

## Metodologické aspekty niektorých multiplikátorov v input-output analýze

Marián Goga<sup>1</sup>

### Abstrakt

Autor v článku analyzuje postavenie jednotlivých odvetví v ekonomike Slovenska z hľadiska rôznych ukazovateľov a merateľných výstupov založených na input-output analýze. V prvej časti ukazuje metodologické problémy modelovania multiplikátorov v input-output analýze a v druhej časti aplikuje a porovnáva niektoré multiplikátory pri analýze ekonomiky Slovenska z použitej input-output tabuľky za roky 2000 a 2014. Porovnáva efekty, ktoré vyvolávajú zložky konečnej spotreby vzhľadom na domácu produkciu, pridanú hodnotu a dovoz produkcie do niektorých odvetví slovenskej ekonomiky. Aplikuje Leontiefov štruktúrny model v ekonomike Slovenska a na jeho základe vysvetľuje niektoré štrukturálne súvislosti v slovenskej ekonomike.

**Kľúčové slová:** input-output model, maticový multiplikátor, multiplikátor pridanej hodnoty, multiplikátor produkcie, dovozný multiplikátor

### Abstract

The article analyses the position of individual industries in the Slovak economy in terms of different indicators and measurable outputs based on input-output analysis. The first section shows methodological problems of modelling multipliers in input-output analysis and in the second section applies and compares some multipliers in the analysis of Slovakia's economy from the used input-output table for years 2000 and 2014. It compares the effects that trigger components of final consumption with respect to domestic production, added value and imports of production into some sectors of the Slovak economy. It is applied by the Leontiefov structural model in the economy of Slovakia and explains some structural context in the Slovak economy.

**Keywords:** Input-output model, matrix multiplier, value-added multiplier, production multiplier, import multipliers

### JEL classification

C67

## 1 Úvod

Analýza medziodvetvových vzťahov (input–output analýza) sa v súčasnosti úspešne aplikuje takmer vo všetkých hospodársky vyspelých štátoch, ale aj v mnohých menej rozvinutých krajinách. Z uplatňovania na národohospodárskej úrovni neskoršie vznikali aplikácie na úrovni podniku (firmy), odvetvia, regiónu a potom sa začala táto metóda využívať aj na úrovni medzinárodnej. Je prirodzené, že uplatňovanie input–output analýzy v rôznych ekonomických systémoch viedlo k rozvinutiu alebo modifikácii niektorých zložiek tejto metódy. Využitie input-output analýzy umožňuje preskúmať medziodvetvové väzby a zlepšiť kvalitu analýzy s ohľadom na sledovanie významu jednotlivých odvetví v ekonomike.

Vo všeobecnosti multiplikátory v input – output modeli predstavujú podiel celkového efektu určitej zmeny veličiny k počiatočnému efektu exogénnej zmeny. Pričom exogénna

---

<sup>1</sup> doc. Ing. Marián Goga, PhD., Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska 1/b, Bratislava, goga@euba.sk.

zmena (napr. zmena v konečnom dopyte jednotlivých odvetví) predstavuje hodnotu, na základe ktorej sa postupným narastaním počiatočný efekt transformuje do celkového efektu. V podmienkach input – output analýzy sa rozlišujú celkové efekty v otvorených modeloch (priame + nepriame efekty) a v uzavretých modeloch (priame + nepriame + indukované efekty) (Isard, W., Azis I. J., Drennan, M. P., Miller, R. E., Saltzman, S., Thorbecke, E., 1998, s. 59). Pri identifikácii a definovaní jednotlivých multiplikátorov sa v odbornej literatúre môžeme stretnúť s istými odlišnosťami, i keď ich základná myšlienka zostáva rovnaká. Najznámejšie a najpoužívanejšie sú multiplikátor výroby (produkcie), multiplikátor príjmov, multiplikátor zamestnanosti, multiplikátor pridanej hodnoty a multiplikátor dovozných koeficientov. Rozdielnosť v názve jednotlivých multiplikátorov spočíva vo výbere počiatočného efektu, resp. exogénnej zmeny.

V článku sa zameriame v prvej časti na metodologické problémy modelovania multiplikátorov v input-output analýze a v druhej časti aplikujeme a porovnáme niektoré multiplikátory pri analýze ekonomiky Slovenska z použitej input-output tabuľky za roky 2000 a 2014.

## 2 Princíp multiplikátorov v input-output analýze

Input-output multiplikátory sú nástroje, vďaka ktorým je možné predvídať dôsledky zmeny dopytu po produkcii jedného odvetvia na celú ekonomiku. Poskytujú rýchle odpovede na možné vplyvy rastúceho alebo klesajúceho dopytu po odvetvovej produkcii, na možné dôsledky nových projektov a na výsledky stratégií zameraných na nahrádzanie dovozu, a to nielen v samotnom odvetví, ale aj vo všetkých ostatných odvetviach hospodárstva. Ich použitie je pomerne jednoduché a relatívne účinné. Pretože multiplikátory opisujú priemerné dôsledky, nezohľadňujú výnosy z rozsahu, nevyužitú kapacitu ani technologické zmeny. Najjednoduchším a najčastejšie používaným input-output multiplikátorom je multiplikátor výstupu (produkcie), ktorý vyjadruje vzťah medzi počiatočným nárastom produkcie (alebo dopytu) jedného odvetvia a konečným nárastom produkcie všetkými odvetviami hospodárstva. Preto, ak sa zmení dopyt po produkcii daného odvetvia o jednotku, celková produkcia vo všetkých odvetviach sa zvýši presne o hodnotu multiplikátora. Pri interpretácii je dôležité poznamenať, že multiplikátor produkcie započíta tiež celú medzispotrebu, a preto niektoré vstupy môžu byť započítané opakovane v celom dodávateľsko-odberateľskom reťazci. Multiplikátory produkcie bývajú teda značne nadhodnotené pre interpretáciu výsledkov. Okrem uvedeného multiplikátora môžeme pre každé odvetvie vypočítať aj multiplikátor zamestnanosti, multiplikátor príjmov, multiplikátor pridanej hodnoty a multiplikátor dovozu.

Multiplikátor zamestnanosti vyjadruje počet pracovných miest, ktoré v celom hospodárstve vytvára jednotka konečnej spotreby  $j$ -tej komodity. Ináč povedané, tento multiplikátor vyjadruje, koľko vznikne nových pracovných miest pri zvýšení produkcie určitého odvetvia napr. o tisíc eur. Multiplikátor príjmov predstavuje hodnotu príjmov, ktoré v celej ekonomike vygeneruje zvýšenie konečnej spotreby  $j$ -tej komodity o jednotku. Multiplikátor pridanej hodnoty je definovaný ako pridaná hodnota, ktorú v celej ekonomike vygeneruje zvýšenie konečnej spotreby  $j$ -tej komodity o jednotku. Multiplikátor dovozu určuje celkovú hodnotu dovozu potrebnú na to, aby bolo v danej ekonomike možné zvýšiť hodnotu konečnej spotreby  $j$ -tej komodity o jednotku (Husár, J., Mokrášová, V., Goga, M., 2007).

Analýza ekonomických dôsledkov zmien v parametroch, ktoré sú pre Leontiefov input-output model dané exogénne je jedným z jeho hlavných využití. Na účely takejto analýzy sa ako veľmi vhodný javí práve Leontiefov input-output model. Na základe tohto modelu vieme pomocou príslušnej Leontiefovej inverznej matice vypočítať, aký dôsledok má daná okamžitá zmena v konečnej spotrebe na objemy produkcie všetkých komodít v hospodárstve (Adams, A. A., Stewart, I. G., 1956).

Pri analýze vychádzame z maticovo – vektorového zápisu sústavy distribučných rovníc v tvare:

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{y} = \mathbf{x}, \quad (1)$$

resp. 
$$(\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{x} = \mathbf{y}, \quad (2)$$

kde  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{nn}$ ,  $\mathbf{x} = [x_i]_{n1}$ ,  $\mathbf{y} = [y_i]_{n1}$  a  $\mathbf{I}$  je jednotková matica.

Vzťahy (1) a (2) predstavujú sústavy lineárnych rovníc, ktoré tvoria základ otvoreného statického leontiefovského input–output modelu (Leontief, W., 1951).

Tento input–output model zobrazuje systém, ktorého zložkami sú odvetvia. Otvorený je preto, lebo produkcia odvetví sa spotrebúva nielen vo výrobnjej sfére, ale aj mimo nej, vo sfére konečnej (finálnej) spotreby. Na druhej strane do systému vstupujú zložky, vytvárané mimo vlastného systému (primárne zdroje). Sú to najmä pracovné sily, kapitál, produkcia z dovozu a pod. Systém je teda spojený určitými väzbami so svojim okolím tak na strane výstupu (outputu), ako aj na strane vstupu (inputu).

Na výpočet multiplikátorov, ktoré vyhodnocujú efekty niektorých premenných na hodnotu ekonomickej aktivity sa používajú väzby jednotlivých sektorov zachytené v Leontiefovej inverznej matici. Pri riešení sa využíva vzťah (2) modifikovaný do tvaru:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}, \quad (3)$$

resp. 
$$\mathbf{x} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{y}, \quad (4)$$

kde  $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_{ij}] = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ .

Prvky inverznej matice  $r_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) nazývame celkovými (komplexnými) koeficientmi spotreby. Závisia iba od technických koeficientov  $a_{ij}$  a majú charakter parametrov.

Systém lineárnych rovníc predstavujúci Leontiefov input-output model teda zachytáva priame aj nepriame efekty zmeny v objeme konečnej spotreby danej komodity. Prostredníctvom jednotlivých stĺpcov Leontiefovej inverznej matice tento model umožňuje vyčíslit' dôsledky zmeny v konečnej spotrebe jednej z komodít na jednotlivé objemy produkcie všetkých komodít v hospodárstve.

Sústavu (4) možno zapísať aj v tvare

$$x_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} \cdot y_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Koeficienty  $r_{ij}$  vyjadrujú teda nutný rozsah výroby v  $i$ -tom odvetví ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) potrebný na zabezpečenie výroby jednotky produkcie  $j$ -tého odvetvia pre konečnú spotrebu.

Komplexné koeficienty spotreby (koeficienty celkovej spotreby)  $r_{ij}$  vyjadrujú tiež prírastok produkcie  $i$ -tého odvetvia na jednotkový prírastok konečnej spotreby produkcie  $j$ -tého odvetvia. Vyplýva to z derivácie vzťahu (5)

$$\frac{\partial x_i}{\partial y_j} = r_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Medzi prírastkom konečnej spotreby  $\Delta y$  a prírastkom objemu celkovej produkcie  $\Delta x$  platí teda vzťah

$$\Delta x = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \Delta y \quad (7)$$

Matica  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  sa preto tiež nazýva maticovým multiplikátorom, ktorý transformuje zmeny v konečnej spotrebe na zmeny v objeme výroby. Koeficienty  $r_{ij}$  sa vzťahujú na konečnú spotrebu; na rozdiel od koeficientov priamej spotreby  $a_{ij}$  (tie sa vzťahujú na celkový objem produkcie odvetví), preto sa nazývajú aj koeficientmi celkovej materiálnej spotreby (Goga, M., 2009).

Zmena konečného dopytu generuje nielen priame, ale aj nepriame efekty, ktoré vzniknú touto zmenou dopytu. Priame efekty vyjadrujú, že ak sa zvýši konečná spotreba v  $i$ -tom odvetví o jednotku, musí odvetvie  $i$  vyrobiť o jednotku viac. Avšak toto zvýšenie výroby v odvetví  $i$  spôsobené zvýšením spotreby  $i$ -tého odvetvia je podmienené zvýšením výroby aj v ostatných  $(n - 1)$  odvetviach, ktoré sú dodávateľmi vstupov do odvetvia  $i$ . Tieto zmeny spôsobujú, že konečný efekt na ekonomiku je väčší ako počiatočná zmena konečného dopytu.

Komplexné koeficienty spotreby  $r_{ij}$  sú vždy nezáporné a väčšie alebo rovnajúce sa zodpovedajúcim technickým koeficientom. Medzi koeficientmi priamej a celkovej spotreby  $a_{ij}$  a  $r_{ij}$  platí vzťah:

$$\begin{aligned} r_{ij} &\geq a_{ij}, & i, j &= 1, 2, \dots, n \\ r_{ii} &\geq 1 + a_{ii}, & i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (8)$$

Tento vzťah bezprostredne vyplýva z možnosti rozkladu matice  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  do konvergujúcej postupnosti matíc (Sojka, J., Šimkovic, J., Hatrák, M., 1981, s. 291)

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} &= \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \dots + \mathbf{A}^k + \dots \\ (\mathbf{A}^k &\rightarrow 0, \text{ pre } k \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (9)$$

Je dokázané, že konvergencia tohto súčtu a zároveň platnosť rovnosti sú ekvivalentné so splnením Hawkinsovej – Simonovej podmienky, ktorá je nutnou a zároveň postačujúcou podmienkou pre samotnú existenciu Leontieffovej inverznej matice (Takayama, A., 1985, s. 363).

Takýto rozklad je možný vtedy, ak platí

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{A}^{k+1} = \mathbf{0}. \quad (10)$$

Ďalej vo vzťahu (9) sčítame všetky matice, okrem prvej a druhej a súčet označíme  $\mathbf{R}^*$ :

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \dots + \mathbf{A}^k + \dots \quad (11)$$

Maticu komplexných koeficientov  $\mathbf{R}$  môžeme potom napísať v tvare, v ktorom sa dá použiť na skúmanie štruktúry hospodárstva:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{R}^* \quad (12)$$

Pretože matica  $\mathbf{A}$  je nezáporná ( $a_{ij} \geq 0$ ), sú nezáporné aj mocniny matice  $\mathbf{A}$  a tiež matica  $\mathbf{R}^*$ , ktorá je súčtom mocnín matice  $\mathbf{A}$ , je nezáporná ( $r_{ij}^* \geq 0$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ).

Pre jednotlivé komplexné koeficienty spotreby  $r_{ij}$  platí:

$$r_{ij} = a_{ij} + r_{ij}^* + \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (13)$$

kde  $a_{ij} \geq 0$ ,  $r_{ij}^* \geq 0$  a  $\delta_{ij} = 1$ , pre  $i = j$ ,  
 $\delta_{ij} = 0$ , pre  $i \neq j$ .

Odtiaľ vyplýva, že komplexné koeficienty spotreby  $r_{ij}$  sú nezáporné a sú väčšie alebo rovnajúce sa zodpovedajúcim technickým koeficientom  $a_{ij}$ . Tie koeficienty, ktoré v matici  $\mathbf{R}$  ležia na hlavnej diagonále ( $r_{ij}$ , pre  $i = j$ ), sú väčšie alebo rovnajúce sa 1, lebo  $\delta_{ij} = 1$ , pre  $i = j$ .

Na analytické účely z input-output tabuľky za rok 2000 a 2014 využijeme v ďalšej časti tohto článku pri analýze a porovnaní zmien vo vývoji v niektorých odvetviach slovenskej ekonomiky tri typy multiplikátorov: multiplikátor produkcie (výroby), multiplikátor pridanej hodnoty a multiplikátor dovozu.

### 1. Multiplikátor produkcie

Na výpočet multiplikátora produkcie  $m(p)_j$  za odvetvie  $j$ , ktorý vyhodnocuje efekty niektorých premenných na hodnotu ekonomickej aktivity použijeme väzby jednotlivých odvetví zachytené v Leontiefovej inverznej matici:

$$m(p)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij} \quad (14)$$

Pre input-output analýzu je zaujímavá aj hodnota produkcie, ktorú generujú jednotlivé zložky konečnej spotreby. Túto hodnotu možno získať vynásobením inverznej Leontiefovej matice jednotlivými zložkami konečnej spotreby (konečnou spotrebou domácností  $C$ , konečnou spotrebou štátnej správy  $G$ , investíciami  $I$  a exportom  $E$ ):

$$\mathbf{x}_C = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_C ; \mathbf{x}_G = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_G ; \mathbf{x}_I = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_I ; \mathbf{x}_E = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_E \quad (15)$$

Súčet generovaných hodnôt produkcie jednotlivými zložkami konečnej spotreby sa rovná celkovej produkcii, čiže  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_C + \mathbf{x}_G + \mathbf{x}_I + \mathbf{x}_E$ .

Multiplikátory jednotlivých zložiek konečnej spotreby sa dajú vyčíslieť ako podiel novej generovanej hodnoty jednotlivých zložiek konečnej potreby a pôvodnej hodnoty zložiek konečnej spotreby. Teda:

- Multiplikátor konečnej spotreby domácností:  $m(p)_C = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^C}{\sum_{j=1}^n y_j^C}$ ,
- Multiplikátor konečnej spotreby štátnej správy:  $m(p)_G = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^G}{\sum_{j=1}^n y_j^G}$ ,
- Multiplikátor investícií:  $m(p)_I = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^I}{\sum_{j=1}^n y_j^I}$ ,
- Multiplikátor exportu:  $m(p)_E = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^E}{\sum_{j=1}^n y_j^E}$ .

Hodnota týchto multiplikátorov musí byť väčšia ako jednotka.

### 2. Multiplikátor pridanej hodnoty

Skúma vzťah medzi pridanou hodnotou a konečnou spotrebou a pre vybrané odvetvie určuje akú pridanú hodnotu vytvorilo zvýšenie konečnej spotreby odvetvia  $j$  o jednotku.

Pri výpočtoch vychádzame z koeficientov pridanej hodnoty zapísaných v tvare diagonálnej matice  $\hat{\mathbf{A}}_{ph}$  použitých v tomto vzťahu:

$$\mathbf{R}^{ph} = \hat{\mathbf{A}}_{ph} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (16)$$

Matica  $\mathbf{R}^{ph}$  predstavuje maticu kumulatívnych koeficientov pridanej hodnoty a vyjadruje priame a nepriame efekty pridanej hodnoty na zmenu v konečnej spotrebe.

Multiplikátoru pridanej hodnoty zodpovedá súčet prvkov v  $j$ -tom stĺpci matice  $\mathbf{R}^{ph}$ :

$$m(ph)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^{ph} \quad (17)$$

Ak sa vynásobí matica kumulatívnych koeficientov pridanej hodnoty s príslušnými vektormi konečnej spotreby, dostaneme celkovú pridanú hodnotu, ktorá je generovaná danými zložkami konečnej spotreby:

$$\mathbf{ph}_C = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_C; \quad \mathbf{ph}_G = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_G; \quad \mathbf{ph}_I = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_I; \quad \mathbf{ph}_E = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_E. \quad (18)$$

Súčet týchto vektorov generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby sa rovná vektoru celkovej pridanej hodnoty, t. j.  $\mathbf{ph} = \mathbf{ph}_C + \mathbf{ph}_G + \mathbf{ph}_I + \mathbf{ph}_E$ .

Multiplikátor pridanej hodnoty vypočítame na základe generovaných hodnôt jednotlivých zložiek konečnej spotreby:

- a) multiplikátor konečnej spotreby domácností:  $m(ph)_C = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^C}{\sum_{j=1}^n y_j^C}$ ,
- b) multiplikátor konečnej spotreby štátnej správy:  $m(ph)_G = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^G}{\sum_{j=1}^n y_j^G}$ ,
- c) multiplikátor investícií:  $m(ph)_I = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^I}{\sum_{j=1}^n y_j^I}$ ,
- d) multiplikátor exportu:  $m(ph)_E = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^E}{\sum_{j=1}^n y_j^E}$ .

Tieto multiplikátory pomáhajú určiť závislosť zmeny v objeme zložky konečnej spotreby na pridanú hodnotu v ekonomike.

### 3. Multiplikátor dovozu

Tento multiplikátor pre vybrané odvetvie určuje, aké množstvo dovozu je potrebné na zvýšenie konečnej spotreby odvetvia  $j$  o jednotku. Na výpočet sa používa matica priamych dovozných koeficientov v diagonálnom tvare  $\hat{\mathbf{A}}_d$  dosadená do tohto vzťahu:

$$\mathbf{R}^d = \hat{\mathbf{A}}_d \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (19)$$

Matica  $\mathbf{R}^d$  predstavuje maticu kumulatívnych dovozných koeficientov, pričom jej koeficienty určujú celkovú hodnotu produkcie, ktorú potrebuje odvetvie  $i$  doviezť na to, aby mohlo pre konečnú spotrebu odvetvia  $j$  vyprodukovať jednotku produkcie.

Multiplikátor dovozu je tvorený súčtom prvkov v  $j$ -tom stĺpci matice  $\mathbf{R}^d$ :

$$m(d)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^d \quad (20)$$

Priamy a nepriamy dovoz potrebný na konečnú spotrebu dostaneme vynásobením matice kumulatívnych dovozných koeficientov  $\mathbf{R}^d$  s príslušnými vektormi konečnej spotreby:

$$\mathbf{d}_C = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_C; \quad \mathbf{d}_G = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_G; \quad \mathbf{d}_I = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_I; \quad \mathbf{d}_E = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_E \quad (21)$$

Súčet vypočítaných vektorov dovozu generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby sa musí rovnať vektoru celkového dovozu, t. j.  $\mathbf{d} = \mathbf{d}_C + \mathbf{d}_G + \mathbf{d}_I + \mathbf{d}_E$ .

Multiplikátor dovozu sa dá na základe generovaných hodnôt jednotlivých zložiek konečnej spotreby vypočítať takto:

- a) multiplikátor konečnej spotreby domácností:  $m(d)_C = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^C}{\sum_{j=1}^n y_j^C}$ ,
- b) multiplikátor konečnej spotreby štátnej správy:  $m(d)_G = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^G}{\sum_{j=1}^n y_j^G}$ ,
- c) multiplikátor investícií:  $m(d)_I = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^I}{\sum_{j=1}^n y_j^I}$ ,
- d) multiplikátor exportu:  $m(d)_E = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^E}{\sum_{j=1}^n y_j^E}$ .

Uvedené multiplikátory dovozu kvantifikujú objemy dovozu, generovaného jednotkovým objemom danej zložky konečnej spotreby. Umožňujú určiť dôsledky zmien v jednotlivých zložkách konečnej spotreby na celkový objem dovozu v ekonomike.

### 3 Aplikácia multiplikátorov vo vybraných odvetviach ekonomiky Slovenska

V tejto časti článku sa v rámci analýzy vybraných odvetví ekonomiky Slovenska zameriame na aplikovanie metodologických a teoretických úvah a numerický výpočet ukazovateľov z predchádzajúcej časti. Porovnáme efekty, ktoré vyvolávajú zložky konečnej spotreby vzhľadom na domácu produkciu, pridanú hodnotu a dovoz produkcie do niektorých odvetví slovenskej ekonomiky.

Zaujímá nás aj to, ako zložky konečnej spotreby ovplyvnili produkciu jednotlivých komodít a najmä to, aký bol pomer generovanej produkcie ku konečnej spotrebe. Aplikujeme Leontiefov štruktúrny model v ekonomike Slovenska a na jeho základe vysvetlíme niektoré štrukturálne súvislosti slovenskej ekonomiky, vypočítame jednotlivé multiplikátory z predchádzajúcej časti článku a vysvetlíme ich vplyv na ekonomiku Slovenska (Lábaj, M., Luptáčik, M., Rumpelová, D., 2008).

Poznamenávame, že analýza a výpočty boli v rámci výskumu robené za všetkých 56 odvetví, pričom odvetvia sú zoskupené do jednotlivých kategórií a oddielov, ktoré korešpondujú s klasifikáciou ekonomických činností EU NACE. Input-output tabuľka, ktorá bola k dispozícii pre Slovensko za roky 2000 a 2014 bola získaná z webovej stránky WIOD.org – world input-output database a údaje v tabuľkách boli v mil. dolárov. Výpočty boli realizované v MS Exceli. Do tohto článku, vzhľadom na rozsiahlosť výpočtov, sme vybrali analýzu 10 odvetví: **A02** – Lesníctvo a ťažba dreva, **B** – Ťažba a dobývanie, **C17** – Výroba papiera a papierových výrobkov, **C20** – Výroba chemikálií a chemických produktov, **C24** – Výroba a spracovanie kovov, **C27** – Výroba elektrických zariadení, **C28** – Výroba strojov a zariadení, **C29** – Výroba motorových vozidiel, návesov a prívesov, **F** – Stavebníctvo a H51 – Letecká doprava.

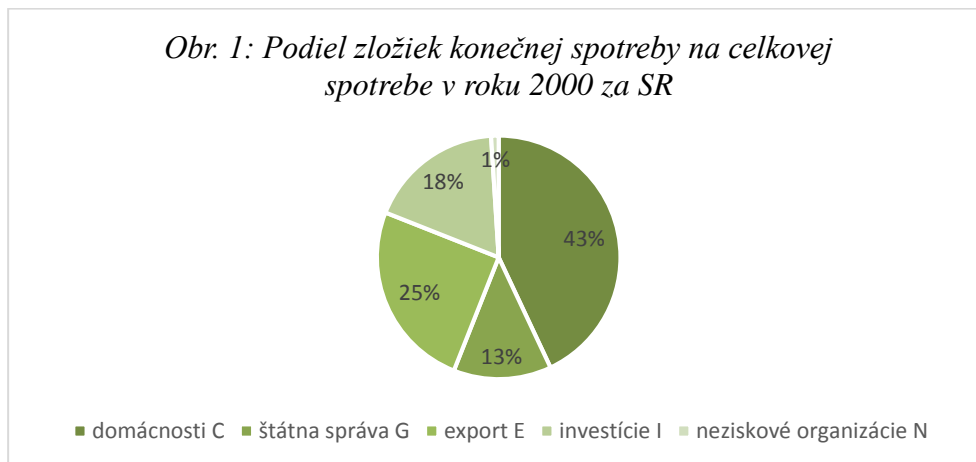
Na výpočet multiplikátorov boli zostavené za každý z uvedených rokov matice priamych koeficientov spotreby **A**, z ktorých boli vypočítané leontiefovské inverzné matice **R** tvoriace základ na výpočet jednotlivých multiplikátorov. Okrem toho na výpočet multiplikátorov boli potrebné aj koeficienty pridanej hodnoty a dovozné koeficienty. Vypočítané vektory týchto koeficientov boli zapísané v tvare diagonálnych matic a upravené na matice kumulovaných koeficientov.

Vývoj podielu zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe v roku 2000 a 2014 zobrazujú obrázky 1 a 2. V roku 2000 bola najväčšia časť vyrobenej produkcie spotrebovaná v domácnostiach (43 %), pričom na export išlo 25 % produkcie, na hrubú tvorbu kapitálu (investície) 18 % a štátna správa spotrebovala 13 % vytvorenej celkovej produkcie.

V roku 2014 bol podiel zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe iný – najväčšia časť vyrobenej produkcie išla na export (48 %), pričom domácnosti spotrebovali 29 %, na hrubú tvorbu kapitálu bolo spotrebovaných 12 % a štátna správa spotrebovala 11 % vytvorenej celkovej produkcie v ekonomike Slovenska.

Z porovnania výsledkov vyplýva, že v roku 2000 bola slovenská ekonomika orientovaná na spotrebu a v roku 2014 bola orientovaná na export.

Obr. 1: Podiel zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe v roku 2000 za SR



Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 2: Podiel zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe v roku 2014 za SR



Zdroj: vlastné spracovanie

V *tabuľke 1* sú vypočítané údaje koeficientov pridanej hodnoty, ktoré vyjadrujú podiel pridanej hodnoty na celkovej produkcii a koeficienty dovozu, ktoré vyjadrujú veľkosť spotreby dovezenej produkcie na výrobu jednotky celkovej produkcie v danom odvetví.

Z vypočítaných koeficientov pridanej hodnoty a dovozu v *tabuľke 1* vyplýva, že napríklad v odvetví **A02** – Lesníctvo a ťažba dreva tvorila pridaná hodnota v roku 2000 56,15 % v roku 2014 59,07 % z hodnoty celkovej produkcie, čo je mierny nárast. Dovozný koeficient v tomto odvetví ukazuje, že na výrobu jednotky celkovej produkcie v roku 2000 bolo dovezených 0,0016 jednotiek surovín a v roku 2014 tento podiel stúpol na 0,0044 jednotiek surovín. Iná situácia bola v odvetví **C28** – Výroba strojov a zariadení, v ktorom pridaná hodnota v roku 2000 bola 36,25 % a v roku 2014 klesla na 28,92 %, pričom veľkosť dovezenej produkcie do odvetvia v roku 2000 bola 0,0186 a roku 2014 vzrástla na 0,0248.



Tab. 1: Koeficienty pridanej hodnoty a dovozu za SR

	Koeficienty			
	Pridanej hodnoty		Dovozu	
	2000	2014	2000	2014
<b>A02</b>	0,5615	0,5907	0,0016	0,0044
<b>B</b>	0,4881	0,6047	0,0124	0,0142
<b>C17</b>	0,3021	0,2523	0,0096	0,0183
<b>C20</b>	0,2619	0,1964	0,0164	0,0273
<b>C24</b>	0,1902	0,1962	0,0236	0,0394
<b>C27</b>	0,2254	0,2130	0,0298	0,0256
<b>C28</b>	0,3625	0,2892	0,0186	0,0248
<b>C29</b>	0,1560	0,1247	0,0342	0,0317
<b>F</b>	0,3574	0,4699	0,0068	0,0065
<b>H51</b>	0,0893	0,2742	0,0109	0,0084

Zdroj: vlastné spracovanie

Výpočet multiplikátorov za niektoré odvetvia je uvedený v *tabuľke 2*. Ich význam je dôležitý najmä v situácii, keď sa vládne orgány rozhodujú, do ktorého odvetvia viac investovať, aby sa zvýšila celková produkcia v ekonomike. Vtedy by sa malo vybrať odvetvie s najvyššou hodnotou multiplikátora.

Tab. 2: Hodnoty multiplikátorov za SR

	Multiplikátory					
	Produkcie		Pridanej hodnoty		Dovozu	
	2000	2014	2000	2014	2000	2014
<b>A02</b>	1,8916	1,7337	0,9783	0,9767	0,0070	0,0108
<b>B</b>	2,2546	1,8242	0,9455	0,9394	0,0267	0,0285
<b>C17</b>	2,7619	2,7258	0,9532	0,9159	0,0269	0,0455
<b>C20</b>	2,8410	2,9357	0,8453	0,8444	0,0457	0,0734
<b>C24</b>	3,1745	2,8139	0,9139	0,8841	0,0528	0,0769
<b>C27</b>	3,1265	3,2231	0,8908	0,8767	0,0707	0,0973
<b>C28</b>	2,7280	2,8282	0,9267	0,9080	0,0460	0,0663
<b>C29</b>	3,6097	3,7830	0,8787	0,8691	0,0891	0,1021
<b>F</b>	2,6404	2,1709	0,9319	0,9506	0,0259	0,0234
<b>H51</b>	3,2112	2,6328	0,8450	0,9034	0,0458	0,0396

Zdroj: vlastné spracovanie

Z *tabuľky 2* vidieť, že na zabezpečenie jednotky celkovej produkcie napríklad v odvetví **A02** – Lesníctvo a ťažba dreva musela ekonomika SR v roku 2000 vytvoriť 1,8916 jednotiek produkcie, pričom v roku 2014 sa táto hodnota znížila na 1,7337 jednotiek celkovej produkcie.

Ak sa v tomto odvetví zvýšil dopyt po produkcii o 1 000 jednotiek, potom sa pridaná hodnota v roku 2000 v celej ekonomike zvýšila o 978,3 jednotiek a v roku 2014 to bolo o 976,7 jednotiek produkcie. Pri multiplikátore dovozu bol potrebný na zvýšenie konečnej spotreby

o 1 000 jednotiek produkcie v roku 2000 celkový objem dovozu do ekonomiky SR vo výške 7,0 jednotiek produkcie a v roku 2014 sa táto hodnota zvýšila na 10,8 jednotiek produkcie.

Pri multiplikátoroch zložiek konečnej spotreby (*tabuľka 3*) je kvantifikované množstvo celkovej produkcie, pridanej hodnoty a dovozu v ekonomike SR, ktoré je generované jednotkou zložky konečnej spotreby v rokoch 2000 a 2014.

Z údajov v *tabuľke 3* vyplýva, že najvyšší vplyv na zmenu celkovej produkcie v ekonomike Slovenska mal v oboch analyzovaných obdobiach export – v roku 2000 to bolo 2,9163 a v roku 2014 to bolo 2,9315 jednotiek produkcie. Nízky vplyv na zmeny celkovej produkcie v ekonomike SR mala spotreba štátnej správy a neziskových organizácií (1,8524 a 1,7971, resp. 2,0109 a 1,6837).

Tab. 3: Multiplikátory zložiek konečnej spotreby za SR

	Multiplikátory zložiek konečnej spotreby					
	Produkcie		Pridanej hodnoty		Dovozu	
	2000	2014	2000	2014	2000	2014
<b>C</b>	2,5173	2,4052	0,9229	0,9251	0,0286	0,0414
<b>G</b>	1,8524	1,7971	0,9554	0,9633	0,0117	0,0152
<b>I</b>	2,6262	2,2467	0,9325	0,9468	0,0081	0,0308
<b>E</b>	2,9163	2,9315	0,9133	0,8953	0,0494	0,0743
<b>N</b>	2,0109	1,6837	0,9498	0,9675	0,0134	0,0100

Zdroj: vlastné spracovanie

V *tabuľke 3* ďalej vidieť, že najväčší vplyv na zmenu objemu pridanej hodnoty v ekonomike SR mala spotreba štátnej správy a neziskových organizácií (0,9554 a 0,9633, resp. 0,9498 a 0,9675). Najmenší vplyv na zmenu pridanej hodnoty mal export krajiny, ktorý z hodnoty 0,9133 v roku 2000 klesol v roku 2014 na hodnotu 0,8953 (Reichlová, M., 2019).

Najvyššie hodnoty multiplikátora dovozu v ekonomike SR (*tabuľka 3*) generoval v oboch analyzovaných obdobiach export krajiny. Od roku 2000 do roku 2014 zaznamenal export nárast z hodnoty 0,0494 jednotky produkcie na hodnotu 0,0743 jednotiek celkovej produkcie. Nárast zaznamenala aj hrubá tvorba kapitálu (investície), pričom hodnota multiplikátora sa od roku 2000 do roku 2014 zvýšila z 0,0081 na 0,0308 jednotiek. Najmenší vplyv na zmeny dovozu mala spotreba štátnej správy a neziskových organizácií.

#### 4 Záver

Cieľom článku v rámci výskumu bolo analyzovať postavenie jednotlivých odvetví v ekonomike Slovenska z hľadiska rôznych ukazovateľov a merateľných výstupov založených na input-output analýze. Ukázali sme možnosti odvodenia multiplikátorov a ich využitie pri tvorbe analýzy ekonomických prínosov. Analyzovali sme efekty jednotlivých zložiek konečného použitia alebo celkovej spotreby na produkciu, pridanú hodnotu a dovoz v ekonomike Slovenska. Naše závery potvrdili významnú úlohu domáceho dopytu pri tvorbe celkovej produkcie a pridanej hodnoty v ekonomike, pričom jednoduché štatistiky jeho význam skôr podceňujú. K podobným záverom dospeli Habrman, M., (2013) pri analýze efektov exportu na pridanú hodnotu a zamestnanosť na Slovensku, Vintrová, R., (2012) pri analýze významu domáceho dopytu v Českej republike, či Kubala, J., Lábaj, M., Silanič, P., (2015) pri analýze významu jednotlivých odvetví v slovenskej ekonomike v roku 2010.

V článku sme identifikovali význam niektorých odvetví v slovenskej ekonomike v roku 2000 a 2014. Niektoré odvetvia prinášajú pre ekonomiku malé celkové efekty, vzhľadom na ich veľkosť, ale výrazné prínosy z jednej dodatočnej jednotky celkovej spotreby. Iné sú dôležité

práve svojou veľkosťou alebo previazanosťou s inými odvetvami. Ani kľúčové odvetvia by neprinášali pre rozvoj celého národného hospodárstva pozitívne výstupy, ak by dobre nefungovali komplexné väzby medzi odvetvami navzájom. Uvedené súvislosti a empirické výsledky v článku môžu byť podkladom pri tvorbe priemyselnej politiky Slovenska alebo pri nadväzujúcich empirických štúdiách.

**Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0248/17: *Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie.***

## Literatúra

- [1] Adams, A. A., Stewart, I. G. (1956). Input-Output Analysis: An Application. In: *The Economic Journal*, No. 263, Sept., s. 442-454.
- [2] De March, M., Bernar, O., De Bour, S., Beutel, J., Brainbant, M. (2008). *Eurostat Manual of Supply Use and Input-Output Tables*. Luxembourg: Office for Official Publications of European Communities.
- [3] Fecanin, J. a kol. (1985). *Štruktúrna analýza a rozmiestňovacie modely*. Bratislava – Praha: Alfa – SNTL.
- [4] Goga, M. (2009). *Input-output analýza*. Bratislava: IURA EDITION.
- [5] Habrman, M. (2013). *Vplyv exportu na pridanú hodnotu a zamestnanosť v slovenskej ekonomike*. [Working Papers 53.] Bratislava: Ekonomický ústav SAV.
- [6] Husár, J., Mokrášová, V., Goga, M. (2007). *Input-output analýza a systém národných účtov*. Bratislava: EKONÓM.
- [7] Isard, W., Azis, I. J., Drennan, M. P., Miller, R. E., Saltzman, S., Thorbecke, E. (1998). *Methods of Interregional and Regional Analysis*. England: Ashgate, 490 s.
- [8] Kubala, J., Lábaj, M., Silanič, P. (2015). Štruktúrne väzby v slovenskej ekonomike v roku 2010: identifikácia kľúčových odvetví. In: *Ekonomický časopis*, 63(8), s. 795- 816.
- [9] Lábaj, M. (2013). Vývoj slovenskej ekonomiky v rokoch 2008 a 2009 z pohľadu input-output analýzy. In: *Ekonomický časopis*, 61(10), s. 994-1010.
- [10] Lábaj, M., Luptáčík, M., Rumpelová, D. (2008). Štruktúrne súvislosti slovenskej ekonomiky na báze input-output analýzy. In: *Ekonomický časopis*, 56(5), s. 477-494.
- [11] Leontief, W. (1951). *The Structure of American Economy 1919 – 1929*. New York: Oxford University Press.
- [12] Leontief, W. (1953). *Studies in the Structure of the American Economy*. New York: Oxford University Press.
- [13] Reichlová, M. (2019). *Modelovanie ekonomiky SR pomocou input-output tabuľky*. Diplomová práca. Bratislava: EU FHI, 57 s.
- [14] Sojka, J., Šimkovic, J., Hatrák, M. (1981). *Modelovanie národohospodárskych procesov*. Bratislava: Alfa.
- [15] Takayama, A. (1985). *Mathematical Economics*. 2nd Edition. New York: Cambridge University Press.
- [16] *United Nations Industrial Development Organization*. (1985). Input-output tables for developing countries. Volume I. UNITED NATIONS, 325 s.
- [17] *United Nations Industrial Development Organization*. (1985). Input-output tables for developing countries. Volume II. UNITED NATIONS, 325 s.
- [18] Vintrová, R. (2012). Podceňovanie domácí poptávky v Českej republike. In: *Scientia et Societas*, VIII(2), s. 113-123.
- [19] [www.wiod.org/database/wiots16](http://www.wiod.org/database/wiots16) (10.10.2018)
- [20] <http://www.infostat.sk/ELIS/RES/okec.html> (10.10.2018)
- [21] [www.nace.sk](http://www.nace.sk) (10.10.2018)