funkciu $\mathtt{mean}(Z)$.

Pre overenie výsledkov funkcie `replicate`, použitím ktorej dochádza ku generovaniu hodnôt náhodných premenných odporúčame použiť funkciu `set.seed(poradové číslo)`, ktorá pri opakovanom používaní kódu jazyka R zabezpečí identický výsledok na základe použitia konkrétneho výstupu generátora pseudonáhodných čísel, ktorý určuje `poradové číslo` (R Core Team, 2017).

3 Praktická realizácia

Na základe predpokladaného štatistického spracovania historických údajov uvažujeme pre nasledujúce obdobie v portfóliu poistných zmlúv daného segmentu neživotného poistenia o rozdelení počtu škôd a individuálnej výšky škody s nasledovnými parametrami

$$N \sim Po(100), \quad X \sim Pa(4;6)$$

To znamená. že celková škoda S^{kol} sa riadi zloženým Poissonovým rozdelením

$$S^{kol} \sim CoPo\left(\lambda=500; F_X(x)\right),$$

so základnými charakteristikami

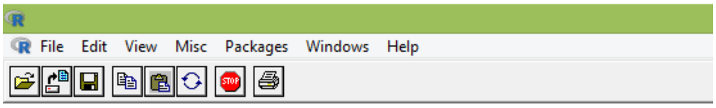
$$E\left(S^{kol}\right)=E(N)\cdot E(X)=1000$$

$$D\left(S^{kol}\right)=E(N)\cdot D(X)+E^2(X)\cdot D(N)=6000$$

$$\rho\left(S^{kol}\right)=\frac{\mu_3\left(S^{kol}\right)}{\mu_2^{\frac{3}{2}}\left(S^{kol}\right)}=0,232379$$

Naším cieľom je analýza zabezpečenia solventnosti v predstavenom parciálnom internom modeli pomocou metodológie *VaR*, ktorá sa opiera o stochastický prístup v podobe štatistického spracovania vygenerovaných hodnôt náhodnej premennej prebytku Z, resp. celkovej škody S^{kol} (Mucha, 2006). Najskôr sa však budeme zaoberať v tejto štúdii určením hodnoty *VaR* a ekonomického kapitálu *EC* na základe pravdepodobnostného rozdelenia prebytku a potom si dosiahnuté výsledky overíme využitím pravdepodobnostného rozdelenia celkovej škody.

Obr. 3: Ukážka kódu v konzole jazyka R na generovanie hodnôt prebytku Z a určenie hodnôt $E(Z)$, $VaR_\varepsilon\ Z$ *a* $EC_{VaR_\varepsilon(Z)}$.




```
> library(actuar)
>
> lambda<-500
>  alpha<-4
>  delta<-6
>  U<-c(0,10,30,50,80,90,93,100,140,200)
>  theta<-0.1
>  epsilon<-0.01
>  set.seed(10)
>
>  S<-replicate(100000,sum(rpareto(rpois(1,lambda),alpha,delta)))
>
>  VaR_Z<-NULL
>  EC_VaR_Z<-NULL
>  E_Z<-NULL
>
>  for(i in 1:10)
+  {VaR_Z[i]<-((-1)*quantile((U[i]+(mean(S)*(1+theta))-S), epsilon))
+ E_Z[i]<-(U[i]+(mean(S)*(1+theta))-mean(S))
+ EC_VaR_Z[i]<-VaR_Z[i]+E_Z[i]}
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Tab. 1: Hodnoty $E(Z)$, $VaR_{0,01}\ Z$, $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$ *a* U^* *pre rôzne úrovne počiatočných rezerv U odhadnuté zo* 100 000 *simulácií hodnôt prebytku Z pre rizikovú prirážku* $\theta=0,1$.

$\theta=0,1$	$E(Z)$	$VaR_{0,01}\ Z$	$EC_{VaR_{0,01}(Z)}$	U^*
$U=0$	99,97293	92,90145423	192,8744	92,90145423
$U=10$	109,97293	82,90145423	192,8744	92,90145423
$U=30$	129,97293	62,90145423	192,8744	92,90145423
$U=50$	149,97293	42,90145423	192,8744	92,90145423
$U=80$	179,97239	12,90145423	192,8744	92,90145423
$U=90$	189,97293	2,90145423	192,8744	92,90145423
$U=93$	192,97293	-0,09854577	192,8744	92,90145423
$U=100$	199,97293	-7,09854577	192,8744	92,90145423
$U=140$	239,97293	-47,0985477	192,8744	92,90145423
$U=200$	299,97293	-107,09854577	192,8744	92,90145423

Zdroj: Vlastné spracovanie

Generovaním hodnôt prebytku Z v prostredí jazyka R (obr.3) sme odhadli hodnoty $VaR_{0,01}\ Z$ a $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$ na základe vzťahu (22), resp. (23) pre rôznu úroveň uvažovaných počiatočných rezerv U a pre dané rizikové poistné, ktoré sme určili princípom strednej hodnoty s rizikovou prirážkou $\theta = 0{,}1$, resp. $\theta = 0{,}05$. Odhadnuté hodnoty $VaR_{0,01}\ Z$ a $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$ sú uvedené v tabuľke 1 a v tabuľke 2.

Tab.2: Hodnoty $E(Z)$, $VaR_{0,01}\ Z$, $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$ a U^* pre rôzne úrovne počiatočných rezerv U odhadnuté zo $100\,000$ simulácií hodnôt prebytku Z pre rizikovú prirážku $\theta = 0{,}05$.

$\theta = 0{,}05$	$E(Z)$	$VaR_{0,01}\ Z$	$EC_{VaR_{0,01}}(Z)$	U^*
$U = 0$	49,98647	142,8879196	192,8744	142,8879196
$U = 10$	59,98647	132,8879196	192,8744	142,8879196
$U = 30$	79,98647	112,8879196	192,8744	142,8879196
$U = 50$	99,98647	92,8879196	192,8744	142,8879196
$U = 100$	149,98647	42,8879196	192,8744	142,8879196
$U = 140$	189,98647	2,8879196	192,8744	142,8879196
$U = 143$	192,98647	-0,1120804	192,8744	142,8879196
$U = 150$	199,98647	-7,1120804	192,8744	142,8879196
$U = 180$	229,98647	-37,1120804	192,8744	142,8879196
$U = 200$	249,98647	-57,1120804	192,8744	142,8879196

Zdroj: Vlastné spracovanie

Poznámka 1: U^* predstavuje upravené počiatočné rezervy a ich interpretáciu si uvedieme v ďalšej časti príspevku.

Teraz budeme venovať pozornosť analýze zabezpečenie solventnosti poisťovne prostredníctvom ekonomického kapitálu *EC*, resp. miery rizika *VaR*, s dôrazom na ich interpretáciu z pohľadu zabezpečenia solventnosti a predstavíme si pozíciu počiatočných rezerv a rizikového poistného v tomto procese.

a) Zabezpečenie solventnosti prostredníctvom ekonomického kapitálu $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$

Z hodnôt uvedených v tabuľke 1 a v tabuľke 2 je zrejmé, že hodnota ekonomického kapitálu $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$ nezávisí od hodnoty počiatočných rezerv U a ani od rizikovej prirážky θ, to sme samozrejme na základe vzťahu (18), resp. (28) očakávali. Hodnotu $EC_{VaR_{0,01}(Z)} = 192{,}8744$ potom interpretujeme v súvislosti s vytvoreným čiastočným interným modelom v rámci portfólia vybraného segmentu neživotného poistenia nasledovne.

Interpretácia: Poisťovňa musí na krytie neočakávaných škôd zabezpečiť ekonomický kapitál v hodnote $192{,}8744$, aby bola s pravdepodobnosťou $0{,}99$ solventná. Zo vzťahu (18) je zrejmé, že poisťovňa musí na zabezpečenie požadovanej solventnosti navýšiť očakávanú celkovú škodu $E\left(S^{kol}\right)$ o ekonomický kapitál vo výške $192{,}8744$, čo môžeme zapísať vzťahom (29).

Analýza zabezpečenia solventnosti: Hodnota ekonomického kapitálu sa v súvislosti s modelom prebytku popísaného vzťahom (13) môže vo všeobecnosti skladať z hodnoty upravených počiatočných rezerv U a z hodnoty daného upraveného percentuálneho navýšenia očakávanej celkovej škody $E\left(S^{kol}\right)\cdot\theta$. V príspevku sa pre jednoduchosť zameriame na alternatívu, v ktorej poisťovňa nebude zvyšovať cenu produktu (ponechá nezmenenú rizikovú prirážku θ) a zabezpečí solventnosť s pravdepodobnosťou 0,99 navýšením počiatočných rezerv U o hodnotu $VaR_{0,01}(Z)$.

Pre upravené počiatočné rezervy platí vzťah $U^* = VaR_{0,01}(Z)+U$ a sú konštantné, pozri tabuľka 1, resp. tabuľka 2. Pre tento spôsob zabezpečenia solventnosti (vytvorením upravených počiatočných rezerv U^*) potom môžeme ekonomický kapitál vyjadriť vzťahom $EC_{VaR_{0,01}(Z)} = U^* + E\left(S^{kol}\right)\cdot\theta$. Uvedenú situáciu zapíšeme nasledovne.

$$P\left(EC_{VaR_{0,01}(Z)} + E\left(S^{kol}\right) - S^{kol} \geq 0\right) = 0{,}99, \tag{29}$$

kde po dosadení vzťahu (23) za $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$ a jeho úprave dostaneme vzťah

$$P\Big(\underbrace{VaR_{0,01}(Z)+U}_{U^*}+\underbrace{E\left(S^{kol}\right)\theta+E\left(S^{kol}\right)}_{RP}-S^{kol}\geq 0\Big)=0{,}99, \tag{30}$$

ktorý vyjadríme pomocou upravených počiatočných rezerv U^* a nezmeneného rizikového poistného RP takto

$$P\left(U^* + RP - S^{kol} \geq 0\right) = 0{,}99 \tag{31}$$

Zo vzťahu (29) vyplýva platnosť vzťahu (32)

$$F_{S^{kol}}\left(EC_{VaR_{0,01}(Z)} + E\left(S^{kol}\right)\right) = 0{,}99 \tag{32}$$

kde

$$EC_{VaR_{0,01}(Z)} + E\left(S^{kol}\right) = x_{0,99}\text{, resp.}\quad EC_{VaR_{0,01}(Z)} = VaR_{0,99}(S^{kol}) - E\left(S^{kol}\right) \tag{33}$$

čo je v súlade so vzťahom (18), resp. (28).

Poznámka 2: Hodnoty ekonomického kapitálu $EC_{VaR_{0,01}(Z)}$ uvedené v tabuľkách 1 a 2 sú porovnateľné s hodnotami určenými na základe vzťahu $EC_{VaR_{0,01}(Z)} = U^* + E\left(S^{kol}\right)\cdot\theta$. Zanedbateľná nepresnosť je spôsobená tým, že hodnoty $E(Z)$ v tabuľkách 1 a 2 boli určené na základe simulácií a nie exaktne na základe vzťahu (15).

Situáciu môžeme verifikovať v prostredí jazyka R pomocou simulovania hodnôt celkovej škody S^{kol} a ich štatistického spracovania pomocou funkcie `subset`, ktorá bude mať nasledujúcu syntax (Páleš, 2017)

```
subset(S,requirement)
```

- `S` – premenná, ktorá reprezentuje nasimulované hodnoty celkovej škody S^{kol}
- `requirement`- je podmienka, ktorú musia hodnoty S^{kol} splniť, v našom prípade, $S^{kol} \le EC_{VaR_{0,01}(Z)} + E\left(S^{kol}\right)$

Funkcia `subset` nám určí počet vygenerovaných hodnôt S^{kol}, ktoré splnili podmienku.

Napríklad v tabuľke 1 pre rizikové poistné $RP = 1100$ s rizikovou prirážkou $\theta = 0{,}1$ a uvažovanými počiatočnými rezervami $U = 30$ je nutné na zabezpečenie solventnosti s pravdepodobnosťou 0,99 vzhľadom na hodnotu ekonomického kapitálu $EC_{VaR_{0,01}(Z)} = 192{,}8744$ navýšiť očakávanú celkovú škodu $E\left(S^{kol}\right) = 1000$ o hodnotu ekonomického kapitálu $EC_{VaR_{0,01}(Z)} = 192{,}8744$, teda

$$EC_{VaR_{0,01}(Z)} + E\left(S^{kol}\right) = 1192{,}8744,$$

resp. navýšiť počiatočné rezervy $U = 30$ o hodnotu $VaR_{0,01}(Z)$ na úroveň $U^* = 92{,}90145423$ pri nezmenenej rizikovej prirážke $\theta = 0{,}1$. Potom podľa (29) a (31) v oboch prípadoch dostaneme

$$P\left(S^{kol} \le 1192{,}8744\right) = 0{,}99$$

b) Zabezpečenie solventnosti prostredníctvom hodnoty $VaR_{0,01}$ Z

Na interpretáciu miery rizika $VaR_{0,01}$ Z v súvislosti so zabezpečením solventnosti využijeme najskôr hodnoty, ktoré sú uvedené v tabuľke 1. V prípade počiatočných rezerv $U = 50$ a rizikovej prirážky $\theta = 0{,}1$ sme na základe simulácií získali hodnotu $VaR_{0,01}$ Z $= 42{,}90145423$, ktorú interpretujeme nasledovne:

Interpretácia: Najhoršia možná strata, ktorá môže nastať s pravdepodobnosťou $0{,}99$ v danom portfóliu počas jedného roka pre uvedené nastavenie počiatočných rezerv U a rizikovej prirážky θ má hodnotu $42{,}90145423$.

V prípade počiatočných rezerv $U = 200$ a rizikovej prirážky $\theta = 0{,}1$ sme na základe simulácií získali hodnotu $VaR_{0,01}$ Z $=$ -107,09854577, ktorú interpretujeme nasledovne:

Interpretácia: Najväčší možný zisk, ktorý môže mať poisťovňa s pravdepodobnosťou 0,99 v danom portfóliu počas jedného roka pre uvedené nastavenie počiatočných rezerv U a rizikovej prirážky θ má hodnotu 107,09854577.

Analýza zabezpečenia solventnosti: Ak by sa poisťovňa rozhodla zabezpečiť solventnosť s pravdepodobnosťou $0{,}99$ musí pripočítať hodnotu $VaR_{0,01}\ Z$ k súčtu počiatočných rezerv U a rizikového poistného RP, resp. môže zvoliť alternatívu vytvorenia upravených počiatočných rezerv $U^* = VaR_{0,01}(Z) + U$ analogicky ako v prípade ekonomického kapitálu. Uvedenú situáciu zapíšeme nasledovne.

$$P\left(U^* + RP - S^{kol} \geq 0\right) = 0{,}99\,, \tag{34}$$

resp.

$$P\left(VaR_{0,01}(Z) + U + RP - S^{kol} \geq 0\right) = 0{,}99 \tag{35}$$

Zo vzťahu (35) je zrejmá platnosť vzťahu (36)

$$F_{S^{kol}}\left(VaR_{0,01}(Z) + U + RP\right) = 0{,}99 \tag{36}$$

čo korešponduje so vzťahom (25). Situáciu popísanú vzťahom (36) by sme mohli opäť verifikovať v prostredí jazyka R pomocou funkcie `subset` s podmienkou $S^{kol} \leq VaR_{0,01}(Z) + U + RP$, ktorá je ekvivalentná s podmienkou $S^{kol} \leq EC_{VaR_{0,01}(Z)} + E\left(S^{kol}\right)$ uvedenou v možnosti a).

Napríklad v tabuľke 1 pre rizikové poistné $RP = 1100$ s rizikovou prirážkou $\theta = 0{,}1$ a uvažovanými počiatočnými rezervami $U = 30$ je nutné na zabezpečenie solventnosti s pravdepodobnosťou 0,99 vzhľadom na hodnotu miery rizika $VaR_{0,01}\ Z = 62{,}90145423$ pripočítať k hodnote rizikového poistného a počiatočných rezerv hodnotu $VaR_{0,01}\ Z = 62{,}90145423$, teda

$$VaR_{0,01}(Z) + U + RP = 1192{,}8744,$$

resp. navýšiť počiatočné rezervy $U = 30$ o hodnotu $VaR_{0,01}(Z)$ na úroveň $U^* = 92{,}90145423$ pri nezmenenej rizikovej prirážke. Potom v oboch prípadoch dostaneme

$$P\left(S^{kol} \leq 1192{,}8744\right) = 0{,}99$$

Na zabezpečenie solventnosti s pravdepodobnosťou $0{,}99$ prostredníctvom nastavenia upravených počiatočných rezerv $U^* = VaR_{0,01}(Z) + U$ a dodržania rizikového poistného na úrovni $RP = 1100$, teda stačí poisťovni nastaviť upravené počiatočné rezervy U^* na hodnotu $92{,}90145423$ a eliminuje tak najhoršiu možnú stratu na nulovú hodnotu. Túto situáciu približne dokumentujú hodnoty uvedené v siedmom riadku tabuľky 1 . Hodnote počiatočných rezerv $U \doteq 93$ zodpovedá hodnota $VaR_{0,01}(Z) = -0{,}09854577$.

V tabuľke 2 je na úrovni rizikového poistného $RP = 1050$ potrebné nastaviť upravené rezervy U^* na hodnotu $142{,}8879196$, aby sme zabezpečili solventnosť s pravdepodobnosťou $0{,}99$. Túto situáciu približne dokumentujú hodnoty uvedené v siedmom riadku tabuľky 2 . Hodnote počiatočných rezerv $U \doteq 143$ zodpovedá hodnota $VaR_{0,01}(Z) = -0{,}1120804$. Zvýšená požiadavka na upravené rezervy U^* súvisí so znížením rizikovej prirážky θ z hodnoty $0{,}1$ na hodnotu $0{,}05$.

Samozrejme, že s je potrebné si uvedomiť, že zvyšovaním počiatočných rezerv U sa hodnota $VaR_{0,01}(Z)$ mení tak, že sa eliminuje riziko možnej straty a napríklad v tabuľke 1 pri hodnote $U = 100$ už hovoríme o predikovanom zisku.

4 Záver

V príspevku sme predstavili simulácie Monte Carlo v prostredí jazyka R ako efektívny riešiteľský nástroj na odhad hodnoty *VaR*, resp. ekonomického kapitálu *EC* vo vytvorenom čiastočnom internom modeli súvisiacim s portfóliom poistných zmlúv určitého segmentu neživotného poistenia. Na určenie týchto hodnôt sme využili stochastický prístup v podobe štatistického spracovania vygenerovaných hodnôt prebytku Z. Ukázali sme si, že hodnoty ekonomického kapitálu odhadnutého prostredníctvom prebytku Z a celkovej škody S^{kol} sú identické. Zamerali sme sa hlavne na analýzu a interpretáciu ekonomického kapitálu a hodnoty *VaR* určenej pomocou prebytku v súvislosti so zabezpečením solventnosti poisťovne. Analyzovali sme pozíciu počiatočných rezerv *U* a rizikovej prirážky θ v popísanom procese. Aktuár by mal pomocou uvedenej metodológie zmeniť nastavené parametre tak, aby dosiahol hodnotu ekonomického kapitálu, ktorá garantuje požadovanú solventnosť poisťovne. Za týmto účelom potrebuje poisťovňa navýšiť očakávanú celkovú škodu $E\left(S^{kol}\right)$ o hodnotu ekonomického kapitálu tak, aby bola schopná kryť neočakávané škody s vopred danou pravdepodobnosťou $1-\varepsilon$, resp. pripočítať hodnotu $VaR_{\varepsilon}\ Z$ k súčtu počiatočných rezerv U a rizikového poistného RP, čo môžeme zapísať vzťahom

$$P\left(EC_{VaR_{\varepsilon}(Z)} + E\left(S^{kol}\right) - S^{kol} \geq 0\right) = 1-\varepsilon, \text{ resp. } P\left(VaR_{\varepsilon}\left(Z\right) + U + RP - S^{kol} \geq 0\right) = 1-\varepsilon.$$

Ukázali sme si, že v zmysle definície prebytku Z je možné vytvoriť požadovaný ekonomický kapitál upravením počiatočných rezerv, resp. percentuálnym navýšením očakávanej celkovej škody. Zvolili sme si alternatívu úpravy počiatočných rezerv bez úpravy rizikovej prirážky. To znamená, že by poisťovňa v danej situácii nepristúpila k predpokladanému zvyšovaniu ceny produktu, resp. poistného pre klienta. V prípade úpravy zvolených počiatočných rezerv U^{*} pri nezmenenej rizikovej prirážke θ ich môžeme určiť podľa vzťahu

$$U^{*} = VaR_{\varepsilon}\left(Z\right) + U, \text{ resp. } U^{*} = EC_{VaR_{\varepsilon}(Z)} - E\left(S^{kol}\right)\cdot\theta .$$

Verifikácia potvrdila, že 99% vygenerovaných hodnôt S^{kol} splnilo požadovanú podmienku

$$S^{kol} \leq EC_{VaR_{\varepsilon}(Z)} + E\left(S^{kol}\right), \text{ resp. } S^{kol} \leq VaR_{0,01}\left(Z\right) + U + RP .$$

Literatúra

[1] Cipra, T. (2015). *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II.* Praha: Ekopress.

[2] Dutang, C., Goulet, V., & Pigeon, M. (2008). actuar: *An R Package for Actuarial Science*. Journal of Statistical Software, <http://www.jstatsoft.org/v25/i07>

[3] Horáková, G., Páleš, M., & Slaninka, F. (2015). *Teória rizika v poistení.* Bratislava: Wolters Kluwer.

[4] Choudhry, M. (2006). *An Introduction to Value at Risk.* Chichester: John Wiley & Sons.

[5] Mucha, V. (2006). *Určenie hodnoty Value at Risk využitím simulačnej metódy Monte Carlo v neživotnom poistení*. In Řízení a modelování finančních rizik. Ostrava : VŠB - Technická univerzita Ostrava.

[6] Páleš, M. (2016). *Aktuárstvo v režime Solventnosť II.* Bratislava: Ekonóm.

[7] Páleš, M. (2017). *Jazyk R v aktuárskych analýzach.* Bratislava: Ekonóm.

[8] R Core Team (2017). *R: A language and environment for statistical computing.* Vienna: R Foundation for Statistical Computing.<http://www. R-project.org>.