Niektoré metodologické problémy modelovania faktorov rastu ekonomiky

Marián Goga[1]

Abstrakt

Autor v článku uvádza niektoré metodologické problémy modelovania faktorov rastu ekonomiky z hľadiska ich intenzívneho, resp. extenzívneho pôsobenia na jej dynamiku rastu. V prvej časti sú uvedené možnosti výpočtu podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov na celkovom prírastku outputu. V druhej časti autor uvádza spôsob modelovania podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov podľa ich absolútneho príspevku na raste outputu a problémy modelovania vplyvu štruktúrnych zmien ako intenzívneho faktora rastu outputu. Tretia časť obsahuje niektoré problémy modelovania vplyvu intenzívnych faktorov na dynamiku rastu produktivity práce, účinnosti výrobného kapitálu a súhrnnej efektívnosti v ekonomike.

Kľúčové slová

Extenzívny a intenzívny rast, output, dynamizovaná výrobná funkcia, súhrnná efektívnosť, štrukturálne zmeny

Abstract

The author of the article introduce some of the methodological problems of modeling factors of growth of the economy from this point of view intensive, or extensive effect to its growth dynamics. In the first part of the calculation of the share options are set out extensive and intensive factors of the overall increase in output. In the second part, the author presents a method for modelling the share of extensive and intensive factors according to their absolute contribution to the growth and impact of the structural changes as modelling output the problems of intensive growth factor output. The third part contains some problems of modelling the impact of intensive factors on the dynamics of growth of labor productivity, efficiency of capital and aggregate efficiency in the economy.

Keywords

Extensive and intensive growth, output, dynamic production function, total efficiency, structural changes

JEL classification

C02, C61, O49

1 Úvod

V posledných desaťročiach bolo na riešenie problémov kvantitatívnej analýzy vytvorených množstvo analytických nástrojov, ktorými sa objasňujú jednotlivé stránky ekonomického rastu a ekonomického rozvoja. V teóriách ekonomického rastu sa používajú makroekonomické substitučné výrobné funkcie (Gandolfo, G., 1997 a Shephard, R. W., 1970).

[1] doc. Ing. Marián Goga, PhD., Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská 1, Bratislava 5, goga@euba.sk.

Vo svojej podstate analyticky vyjadrujú vzájomnú závislosť medzi výstupom (outputom) a použitými množstvami výrobných faktorov. Na makroekonomickej úrovni modelujú vzťahy medzi základnými faktormi výroby (spredmetnenou a živou prácou) a hrubým domácim produktom, resp. národným dôchodkom. Používanie výrobných funkcií v teórii a v praxi vyplýva z ich výhodných matematických vlastností a optimalizačných možností pri rozhodovaní o efektívnom využívaní ohraničených ekonomických zdrojov. Okrem vzťahu ku konečnému produktu vyjadrujú i vzájomné vzťahy medzi výrobnými faktormi a umožňujú tak skúmať ich vzájomnú substitúciu. Uvedené výhodné vlastnosti substitučných výrobných funkcií podmienili ich rozsiahle uplatnenie v ekonomických analýzach (Fuchs, T. – Prič, J., 1973 a Jurga, R., 2005).

V článku uvádzame niektoré metodologické problémy, ktoré súvisia s modelovaním faktorov rastu ekonomiky z hľadiska ich intenzívneho, resp. extenzívneho pôsobenia na jej dynamiku rastu. V prvej časti sú uvedené možnosti výpočtu podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov na celkovom prírastku outputu. V druhej časti uvádzame spôsob modelovania podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov podľa ich absolútneho príspevku na raste outputu a problémy modelovania vplyvu štruktúrnych zmien ako intenzívneho faktora rastu outputu. Tretia časť obsahuje niektoré problémy modelovania vplyvu intenzívnych faktorov na dynamiku rastu produktivity práce, účinnosti výrobného kapitálu a súhrnnej efektívnosti v ekonomike.

2 Modelovanie podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov na celkovom prírastku outputu

Jednu z dôležitých stránok problematiky dynamiky rastu ekonomiky predstavuje výskum extenzívnych a intenzívnych faktorov rastu. Na tento účel sa využívajú rôzne metódy a modely, ktoré kvantifikujú vplyvy jednotlivých faktorov na rast makroekonomických ukazovateľov a objektívne analyticky vyhodnocujú proces rastu a rozvoja ekonomiky (Wawrosz, P. – Mihola, J., 2013).

Extenzívnym ekonomickým rastom rozumieme taký typ rastu ekonomiky, keď rozhodujúcim zdrojom zvyšovania outputu je kvantitatívne rozširovanie výrobných prostriedkov a zvyšovanie počtu pracovníkov. *Intenzívny* ekonomický rast je naproti tomu charakterizovaný tým, že rast outputu je zabezpečený zvyšovaním efektívnosti využívania živej a zhmotnenej práce. K intenzívnym faktorom rastu patrí najmä technický pokrok, zvyšovanie kvalifikácie a vzdelania, štruktúrne zmeny, zdokonaľovanie organizácie práce, nové technológie a pod.

Faktory, ktoré podstatne vplývajú na dynamiku rastu ekonomiky sa niekedy členia na:

- investičné a neinvestičné,
- extenzívne a intenzívne,
- priame a nepriame.

Pri riešení problémov modelovania a kvantifikovania vplyvu intenzívnych a extenzívnych faktorov na dynamiku rastu makroekonomických veličín – HDP, HNP, ND a pod. sa dá využiť celý rad rôznych metód (Laščiak, A. a kol.,1985):

a) metóda založená na vážení výrobných faktorov,
b) modifikovaná Denisonova metóda,
c) Ančiškinova metóda,
d) metóda úplne dynamizovanej Cobbovej-Douglasovej výrobnej funkcie s konštantnou sadzbou výnosov,
e) metóda úplne dynamizovanej Cobbovej-Douglasovej výrobnej funkcie bez obmedzenia sadzby výnosov,

f) metóda úplne dynamizovanej výrobnej funkcie typu CES s konštantnou sadzbou výnosov.

Okrem uvedených metód sa dajú na modelovanie intenzívnych a extenzívnych faktorov rastu použiť aj iné metódy, z ktorých niektoré opíšeme v tomto článku.

Vplyv extenzívnych a intenzívnych faktorov na dynamiku rastu outputu možno modelovať z dvojakého hľadiska: z hľadiska jednoročného a viacročného časového intervalu.

Vzhľadom na to, že hodnoty výrobných faktorov vo výrobných funkciách sa zvyčajne uvažujú v diskrétnych časových bodoch, možno na modelovanie vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov použiť obidve hľadiská. Treba mať však na zreteli, že výsledky analýz za jednoročné obdobia v skúmanom dlhšom časovom období sa od seba budú odlišovať. Z toho dôvodu sa často údaje spriemerujú (aritmetickým a geometrickým priemerom a pod.), čo však zase spôsobuje nejednoznačný výpočet vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov (Mihola, J., 2007).

Preto sa zvyčajne pri modelovaní vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov nevychádza priamo z hodnôt vypočítaných výrobnými funkciami, ale z ich podielu na tempe rastu alebo prírastku outputu. Táto úvaha je však dosť zjednodušená, pretože nezohľadňuje absolútny príspevok jednotlivých faktorov na prírastku outputu.

Uvedené problémy sa dajú riešiť tak, že sa rozklad tempa rastu outputu na tempo rastu spôsobené extenzívnymi a intenzívnymi faktormi transformuje na rozklad prírastku outputu. Potom sa môžu v jednotlivých rokoch skúmaného obdobia tieto prírastky sčitovať, čo umožňuje presnejšie vypočítať vplyv extenzívnych a intenzívnych faktorov na rast outputu.

V tejto časti článku uvedieme spôsob modelovania vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov z ich *podielu na celkovom prírastku outputu*. Pri výpočtoch uvažujeme s dvoma výrobnými funkciami – dynamizovanou Cobbovou – Douglasovou výrobnou funkciou (CDVF) a dynamizovanou funkciou s konštantnou elasticitou substitúcie (CES) (Goga, M., 2011).

a) *Dynamizovaná CDVF*:

Uvažujeme s CDVF, ktorá má dynamizované všetky parametre, t. j.

$$y(t) = R(t)\,K^{\alpha(t)}(t)L^{1-\alpha(t)}(t)\,, \tag{1}$$

kde $y(t)$ je hrubý domáci produkt (HDP), $L(t)$ je zásoba faktora živej práce, $K(t)$ je kapitál, $R(t)$ je úrovňová konštanta (multiplikátor) a $\alpha(t)$ a $1 - \alpha(t)$ sú koeficienty pružnosti. Predpokladáme, že funkcie $y(t)$, $K(t)$ a $L(t)$ sú diferencovateľné a kladné a funkcie $R(t)$ a $\alpha(t)$ sú diferencovateľné pre každé $t \in \langle a,b \rangle$. Ďalej predpokladáme, že $K(\mathrm{t}) \neq L(t)$ a funkcia $R(t)$ je na intervale $\langle a,b \rangle$ tiež kladná. Funkcia $\alpha(t)$ navyše zahŕňa rast produktivity práce v dôsledku vplyvu ostatných faktorov, súhrnne označovaných ako technický pokrok v širšom zmysle a $1 - \alpha(t)$ vyjadruje percentuálny rast kapitálovej náročnosti produkcie nielen ako výsledok substitúcie práce kapitálom, ale aj v dôsledku pôsobenia ďalších faktorov, a to vo vzťahu k zmenám kapitálovej vybavenosti práce v čase, ktoré zahŕňajú nielen substitučné procesy (Henin, P. Y., 2003).

V tých prípadoch, keď kapitálová náročnosť produkcie klesá, je parameter $1 - \alpha(t)$ záporný, pričom $\alpha(t) > 1$, t. j. produktivita práce rastie rýchlejšie ako kapitálová vybavenosť práce, takže kapitálová náročnosť výroby klesá.

Ak vydelíme rovnicu (1) veličinou $L(t)$, dostaneme takúto produktivitnú funkciu

$$\frac{y(t)}{L(t)} = R(t)\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)^{\alpha(t)}, \tag{2}$$

resp.

$$w(t) = R(t)\ .\ v(t)^{\alpha(t)}, \tag{3}$$

kde

$w(t) = \dfrac{y(t)}{L(t)}$ je produktivita práce,

$v(t) = \dfrac{K(t)}{L(t)}$ je kapitálová vybavenosť práce.

Ďalej predpokladáme, že aj funkcie $w(t)$ a $v(t) \neq 1$ sú pre každé $t \in \langle a, b\rangle$ diferencovateľné a kladné.

Ak zdiferencujeme a upravíme rovnice (1) a (3), dostaneme

$$\frac{dy(t)}{y(t)} = \alpha(t)\frac{dK(t)}{K(t)} + (1-\alpha(t))\frac{dL(t)}{L(t)} + \frac{dR(t)}{R(t)} + d\alpha(t).\log v(t) \tag{4}$$

$$\frac{dw(t)}{w(t)} = \alpha(t)\frac{dv(t)}{v(t)} + \frac{dR(t)}{R(t)} + d\alpha(t).\log v(t) \tag{5}$$

Uvedená dynamizovaná CDVF v sebe zahŕňa ten fakt, že vo výrobnom procese neustále pôsobí technický pokrok, ktorého dôsledkom je ustavičná zmena účinnosti výrobných faktorov, čiže hodnoty funkcií $R(t)$ a $\alpha(t)$ sa v rovniciach (1) a (3) menia.

Úvahy o modelovaní a kvantifikácii faktorov rastu vedú k tomu, že rast ekonomiky možno rozložiť na *efekt extenzívnych* a *efekt intenzívnych faktorov* (Irmen, A., 2005). Vývoj podielov týchto faktorov na raste outputu celkom a v jednotlivých odvetviach umožňuje posúdiť dlhodobú efektívnosť národného hospodárstva (Ochotnický, P., 2008).

Pri výpočte podielu technického pokroku na raste celkovej výroby z uvedenej dynamizovanej CDVF vychádzame zo vzťahov (4) a (5), ktoré pre *diskrétne hodnoty* majú tvar (Goga, M., 2011)

$$\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = \alpha_{i-1}\frac{K_i - K_{i-1}}{K_{i-1}} + (1-\alpha_{i-1})\frac{L_i - L_{i-1}}{L_{i-1}} + \frac{R_i - R_{i-1}}{R_{i-1}} + (\alpha_i - \alpha_{i-1}).\log v_{i-1} \tag{6}$$

$$\frac{w_i - w_{i-1}}{w_{i-1}} = \alpha_{i-1}\frac{v_i - v_{i-1}}{v_{i-1}} + \frac{R_i - R_{i-1}}{R_{i-1}} + (\alpha_i - \alpha_{i-1}).\log v_{i-1} \tag{7}$$

Z týchto rovníc a z rovníc (1) a (3) predpokladáme, že zmeny hodnôt funkcie $\alpha(t)$ sú dôsledkom pôsobenia spredmetneného technického pokroku a zmeny hodnôt funkcie $R(t)$ sú dôsledkom pôsobenia nespredmetneného technického pokroku. Potom zo vzťahov (6) a (7) vyplýva, že *vplyv extenzívnych a intenzívnych faktorov* na rast výroby možno vypočítať rovnicami v tvare

$$E = \alpha_{i-1}\frac{K_i - K_{i-1}}{K_{i-1}} + (1-\alpha_{i-1})\frac{L_i - L_{i-1}}{L_{i-1}}, \tag{8}$$

$$I = \frac{R_i - R_{i-1}}{R_{i-1}} + (\alpha_i - \alpha_{i-1}).\log v_{i-1}, \tag{9}$$

kde

$\frac{R_i - R_{i-1}}{R_{i-1}}$ je vplyv nespredmetneného technického pokroku na tempo rastu výroby
a produktivity práce,

$(\alpha_i - \alpha_{i-1}).\ log\ v_{i-1}$ – vplyv spredmetneného technického pokroku na tempo rastu výroby
a produktivity práce,

$\alpha_{i-1}\frac{v_i - v_{i-1}}{v_{i-1}}$ – vplyv substitučného technického pokroku na tempo rastu produktivity práce.

b) *Dynamizovaná funkcia CES*:

Vzhľadom na to, že sa účinnosť výrobných faktorov $K(t)$ a $L(t)$ pod vplyvom technického pokroku neustále mení predpokladáme, že parametre γ, δ, ρ a υ vo funkcii CES sú závislé na čase t, teda funkcia má tvar (Arrow, K. J. – Chenery, H. B. – Minhas, B. S. – Solow, R. M., 1961)

$$y(t) = \gamma(t)\left[\delta(t).K(t)^{-\rho(t)} + (1-\delta(t)).L(t)^{-\rho(t)}\right]^{-\frac{v(t)}{\rho(t)}}, \tag{10}$$

resp.

$$y(t) = \gamma(t)\left[\delta(t).K(t)^{-\rho(t)} + (1-\delta(t)).L(t)^{-\rho(t)}\right]^{-\frac{1}{\rho(t)}}, \tag{11}$$

kde

γ je parameter efektívnosti, zodpovedajúci úrovňovej konštante R v CDVF. Tento parameter mení rozsah výroby y podľa veľkosti zmien výrobných faktorov K a L a okrem toho zahrňuje aj vplyvy iných faktorov (napríklad surovinové a energetické bariéry a pod.); nadobúda hodnoty $\gamma > 0$,

δ – parameter kapitálovej náročnosti (intenzity) produkcie alebo technologického využívania kapitálu K, $0 < \delta < 1$,

ρ – substitučný parameter odvodený z elasticity substitúcie $\sigma = \frac{1}{1+\rho}$, $0 < \sigma < \infty$, $\sigma \neq 1$,

υ – stupeň homogenity (rovnorodosti) funkcie (v CDVF zodpovedá hodnote súčtu parametrov $\alpha + \beta$).

Ďalej predpokladáme, že funkcie $y(t)$, $K(t)$, $L(t)$ a $\gamma(t)$ sú diferencovateľné pre každé $t \in \langle a,b \rangle$, $K(t) \neq L(t)$, $\rho(t) \neq 0$ a $\upsilon(t) = 1$ (Brown, M. – De Cani, J. S., 1963).

Ak rovnice (10) a (11) vydelíme $L(t) > 0$, dostaneme takéto produktivitné funkcie

$$\frac{y(t)}{L(t)} = \gamma(t)\left[\delta(t).\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)^{-\rho(t)} + (1-\delta(t))\right]^{-\frac{v(t)}{\rho(t)}} \tag{12}$$

$$\frac{y(t)}{L(t)} = \gamma(t)\left[\delta(t).\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)^{-\rho(t)} + (1-\delta(t))\right]^{-\frac{1)}{\rho(t)}} \tag{13}$$

Ak dosadíme do týchto funkcií vzťahy:

$$w(t) = \frac{y(t)}{L(t)} \text{ – produktivita živej práce,}$$

$$v(t) = \frac{K(t)}{L(t)} \text{ – kapitálová vybavenosť práce,}$$

funkcie (12) a (13) majú tvar

$$w(t) = \gamma(t)\left[\delta(t).v(t)^{-\rho(t)} + (1-\delta(t))\right]^{-\frac{v(t)}{\rho(t)}} \tag{14}$$

$$w(t) = \gamma(t)\left[\delta(t).v(t)^{-\rho(t)} + (1-\delta(t))\right]^{-\frac{1}{\rho(t)}} \tag{15}$$

Pre parameter $\gamma(t)$ z rovnice (15) platí, že

$$\gamma(t) = w(t)\left[\delta(t).v(t)^{-\rho(t)} + (1-\delta(t))\right]^{\frac{1}{\rho(t)}} \tag{16}$$

a pre pružnosť substitúcie medzi výrobnými faktormi K a L platí

$$\sigma = \frac{1}{1+\rho},$$

pričom prípustné hodnoty ρ sú v intervale $(-1, \infty)$. Pružnosť substitúcie takto nadobúda hodnoty z intervalu $(0, \infty)$ (Jurga, R., 2004).

Ak zdiferencujeme rovnicu (11) a upravíme ju, potom pre *diskrétne hodnoty* dostaneme

$$\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = E_i + S_i + N_i = E_i + I_i, \tag{17}$$

pričom

$$E_i = \frac{\delta_{i-1}.K_{i-1}^{-\rho_{i-1}}}{\delta_{i-1}.K_{i-1}^{-\rho_{i-1}} + (1-\delta_{i-1}).L_{i-1}^{-\rho_{i-1}}}.\frac{K_i - K_{i-1}}{K_{i-1}} + \frac{(1-\delta_{i-1}).L_{i-1}^{-\rho_{i-1}}}{\delta_{i-1}.K_{i-1}^{-\rho_{i-1}} + (1-\delta_{i-1}).L_{i-1}^{-\rho_{i-1}}}.\frac{L_i - L_{i-1}}{L_{i-1}} \tag{18}$$

vyjadruje vplyv *extenzívnych* faktorov na rast outputu,

$$\begin{aligned} S_i = {} & \frac{1}{\rho_{i-1}}.\frac{1-v_{i-1}^{-\rho_{i-1}}}{\delta_{i-1}.v_{i-1}^{-\rho_{i-1}} + (1-\delta_{i-1})}(\delta_i - \delta_{i-1}) + \\ & + \left(\frac{\delta_{i-1}.v_{i-1}^{-\rho_{i-1}}.\ln v_{i-1}}{\delta_{i-1}.v_{i-1}^{-\rho_{i-1}} + (1-\delta_{i-1})} + \frac{1}{\rho_{i-1}}.\ln(\delta_{i-1}.v_{i-1}^{-\rho_{i-1}} + (1-\delta_{i-1})\right).\frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\rho_{i-1}} \end{aligned} \tag{19}$$

vyjadruje vplyv *spredmetneného technického pokroku* na rast outputu,

$$N_i = \frac{\gamma_i - \gamma_{i-1}}{\gamma_{i-1}} \tag{20}$$

vyjadruje vplyv *nespredmetneného technického pokroku* na rast outputu (Sojka, J. – Šimkovic, J., 1981).

Vplyv *intenzívnych* faktorov (I_i) je vyjadrený súčtom spredmetneného a nespredmetneného technického pokroku ($S_i + N_i$).

Predpokladáme ďalej, že dĺžka skúmaného obdobia je k a že platí

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = E_t + I_t, \qquad t = 1, 2, ..., k \tag{21}$$

a po úprave

$$y_t - y_{t-1} = y_{t-1}.\ E_t + y_{t-1}.\ I_t, \tag{22}$$

kde

$y_{t-1}.\ E_t$ predstavuje prírastok outputu vplyvom extenzívnych faktorov,

$y_{t-1}.\ I_t$ je prírastok outputu vplyvom intenzívnych faktorov.

Po sumácii vzťahu (22) a po úprave dostaneme

$$y_k - y_0 = \sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.E_t + \sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.I_t\ . \tag{23}$$

Zo získaného vzťahu možno vypočítať *podiel vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov* (v %) na celkovom prírastku outputu za celé skúmané obdobie

$$P_E^1 = \frac{\sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.E_t}{y_k - y_0}.100 \tag{24}$$

$$P_I^1 = \frac{\sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.I_t}{y_k - y_0}.100 \tag{25}$$

Pri modelovaní podielu vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov za jednoročné časové obdobie sa vzťahy (24) a (25) redukujú na podiely vplyvu týchto faktorov na tempe rastu outputu, čiže

$$P_E^1 = \frac{E}{t_y}.100 \quad \text{a} \quad P_I^1 = \frac{I}{t_y}.100\,, \tag{26}$$

kde

t_y je tempo rastu outputu,

E a I – extenzívne a intenzívne faktory, vypočítané výrobnými funkciami CDVF a CES.

3 Modelovanie podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov podľa ich absolútneho príspevku na raste outputu

Tento spôsob modelovania podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov (označíme P^2) vychádza z hodnotenia vývoja podľa absolútneho príspevku týchto faktorov za celé skúmané obdobie. Na výpočet sa použijú tieto vzťahy:

$$P_E^2 = \frac{y_{t-1}.E_t}{\sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.E_t}.100 \tag{27}$$

$$P_I^2 = \frac{y_{t-1}.I_t}{\sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.I_t}.100 \tag{28}$$

Tieto vzťahy vyjadrujú podiel outputu v dôsledku pôsobenia extenzívnych (intenzívnych) faktorov v roku t na celkovom prírastku outputu v dôsledku pôsobenia extenzívnych (intenzívnych) faktorov za celé skúmané obdobie v % (Goga, M., 1983).

Ak predpokladáme časové obdobie t_1 a t_2 ($t_1 < t_2$) z celkového analyzovaného obdobia, potom podiel vplyvu jednotlivých faktorov v tomto období (v %) sa dá vypočítať zo vzťahov

$$P_E^2 = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} y_{t-1}.E_t}{\sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.E_t}.100 \tag{29}$$

$$P_I^2 = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} y_{t-1}.I_t}{\sum_{t=1}^{k} y_{t-1}.I_t}.100 \tag{30}$$

V súvislosti s uvedenými problémami modelovania vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov na dynamiku rastu outputu sa ďalej zmienime o probléme *modelovania vplyvu štruktúrnych zmien* ako intenzívneho faktora rastu outputu.

V ďalších úvahách vychádzame z predpokladu, že output (HDP, ND), kapitál a živá práca sú ako funkcie v čase t diferencovateľné a vybilancované, čiže

$$y(t) = \sum_{i=1}^{s} y_i(t), \qquad K(t) = \sum_{i=1}^{s} K_i(t), \qquad L(t) = \sum_{i=1}^{s} L_i(t), \tag{31}$$

kde

s je počet odvetví, ktoré sa analyzujú.

Pre tempo rastu celkového outputu a v jednotlivých odvetviach predpokladáme, že

$$\frac{dy}{y} = E + I \qquad \text{a} \qquad \frac{dy_i}{y_i} = E_i + I_i. \tag{32}$$

Ak zderivujeme vo vzťahu (31) prvú rovnicu a upravíme ju, dostaneme

$$\frac{dy}{y} = \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y}.\frac{dy_i}{y_i} \tag{33}$$

Ak ďalej použijeme vzťahy (32) a (33) a upravíme ich, dostaneme

$$\frac{dy}{y} = E + I = \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y} E_i + \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y} I_i\ , \tag{34}$$

alebo v tvare

$$\frac{dy}{y} = E + \sum_{i=1}^{s}\left(\frac{y_i}{y}E_i - E\right) + \sum_{i=1}^{s}\frac{y_i}{y}I_i \tag{35}$$

Potom pri modelovaní vplyvu extenzívnych, intenzívnych faktorov a štruktúrnych zmien vychádzame zo vzťahu (35). Pritom

$\sum_{i=1}^{s}\frac{y_i}{y}I_i$ vyjadruje celkový vplyv intenzívnych faktorov jednotlivých odvetví,

E vyjadruje vplyv extenzívnych faktorov,

$\check{S}_z = \sum_{i=1}^{s}\left(\frac{y_i}{y}E_i - E\right)$ vyjadruje vplyv štruktúrnych zmien ako intenzifikačného faktora. (36)

Vplyv štruktúrnych zmien vypočítame zo vzťahu (36) a pre jednotlivé makroekonomické výrobné funkcie (CDVF a CES) sa tento vplyv modeluje takto:

a) pre *dynamizovanú CDVF*:

$$\check{S}_z = \sum_{i=1}^{s}\left(\alpha_i\frac{y_i}{y} - \alpha\frac{K_i}{K}\right)\frac{dK_i}{K_i} + \sum_{i=1}^{s}\left((1-\alpha_i)\frac{y_i}{y} - (1-\alpha)\frac{L_i}{L}\right)\frac{dL_i}{L_i} \tag{37}$$

b) pre *dynamizovanú CES funkciu*:

$$\check{S}_z = \sum_{i=1}^{s}\left(\frac{\delta_i.K_i^{-\rho_i}}{\delta_i.K_i^{-\rho_i} + (1-\delta_i).L_i^{-\rho_i}}.\frac{y_i}{y} - \frac{\delta.K^{-\rho}}{\delta.K^{-\rho} + (1-\delta).L^{-\rho}}.\frac{K_i}{K}\right)\frac{dK_i}{K_i} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{s}\left(\frac{(1-\delta_i).L_i^{-\rho_i}}{\delta_i.K_i^{-\rho_i} + (1-\delta_i).L_i^{-\rho_i}}.\frac{y_i}{y} - \frac{(1-\delta).L^{-\rho}}{\delta.K^{-\rho} + (1-\delta).L^{-\rho}}.\frac{L_i}{L}\right)\frac{dL_i}{L_i} \tag{38}$$

Pri konštrukcii vzťahov (37) a (38) sme vychádzali z rovníc (36), (6) a (18).

4 Modelovanie súhrnnej efektívnosti výrobných faktorov

Nakoniec uvedieme ešte niektoré problémy modelovania vplyvu intenzívnych faktorov na dynamiku rastu produktivity práce (w), účinnosti výrobného kapitálu (u) a súhrnnej (globálnej efektívnosti) (G). *Súhrnnou efektívnosťou* pritom rozumieme účinnosť výrobných zdrojov, a to tak účinnosť faktora živej práce, ako aj účinnosť výrobného kapitálu, t. j.

$$G = \frac{y}{K_v + C_v + R_v + L_v}, \tag{39}$$

kde

K_v je výrobný kapitál,

C_v – výrobná spotreba,

R_v – spotreba fixného kapitálu (odpisy),

L_v – mzdy pracovníkov vo výrobnej sfére.

Využijeme ďalej predpoklady, ktoré sme uviedli pri modelovaní vplyvu štruktúrnych zmien a intenzívnych faktorov jednotlivých odvetví, t. j. vzťahy (31) a (32). Zapíšme *súhrnnú efektívnosť* v tvare

$$G = \frac{y}{aK + bL}, \tag{40}$$

kde

a, b sú váhové koeficienty výrobných faktorov K a L.

Ak v analýze uvažujeme aj s vplyvom štruktúry národného hospodárstva, potom môžeme vzťah (40) písať v tvare

$$G_i = \frac{y_i}{aK_i + bL_i}, \qquad i = 1, 2, ..., s \tag{41}$$

Vzhľadom na vzťahy (31) a (40) môžeme ďalej písať

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{s} y_i}{aK + bL} = \sum_{i=1}^{s} \frac{aK_i + bL_i}{aK + bL}.G_i \tag{42}$$

Derivovaním a úpravou dostaneme takýto tvar

$$\frac{dG}{G} = \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y} I_i + \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y}.\frac{d\left(\frac{aK_i + bL_i}{aK + bL}\right)}{\left(\frac{aK_i + bL_i}{aK + bL}\right)} + \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y}\left(E_i - \frac{a.v_i}{av_i + b}.\frac{dK_i}{K_i} - \frac{b}{av_i + b}.\frac{dL_i}{L_i}\right), \tag{43}$$

kde

$v_i = \frac{K_i}{L_i}$ je vybavenosť práce výrobným kapitálom.

Ak zvolíme takéto hodnoty za a, b, dostaneme:

a) $a = 0$, $b = 1$ – produktivita práce,
b) $a = 1$, $b = 0$ – účinnosť výrobného kapitálu,
c) $a = 1$, $b = 1$ – súhrnná efektívnosť.

Po dosadení uvedených hodnôt a, b do (43) dostaneme vzťahy, pomocou ktorých možno analyzovať rast produktivity práce, účinnosť výrobného kapitálu a rast súhrnnej efektívnosti, pričom sa berie do úvahy vplyv štruktúrnych zmien a intenzívnych faktorov jednotlivých odvetví. Teda,

a) $$\frac{dw}{w} = \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y} I_i + \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y} \frac{d\left(\frac{L_i}{L}\right)}{\left(\frac{L_i}{L}\right)} + \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y}\left(E_i - \frac{dL_i}{L_i}\right) \tag{44}$$

b) $$\frac{du}{u} = \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y} I_i + \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y} \frac{d\left(\frac{K_i}{K}\right)}{\left(\frac{K_i}{K}\right)} + \sum_{i=1}^{s} \frac{y_i}{y}\left(E_i - \frac{dK_i}{K_i}\right) \tag{45}$$

c) $$\frac{dG}{G}=\sum_{i=1}^{s}\frac{y_i}{y}I_i+\sum_{i=1}^{s}\frac{y_i}{y}\frac{d\left(\frac{K_i+L_i}{K+L}\right)}{\left(\frac{K_i+L_i}{K+L}\right)}+\sum_{i=1}^{s}\frac{y_i}{y}\left(E_i-\frac{v_i}{1+v_i}.\frac{dK_i}{K_i}-\frac{1}{1+v_i}.\frac{dL_i}{L_i}\right) \tag{46}$$

Uvedené úvahy o modelovaní vplyvu extenzívnych a intenzívnych faktorov na dynamiku rastu outputu v ekonomike, ako aj metodologický aparát sú vhodné na aplikáciu v makroekonomických analýzach.

5 Záver

Na záver chceme zdôrazniť, že zámerom článku je, ako sme uviedli v úvode, ukázať niektoré metodologické problémy, ktoré súvisia s modelovaním faktorov rastu ekonomiky z hľadiska ich intenzívneho, resp. extenzívneho pôsobenia na jej dynamiku rastu. Zameriavame sa na potenciálne možnosti, ktoré poskytuje modelovanie a výpočet podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov na celkovom prírastku outputu a modelovanie podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov podľa ich absolútneho príspevku na raste outputu, rozšírené o problémy modelovania vplyvu štruktúrnych zmien ako intenzívneho faktora rastu outputu. Poznamenávame, že výpočty a následné analýzy v podmienkach ekonomiky Slovenska, vzhľadom na ohraničený rozsah článku neuvádzame, pretože budú súčasťou iného pripravovaného článku v rámci výskumu, rozšíreného o regionálny aspekt v rámci EÚ.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0248/17 *Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie*.

Literatúra

[1] Arrow, K. J., & Chenery, H. B., & Minhas, B. S., & Solow, R. M. (1961). Capital Labour Substitution and Economic Efficiency. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. XLIII, No. 3, 1961, s. 225 – 250.

[2] Brown, M., & De Cani, J. S. (1963). Technical Change and the Distribution of Income. *International Economic Review*, Vol. 4, No. 3, 1963, s. 289 – 309.

[3] Fuchs, T., & Prič, J. (1973). Meranie intenzity ekonomického rastu metódou úplne dynamizovanej substitučnej produkčnej funkcie C-D typu. *Ekonomicko-matematický obzor*, roč. 9, č. 4, 1973, s. 397 – 413.

[4] Gandolfo, G. (1997). *Economic Dynamics*. Berlin – Heidelberg: Springer – Verlag.

[5] Goga, M. (1983). Meranie podielu extenzívnych a intenzívnych faktorov na celkovom prírastku národného dôchodku SSR úplne dynamizovanou výrobnou funkciou typu CES. *Ekonomický časopis*, 31, č. 1, 1983, s. 30 – 42.

[6] Goga, M. (2011). *Ekonomická dynamika*. Bratislava: Iura Edition, ISBN 978-80-8078-394-5.

[7] Henin, P. Y. (2003). *Macrodynamics: Fluctuations and Growth*. London: Routledge.

[8] Irmen, A. (2005). Extensive and intensive growth in a neoclassical framework. *Journal of Economic Dynamics and Control*. Elsevier, Vol. 29, No. 8, s. 1427 – 1448, August.

[9] Jurga, R. (2004). Produkčné funkcie s konštantnou elasticitou substitúcie. *Ekonomika a informatika*, ISSN 1336-3514. Roč. 2, 2004, č. 2, s. 167 – 175.

[10] Jurga, R. (2005). Niektoré výsledky o produkčných funkciách. *Ekonomické rozhľady*, ISSN 0323-262X. Roč. 34, 2005, č. 2, s. 266 – 274.

[11] Laščiak, A. a kol. (1985). *Dynamické modely*. Bratislava – Praha: Alfa – SNTL.
[12] Mihola, J. (2007). Aggregate Production Function and the Share of the Influence of Intensive Factors. *Statistika (Statistic and Economy Journal),* Vol. 44, No. 2, s. 108 –132.
[13] Ochotnický, P. (2008). Výber produkčnej funkcie pri odhade potenciálneho produktu. *Ekonomický časopis*, 56, č. 8, 2008, s. 800 – 815.
[14] Shephard, R. W. (1970). *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton: Princeton University Press.
[15] Sojka, J., & Šimkovic, J. (1981). *Modelovanie národohospodárskych procesov*. Bratislava: Alfa.
[16] Wawrosz, P., & Mihola, J. (2013) The share of intensive and extensive factors on the GDP development of selected EU countries. *European Scientific Journal*, Special Edition Vol. 1, ISSN: 1857-7881, ESJ December 2013.