
Využitie replikačného portfólia pre určenie trhového rizika

Ivana Faybíková¹

Abstrakt

Príspevok sa venuje replikačnému portfóliu a jeho významu pri určovaní trhového rizika v rámci životného poistného portfólia vybranej komerčnej poisťovne. V príspevku definujeme replikačné portfólio, podmienky pre jeho použitie ako aj ekonomické a neekonomické predpoklady. V závere príspevku je ukázaný reálny príklad výpočtu trhového rizika pre tri modely – kapitálovú požiadavku na solventnosť podľa direktívy Solventnosť II, švajčiarsky model Swiss Solvency Test a interný model komerčnej poisťovne Zurich Insurance Group, Ltd. – Zurich Economic Capital Model. Trhové riziko a jeho určenie tvorí významnú časť pri odhadovaní ekonomického kapitálu poisťovne.

Kľúčové slová

replikačné portfólio, trhové riziko, finančný nástroj, hodnota v riziku

Abstract

The article shows the replicating portfolio and its purpose in the determination of market risk within the risk portfolio of a selected commercial insurance company. In the article we define replicating portfolio, conditions for its use as well as economic and non-economic assumptions. Conclusion of the contribution shows real case of calculation of market risk for three models – Solvency Capital and its probability regarding the estimated economic capital of the insurance company.

Key words

Replicating portfolio, Market risk, Financial instruments, Value at Risk

JEL classification

G220, G280

1 Úvod

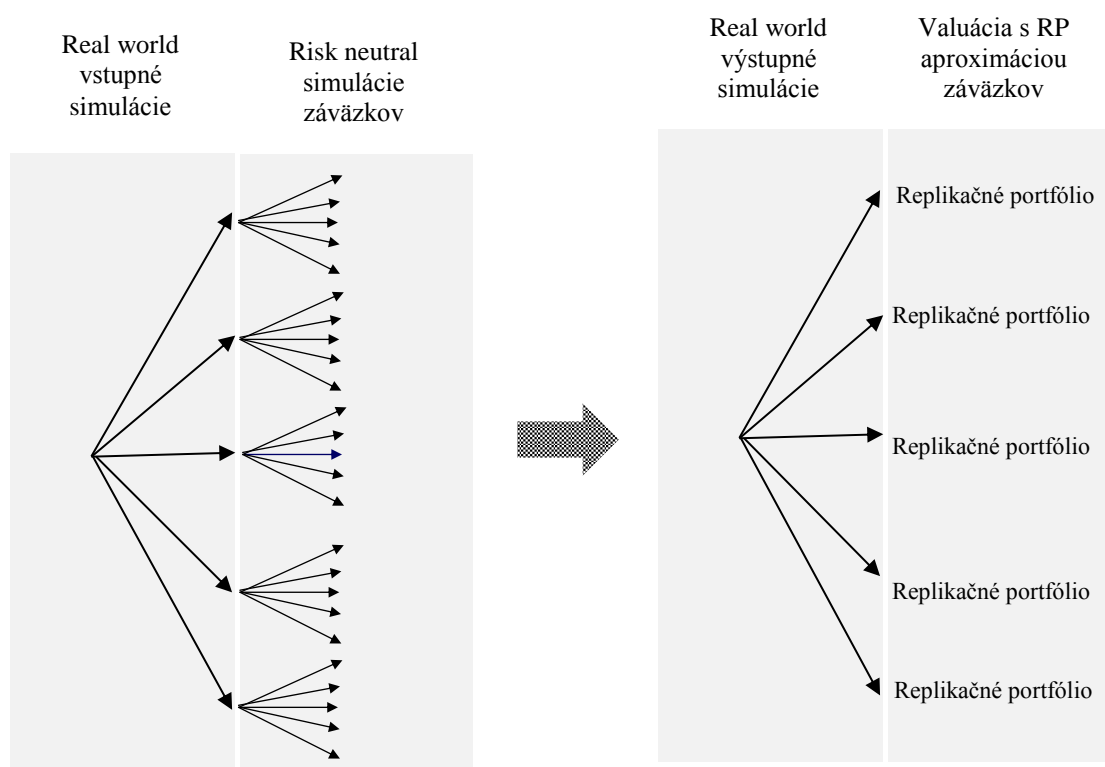
Trhové riziko sa stalo jedným z najväčších rizík, ktorým poisťovňa čelí a teda aj jedným z najvýznamnejších pre stabilitu poisťovní a finančných trhov. Trhové riziko je vo všeobecnosti definované ako potenciálne straty subjektu v dôsledku nepriaznivých zmien trhových cien a iných finančných premenných ovplyvnených cennými papiermi. Patria sem napríklad ceny akcií, úrokové sadzby, ceny dlhopisov, výmenné kurzy a podobne. Inými slovami, trhové riziko predstavuje kľúčový podiel investičného rizika. Strana aktív súvahy poisťovne pozostáva najmä z finančných investícií vo forme dlhopisov, akcií, pôžičiek pre klientova nehnuteľností, pričom všetky podliehajú trhovému riziku. Z tohto dôvodu môžu mať neočakávané zmeny v cenách akcií, výmenných kurzoch a fluktuácie úrokových sadzieb masívny dopad na spoločnosť. V príspevku bude predstavený jeden z najúčinnějších prostriedkov na odhad trhového rizika a to pomocou replikačného portfólia.

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej univerzity, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemska cesta 1/b, 825 35 Bratislava, ivana.faybikova@euba.sk.

2 Replikačné portfólio

Replikačné portfólio (*Replicating portfolio*, RP) je vysoko efektívny nástroj pri procese určovania trhového rizika. Vo všeobecnosti je replikačné portfólio definované ako „*portfólio tvorené z finančných nástrojov, ktoré má rovnaký alebo podobný peňažný tok (Cash Flow) alebo súčasnú hodnotu ako portfólio záväzkov, ktoré replikujeme*” [7]. Na to, aby sme mohli vytvoriť kvalitné replikačné portfólio, potrebujeme mať k dispozícii vhodne ocenené aktíva, ekonomické predpoklady a cash flow poisteného portfólia (záväzok), ktoré chceme replikovať. Replikačné portfólio v procese určovania trhového rizika aproximuje záväzky a nahradí best estimate hodnotu záväzkov.

Obr. 1: Nahradenie simulácie záväzkov replikačným portfóliom



Zdroj: vlastné spracovanie, podľa [10]

Na ocenenie záväzkov je používaná *Risk neutral* valuácia. Predpokladáme teda, že všetky aktíva na finančných trhoch zarábajú bezrizikový výnos a budúce cash flow-y sú diskontované bezrizikovým úrokom. Avšak, ak záväzok obsahuje finančnú garanciu, valuáciu musíme robiť stochasticky, aby sme určili jej časovú hodnotu. Pri danom stochastickom výpočte jednotlivé triedy aktív zarábajú rôzne výnosy v jednotlivých scenároch v závislosti od volatility danej triedy aktív. Scenáre pre každú triedu aktív sú nakalibrované tak, aby v priemere dali daný bezrizikový výnos. Nakoľko je takýto výpočet náročný, nahradíme ho replikačným portfóliom, pričom potrebujeme zistiť trhovú hodnotu aktív replikujúcich daný záväzok.

Takáto metóda môže byť veľmi efektívna pri výpočte kapitálu, kedy je potrebné nasimulovať zmenu aktív a záväzkov napríklad po jednom roku pri rôznych *Real world* simuláciách. Následne je pre každú simuláciu nutné urobiť stochastickú *Risk neutral* valuáciu, aby sme zistili, ako sa nám zmenila hodnota záväzku pre danú *Real world* simuláciu.

V zjednodušenom matematickom vyjadrení si replikačné portfólio môžeme predstaviť ako model [7]:

$$y = a \cdot x + \varepsilon$$

kde:

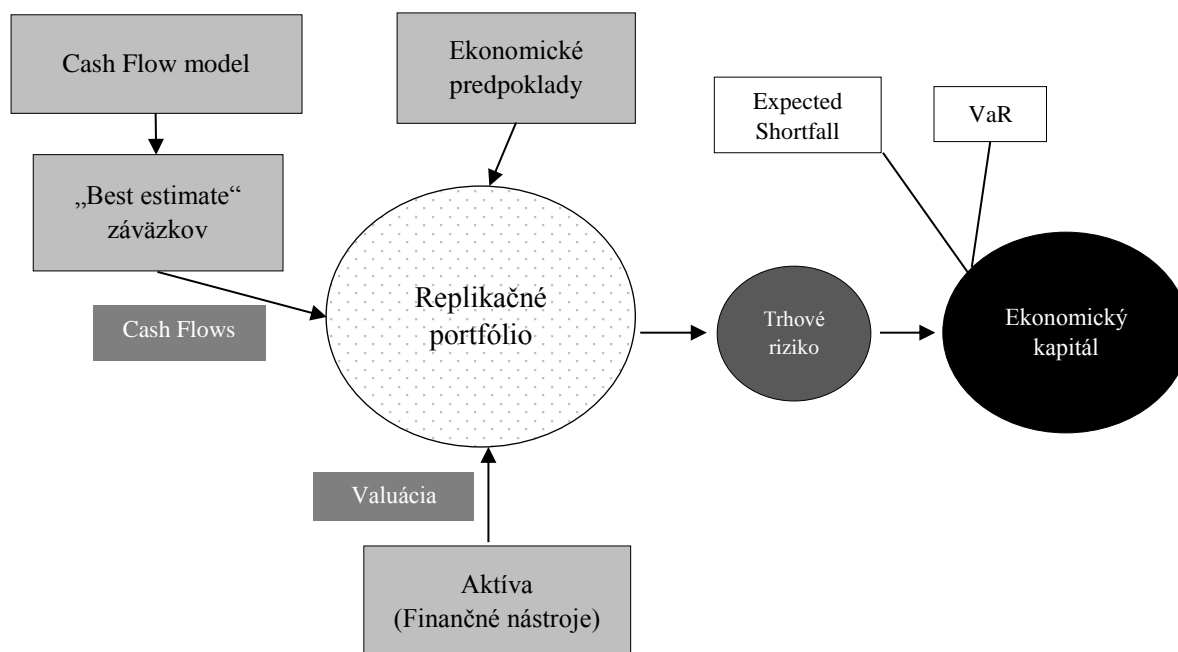
- y je cieľová premenná modelu reprezentujúca cash flow záväzku,
- a je parameter modelu reprezentujúci váhu finančného inštrumentu,
- x je vstupná premenná reprezentujúca cash flow finančného inštrumentu,
- ε je chyba kalibrácie modelu.

Aby sme vedeli určiť kvalitu vytvoreného portfólia, je potrebné otestovať ho na stresových scenároch (senzitivitách), ktoré reprezentujú rôzne trhové podmienky. V nasledujúcej schéme sú uvedené všetky potrebné vstupy (sivé obdĺžniky) a procesy (šedé obdĺžniky), aby sme mohli pre portfólio (záväzok) vytvoriť replikačné portfólio a určiť ekonomický kapitál na trhové riziko.

Vstupmi do replikačného procesu sú *Best estimate* hodnoty záväzkov, ktoré predstavujú súčasnú hodnotu budúcich peňažných tokov pre dané portfólio zmlúv, ktoré boli naprojektované v cash flow modeli za použitia najlepších (*Best estimate*) ekonomických a neekonomických predpokladov v danom čase valuácie. Do procesu nám taktiež vstupujú samotné ekonomické úredpoklady (*Yield curves, Exchange rates*) a vhodne nacenené aktíva – finančné nástroje.

Kalibračný proces je rovnica, v ktorej je cash flow (alebo súčasná hodnota) vhodných aktív pre daný scenár prenášobný váhami a výsledkom je cash flow (alebo súčasná hodnota) záväzku pre daný scenár s dodatočnými obmedzeniami.

Obr. 2: Replikačné portfólio, vstupy a výstupy v rámci určovania trhového rizika



Zdroj: vlastné spracovanie

V čase t si predstavme [7]:

$$\begin{array}{c}
 \text{cash flow aktív} \qquad \qquad \qquad \text{váhy} \qquad \text{cash flow záväzkov} \\
 \begin{pmatrix} CF_{1,1}^A & CF_{1,2}^A & \dots & CF_{1,K}^A \\ CF_{2,1}^A & CF_{2,2}^A & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ CF_{S,1}^A & \dots & \dots & CF_{S,K}^A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CF_1^Z \\ CF_2^Z \\ \vdots \\ CF_S^Z \end{pmatrix} \\
 \text{scenár 1} \\
 \text{scenár 2} \\
 \text{scenár S}
 \end{array}$$

Matematicky môžeme kalibráciu zapísať ako [6]:

$$\min_{x_1, x_2, \dots, x_n} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S \left\| CF_{s,t}^L - \sum_{k=1}^K w_k CF_{s,t,k}^A \right\|$$

Replikácia je kvalitný nástroj pri reprezentácii záväzkov životnej poisťovne pri [11]:

- kalkulácii ekonomického kapitálu (Z-ECM interný model, SCR – *Solvency Capital Requirement*, SST – *Swiss Solvency Test*), pri určovaní rozdielu medzi aktívami a záväzkami poisťovne a pri určovaní trhového rizika,
- detailnejšom informovaní o záväzkoch a ich vzťahu k trhovému riziku,
- analýzach vhodnej alokácie aktív poisťovne.

2.1 Teoretické replikačné portfólio

Životné teoretické replikačné portfólio (TRP) je replikačné portfólio, ktoré najlepšie replikuje záväzky zo životného poistenia bez ohľadu na ich dostupnosť. Cieľom je použiť také aktíva, ktoré najlepšie kopírujú záväzky pri kalibrácii. To znamená, že v procese kalibrácie sa môžu používať obchodované aktíva, aj aktíva, ktoré nie sú obchodované a ktoré nie sú dostupné prostredníctvom investičných bánk.[10]

2.2 Investovateľné replikačné portfólio

Investovateľné replikačné portfólio (IRP) je také, ktoré sa skladá len z finančných nástrojov, ktoré sú dostupné na trhu, alebo z aktív, ktoré dobre aproximujú dané finančné nástroje. IRP pozostáva z kandidátskych aktív, ktoré sú podobné aktívam dostupným na trhu pre určité skupiny aktív, čiže s podobnými lehotami a vlastnosťami. Aktíva povolené v IRP sú obmedzené faktormi ako je doba trvania, splatnosť, strike, typ majetku atď. Exotické nástroje nie sú vo všeobecnosti povolené a existujú limity na najdlhší termín (splatnosť plus tenor) každej jednotlivkej triedy aktív. Na základe kalibrovaného a testovaného TRP je odvodené IRP, ktoré tvorí základ pre výpočet nezabezpečeného trhového rizika. IRP sa kalibruje smerom k TRP len pomocou vhodných a investovateľných finančných nástrojov.

Investovateľné finančné nástroje definujeme ako nástroje, ktoré sú likvidné a dostupné na finančnom trhu.[10]

2.3 Stresové scenáre

Pojem scenár, alebo tiež senzitivita môžeme chápať ako potenciálny (niekedy extrémny) stav na trhu. Keďže portfóliá tvorené zo životných poistných zmlúv sú dlhodobé (uvažujeme 40 rokov, niektoré portfóliá sa modelujú aj na 60 rokov), tak potrebujeme mať zabezpečené situácie, kedy by sa poisťovňa mohla stať insolventnou a to v ktoromkoľvek roku počas životnosti daného portfólia. Aby sa poisťovňa takejto situácii vyhla, testuje vstupy do kalibračného procesu aj samotný výstup na stresových scenároch.

Základný scenár, ktorý je formovaný základnými trhovými podmienkami, je scenár *Base* a pri testovaní portfólia sledujeme odchýlky senzitivít práve od *Base* scenára. Senzitivity môžeme rozdeliť do niekoľkých kategórií [10]:

- senzitivita na zmeny úrokových sadzieb:
 - paralelný posun úrokových sadzieb smerom nahor o 300 a 100 bazických bodov (označenie IR_300/100bp_up),
 - paralelný posun úrokových sadzieb smerom nadol o 200 a 100 bazických bodov (označenie IR_200/100bp_dn),
- senzitivita na zmeny cien akcií:
 - zníženie o 10 % a 60 % (označenie EQ_10/60pc_up),
- senzitivita na zmeny cien nehnuteľností:
 - zníženie o 10 % a 40 % (označenie PROP_10/40pc_dn),
- senzitivita na volatility úrokových sadzieb:
 - zvýšenie volatility o 75 % (označenie IR_Vol_75pc_up),
 - zníženie volatility o 50 % (označenie IR_Vol_50pc_dn).

2.4 Finančné nástroje

Finančné nástroje (*Financial Instruments*) sú aktíva, s ktorými možno obchodovať na finančnom trhu. Môžu byť tiež považované za "balíky" s kapitálom, s ktorými možno obchodovať. Väčšina druhov finančných nástrojov poskytuje efektívny tok a prevod kapitálu na celom svete. Tieto aktíva môžu byť hotovosťou, zmluvným právom dodať alebo prijať hotovosť alebo iný druh finančného nástroja či potvrdenie o vlastníctve subjektu. Finančné nástroje môžu byť skutočné alebo virtuálne dokumenty, ktoré predstavujú právnu dohodu zahŕňajúcu akúkoľvek peňažnú hodnotu. Finančné nástroje založené na akciách predstavujú vlastníctvo aktíva. Finančné nástroje založené na dlhu predstavujú pôžičku, ktorú investor realizuje pre majiteľa majetku. Devízové nástroje zahŕňajú jedinečný typ finančného nástroja. Medzinárodné účtovné štandardy (IAS) [5] definujú finančné nástroje ako "každú zmluvu, ktorá vedie k vzniku finančného aktíva jedného subjektu a finančného záväzku alebo nástroja vlastného imania iného subjektu".

V ďalšom uvádzame finančné nástroje použiteľné pre replikáciu podľa triedy aktív (uvádzané v aglickom ekvivalente) [8]:

- Nástroje s pevným výnosom:
 - **Zero Coupon Bonds** – ide o dlhopisy, ktoré vyplatia iba nominálnu hodnotu pri splatnosti dlhopisu a nevyplácajú žiaden kupón počas doby trvania dlhopisu. Dlhopisy s nulovým kupónom sú vhodné na replikáciu peňažných tokov modelovaných ako fixné. Zahŕňajú zaručené peňažné toky a peňažné toky s netrhovými korelovanými rizikami, ako je úmrtnosť. Tieto dlhopisy nenesú kreditné riziko a krivka výnosových cien je bezriziková výnosová krivka (ak berieme do úvahy vládne ZCB dlhopisy).
 - **Cash Index** – hotovostný účet, ktorého počiatočná investícia každý rok narastá s rastúcim hotovostným indexom a kumuluje sa do roku výplaty.
 - **Swaps** – sú úrokové swapy, kde si jednotlivé strany obchodu vymieňajú pevné a pohyblivé úrokové platby. Súbory pohyblivých a pevných úrokových platieb v rámci swapu sa označujú ako pohyblivé a pevné úseky. Swapy sú doplnky dlhopisov s nulovým kupónom pri replikácii portfólia a používajú sa na zavedenie vyššej úrovne lineárnej závislosti od úrokových sadzieb.
 - **Swaptions** – sú možnosti, ktoré majiteľovi udeľujú právo, ale nie povinnosť uzatvoriť podkladový swap, ako je definované vyššie. Swaptiony sú napísané na

swapoch s rôznymi tenormi, čo znamená podmienky podkladových swapov. Swap-opcie sa môžu použiť pri replikácii na vyrovnanie peňažných tokov, ktoré sú nelineárne závislé od termínovej štruktúry úrokových sadzieb v čase splatnosti. Príkladom takýchto peňažných tokov sú náklady na garantované možnosti anuity.

- **Akcie a nehnuteľnosti:**

- **Index sales** – sú investície do akcií alebo majetku, ktoré sú preddefinované na predaj v konkrétnom čase. Z pohľadu súčasnej hodnoty nie je relevantné, že sa index bude predávať v konkrétnom čase. Avšak z pohľadu cash flow je to rozdiel, preto sú tieto nástroje zavedené do replikácie záväzkov, aby dokázali vyrovnať peňažné toky, ako napríklad peňažné toky závislé od budúcich úrovni akciového indexu.
- **European Options** – opcie predstavujú právo, no nie povinnosť kúpiť alebo predat' aktívum, na ktoré je opcia vypísaná. Opcie sú založené na indexoch akcií a nehnuteľností a sú štandardnými európskymi opciami. Základom je buď akciový index alebo majetkový index. Európske opcie sa používajú na replikovanie peňažných tokov, ktoré sú nelineárne závislé od budúcej hodnoty indexov, akcií alebo majetku, napríklad účasť na zisku splatných prostredníctvom prémie. Na rozdiel od americkej opcie, ktorá dáva právo predat' alebo kúpiť v ľubovoľnom čase, európska opcia dáva túto možnosť iba v konkrétnom čase.

V tabuľke 1 sú priradené vhodné finančné nástroje pre konkrétny typ záväzku (poistného plnenia) uvádzané v anglickom ekvivalente:

Tab. 1: Vhodné finančné nástroje v portfóliu pre konkrétny typ výplaty

Finančný nástroj	Typ záväzku
Zero Coupon Bond	Fixné výplaty
Cash Index	Hotovostné investície
Interest Rate Swaps	Závislosť od úrokových sadzieb
Swaptions	Garancia závislá od úrokových sadzieb
Equity and Property Index sales	Majetková účasť bez opcie
European options	Garancia závislá od fondu
Asian options	Dynamické zmeny

Zdroj: vlastné spracovanie, podľa [11]

2.5 Miery rizika

Hodnota v riziku VaR (*Value-at-Risk*) je odhadom maximálnej straty, ku ktorej môže dôjsť s predpokladanou spoľahlivosťou v stanovenom budúcom období. V poisťovníach sa jedná o jeden z najpoužívanejších prístupov v rámci interných modelov pre výpočet kapitálových požiadaviek. Pre inštitúciu predstavuje maximálnu stratu pozície počas určitého obdobia a pre danú pravdepodobnosť. Hodnota v riziku (VaR) a podobné miery rizika sú používané finančnými inštitúciami na riadenie rizík a výpočet ekonomického kapitálu.

Vo všeobecnosti môžeme zadefinovať VaR ako budúcu stratu vzniknutú počas príslušného časového horizontu Δ ako náhodnou premennou X s distribučnou funkciou $F_x(x) = P(X \leq x)$. Ak požadovanú spoľahlivosť označíme α , potom príslušná hodnota VaR_α je určená vzťahom [1]:

$$\begin{aligned} VaR_\alpha &= VaR_\alpha(X) = \inf\{x \in (-\infty, \infty): P(X \leq x) \geq \alpha\} \\ &= \inf\{x \in (-\infty, \infty): F_x(x) \geq \alpha\} \end{aligned}$$

Vyjadrené v termínoch matematickej štatistiky je VaR_α $100\cdot\alpha$ -percentný kvantil q_α náhodnej premennej X alebo pomocou kvantilovej funkcie.

Očakávaná strata ES (*Expected Shortfall*, ES), niekedy označovaná aj ako očakávaný deficit alebo podmienená hodnota v riziku $CVaR$ (*Conditional Value-at-Risk*) je ďalšia miera rizika používaná pre výpočet kapitálu. ES sa považuje za užitočnejšie opatrenie rizika ako VaR , pretože je koherentným a navyše spektrálnym meradlom rizika finančného portfólia. *Expected Shortfall* oceňuje riziko straty X so spoľahlivosťou α a je definovaná ako [1]:

$$ES_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_u du$$

kde miery VaR_u sa vzťahujú k strate X .

Pretože hodnoty ES sú odvodené z výpočtu vlastného VaR , predpoklady, na ktorých je založená hodnota v riziku ako napríklad tvar distribúcie výnosov, použitá hraničná hodnota, periodicita údajov a predpoklady o stochastickom kolísaní, všetky ovplyvnia hodnotu ES , respektíve $CVaR$ [6].

2.6 Potrebné predpoklady pre určenie trhového rizika

Určenie trhového rizika je komplexný proces zložený z menších procesov. Aby sa menšie procesy mohli uskutočniť, je potrebné mať vhodné predpoklady. To, aké predpoklady sa použijú, je závislé od typu modelu a metodológie v konkrétnej poisťovni. Predpoklady všeobecne môžeme rozdeliť na:

- **neekonomické predpoklady** – medzi ktoré by sme zaradili mortalitu, natalitu či dlhovekosť, stornovanosť poisťných zmlúv, náklady a podobne.
- **ekonomické predpoklady** – môžu vo všeobecnosti byť inflácia, menové kurzy, úrokové sadzby a diskontné faktory, hodnoty finančných nástrojov na trhu či kreditné rozpätie.

Poisťovne môžu čerpať tieto predpoklady z rôznych zdrojov. Interným zdrojom môžu byť vlastné modely a výpočty, externým zdrojom spoločnosti zaoberajúce sa zberom a výpočtom štatistických informácií (napríklad Bloomberg). Okrem samotných predpokladov sa výpočty môžu líšiť aj v pohľade poisťovne na dané predpoklady. Pohľad môže byť prudentný, mierne optimistický, odhad *best estimate* alebo trhovo konzistentný (tzv. predpoklady *Market Consistent Economic Assumptions*).

3 Trhové riziko a ALM

ALM (*Asset Liability Mismatch*) je riziko zmeny hodnoty z odchýlky medzi peňažnými tokmi aktív a záväzkov, cenami alebo účtovnými hodnotami spôsobenými [2]:

- zmenou skutočných peňažných tokov (pre aktíva a / alebo pasíva),
- zmenou očakávaní o budúcich peňažných tokoch (pre aktíva a / alebo pasíva),
- nezrovnalosťami v účtovníctve.

Kapitálová požiadavka založená na riziku RBC (*Risk-Based Capital*) sa vzťahuje na nariadenie, ktoré stanovuje minimálny regulačný kapitál pre finančné inštitúcie. Tento požadovaný kapitál sa najrozšírenejšie využíva v USA. RBC kapitál zohľadňuje rôzne riziká vrátane rizika umiestnenia finančných aktív či kreditného rizika. ALM RBC môžeme teda chápať ako rizikový požadovaný kapitál, ktorý vzniká zo zmeny hodnoty medzi peňažnými tokmi aktív a záväzkami. V našom prípade bude ALM RBC požadovaný kapitál vznikajúci zo zmeny medzi peňažnými tokmi teoretického replikačného portfólia a investovateľného replikačného portfólia. Na výpočet ekonomického kapitálu a kapitálu ALM RBC pre vytvorené portfólio budú použité [9]:

- **plánované trhové hodnoty** – predpokladaná trhovú hodnotu finančného nástroja je jeho trhovú hodnotou po určitom projekčnom období (obvykle 1 rok). Všetky peňažné toky, ktoré sa vyskytnú počas obdobia projekcie sa časovo rozlišujú do konca a pripočítavajú k trhovej hodnote všetkých budúcich peňažných tokov. Predpokladaná trhovú hodnotu expirovaného nástroja je najmä časovo rozlíšený súčet všetkých jeho peňažných tokov. Vyjadrené ako vzorec to znamená [10]:

$$\text{projektovaná } MV^i = \sum_{t=\tau}^{P-\tau} \left(CF_t^i \cdot \prod_{\substack{u=t \\ \text{step } \tau}}^{P-\tau} i_{0,\tau}^{i,u} \right) + MV^i$$

kde namiesto scenárov $s = 1 \dots, S$ máme simulácie v reálnom svete $i = 1 \dots, N$ a MV^i je trhovú hodnotu všetkých peňažných tokov po čase P . V niektorých prípadoch môžu byť budúce peňažné toky známe, preto je potrebné upraviť výpočet podľa:

$$MV^i = \widetilde{MV}^i + \sum_{\substack{t=P+\tau \\ CF \text{ v } t \text{ je známy}}^{T+P}} CF_t^i \cdot \delta_{P,t}^{i,P}$$

kde \widetilde{MV}^i je trhovú hodnotu peňažných tokov, ktorých vývoj je pre nás neznámy. Pre potreby tohoto článku budeme pracovať už s vytvorenými plánovanými trhovými hodnotami pre teoretické replikačné portfólio aj pre investovateľné replikačné portfólio.

- **menové kurzy** – vhodný menový kurz medzi menou portfólia a menou aktív.
- **dostupné finančné aktíva pre portfólio** – hodnoty finančných nástrojov pre senzitivity úrokových sadzieb, akcií a nehnuteľností.

Samotný výpočet trhového rizika nie je príliš náročný, ale vysoká náročnosť celého procesu spočíva v potrebnej príprave ekonomických vstupov, ich vhodného výberu či simulovaní na 20 000 situácií.

V našom prípade bola aplikovaná miera VaR 99,5 %, ktorá korešponduje s kapitálovou požiadavkou na solventnosť SCR a miera VaR 99,95 %, ktorá finančnej inštitúcii zabezpečí hodnotenie na úrovni „AA“ finančnej dostatočnosti. Pri výpočte trhového rizika budeme postupovať podľa nasledujúcich krokov [9]:

1. **Barra aktíva** – finančné aktíva modelované v softvéri Barra. Príprava dát pre skupiny senzitivít: úrokové sadzby a hotovosť, akcie a nehnuteľnosti. Barra aktíva pre všetkých 20 000 simulácií je potrebné prepočítať z lokálnej meny.
2. **surplus** – výpočet prebytku (rozdiel medzi aktívami a záväzkami poisťovne) pre 20 000 simulácií pre 3 skupiny:

- aktíva a teoretické replikačné portfólio:

$$spls_{aktíva-TRP,sim} = celkové aktíva_{sim} + PTH1_{sim} + PTH2_{sim} + PTH3_{sim} \quad (1)$$

- aktíva a investičné replikačné portfólio:

$$spls_{aktíva-IRP,sim} = celkové aktíva_{sim} + PTH1_{sim} + PTH2_{sim} + PTH3_{sim} \quad (2)$$

- investičné replikačné portfólio a teoretické replikačné portfólio:

$$spls_{TRP-IRP} = sum_{TRP}(PTH1_{sim}, PTH2_{sim}, PTH3_{sim}) + sum_{IRP}(PTH1_{sim}, PTH2_{sim}, PTH3_{sim}) \quad (3)$$

kde PTH je plánovaná hodnota daného replikačného portfólia pre 1 – úrokové sadzby a hotovostný index, 2 – akcie, 3 – nehnuteľnosti;

3. **trhové riziko** – zistíme ho ako k-tu (k závisí od zvolenej spoľahlivosti výpočtu) najhoršiu hodnotu surplusu z bodu 2. Matematický zápis výpočtu trhového rizika:

$$TR = VaR_{\alpha=99,5\%}(surplus) \quad (4)$$

kde za surplus môžeme dosadiť vzorece (1), (2) a (3).

4. **nezabezpečené trhové riziko** – NHMR (*Non-hedgeable Market risk*) je vyjadrené ako percento celkového trhového rizika (TR) a je aproximované pomocou nasledujúcich zložiek:

- a) Hodnota v riziku na úrovni 99,5 % prebytku vyplývajúci z rozdielu medzi súčasnými držbami aktív a TRP na základe 20 000 stochastických scenárov odvodených z Barra. Matematicky:

$$VaR_{\alpha=99,5\%}(aktíva - TRP) \quad (5)$$

- b) Hodnota v riziku na úrovni 99,5 % prebytku vyplývajúci z rozdielu medzi IRP (investičné portfólio) a TRP na základe 20 000 stochastických scenárov odvodených z Barra. Matematicky:

$$VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) \quad (6)$$

- c) Hodnota v riziku na úrovni 99,5 % prebytku vyplývajúci z rozdielu medzi TRP a záväzkami na základe aproximácie vykonanej pre odvedenie TRP. Matematicky:

$$err = VaR_{\alpha=99,5\%}(TRP - záväzok) \quad (7)$$

Predpokladáme, že korekcia *err* je správne odhadnutá a validovaná. Nezabezpečenú časť trhového rizika potom vypočítam ako:

$$\begin{aligned} NHMR &= VaR_{\alpha=99,5\%}(ORP - liabs) \leq VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - \\ &záväzok) = VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP + TRP - záväzok) \leq \\ &VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) + VaR_{\alpha=99,5\%}(TRP - záväzok) = \\ &VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) + err \end{aligned} \quad (8)$$

kde hodnotu trhového rizika z bodu 3:

$$TR = VaR_{\alpha=99,5\%}(aktíva - TRP)$$

dosadíme a dostaneme nezabezpečenú časť trhového rizika (9):

$$\frac{NHMR}{MR} \approx \frac{VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) + err}{VaR_{\alpha=99,5\%}(aktíva - TRP)}$$

4 Aplikácia výpočtov

Výpočty prezentované nižšie sme vypracovali v spolupráci s komerčnou poisťovňou Zurich Insurance Group, Ltd. a jej servisným centrom umiestneným na území Slovenska. Pri výpočtoch sme pracovali s internými modelmi a nástrojmi spoločnosti, ktoré slúžia na tvorbu peňažných tokov portfólií záväzkov, na oceňovanie aktív, proces kalibrácie (replikácie portfólií) a na určenie trhového rizika. Aktíva boli ocenené trhovou hodnotou (*Market Value*) a záväzky na trhovo konzistentných hodnotách (*Market-Consistent Values*).

Na aplikáciu sme sa rozhodli využiť dáta portfólia záväzkov tvoreného zo šiestich produktov životného poistenia v mene Euro, pričom päť produktov je stochasticky modelovaných, keďže poskytujú finančné garancie, a jeden produkt je modelovaný deterministicky. Pre oba typy nám boli vygenerované peňažné toky na časový interval 40 rokov (po ročnom rozdelení) v programe Prophet. Celková trhovú hodnotu portfólia pri základnom scenári *Base* je 9,1 miliardy EUR.

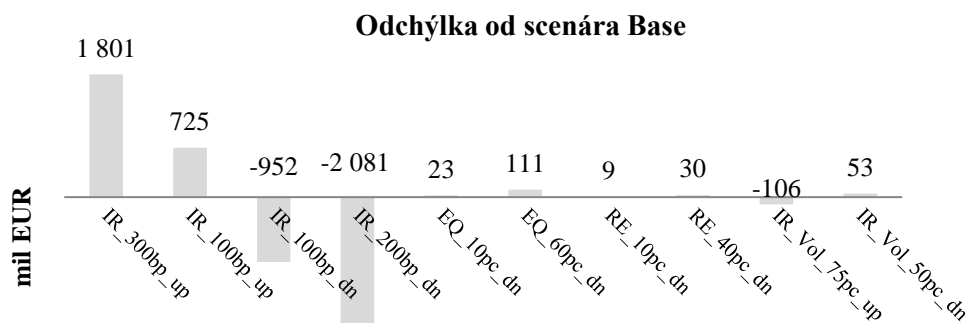
Na grafoch 1 a 2 nižšie môžeme vidieť trhovú hodnotu portfólia záväzkov pre všetky produkty spolu (ďalej portfólio záväzkov) a odchýlky konkrétnych scenárov od základného scenára – *Base*. Portfólio záväzkov je senzitivne na všetky typy senzitivít a teda na zmeny úrokových sadzieb, cien akcií, nehnuteľností aj volatilitu úrokových sadzieb. Hodnoty všetkých scenárov sa pohybujú smermi, ako by sme očakávali a preto môžeme dáta považovať za kvalitné a vhodné na replikáciu.

Graf 1: Trhovú hodnotu portfólia záväzkov pre všetky sledované scenáre



Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Graf 2: Odchýlky trhovej hodnoty portfólia záväzkov pre všetky sledované scenáre od scenára Base

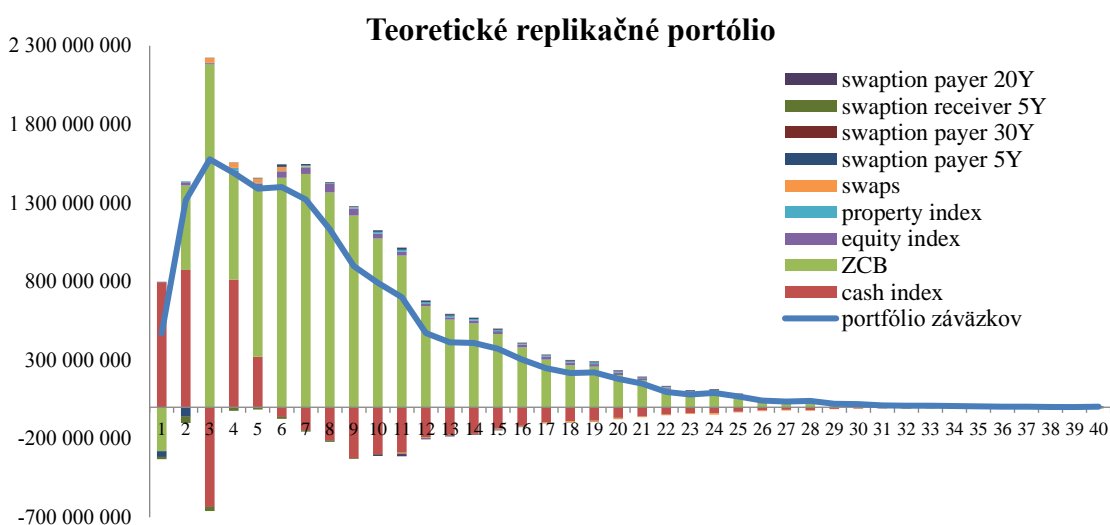


Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Na záver analýzy portfólia záväzkov môžeme povedať, že pri procese kalibrácie sme sa sústredili na prvé roky peňažných tokov, kedy záväzky dosahujú najvyššie hodnoty. Výhodou takto správaného sa portfólia záväzkov je práve pri tvorbe investovateľného replikačného portfólia, kedy sa všetky nástroje so splatnosťou presahujúcou 30-ty rok z kompozície vyberajú. Môžeme teda predpokladať, že hodnoty teoretického replikačného portfólia a investovateľného replikačného portfólia budú veľmi podobné. Teoretické replikačné portfólio sme pripravili pomocou nástroja „Optimizátor“, ktorý existujúcim záväzkom priradil vhodné finančné inštrumenty. Vďaka analýze sme sa rozhodli pre replikáciu teoretického portfólia TRP použiť nasledovné finančné nástroje:

- dlhopis s nulovým kupónom (ZCB),
- hotovostný index,
- úrokové swapy (IRS),
- akciový index a index nehnuteľností,
- swap-opcie na kúpu aj predaj s rôznymi splatnosťami.

Graf 3: TRP a trhové hodnoty jednotlivých finančných inštrumentov



Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Pre určenie hodnoty trhového rizika a non-hedgeable zložky postupujeme podľa krokov 1 – 4. Hodnoty z výpočtov sú zaznamenané v tabuľkách nižšie.

Tab. 2: Plánované hodnoty a surplus pre aktíva a TRP

simulácia	TRP_IR			aktíva - TRP
	úrokové sadzby a hotovostný index	akcie	nehnutel'nosti	SURPLUS
0	-	-	-	-
1	- 9 165 358 916	- 215 476 502	- 71 514 594	750 931 104
2	- 9 481 322 541	- 165 191 635	- 63 969 771	986 480 218
3	- 8 969 008 798	- 152 496 230	- 62 418 726	1 292 084 247
4	- 9 229 994 129	- 161 611 195	- 65 672 228	- 56 205 925
5	- 8 475 563 601	- 99 162 492	- 55 291 874	1 218 256 109
...
20 000	- 8 981 328 047	- 121 854 395	- 58 949 462	46 792 347

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Tab. 3: Plánované hodnoty a surplus pre aktíva a TRP

simulácia	IRP_IR			aktíva - IRP
	úrokové sadzby a hotovostný index	akcie	nehnutel'nosti	SURPLUS
0	-	-	-	-
1	- 9 167 280 304	- 214 294 913	- 72 261 677	1 243 127 270
2	- 9 483 221 441	- 164 285 789	- 64 638 036	763 862 733
3	- 8 971 231 806	- 151 660 000	- 63 070 788	215 109 032
4	- 9 231 194 894	- 160 724 982	- 66 358 278	389 995 921
5	- 8 474 028 242	- 98 618 724	- 55 869 485	1 152 686 648
...
20 000	- 8 983 017 508	- 121 186 193	- 59 565 283	- 9 163 768 983

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Keďže hodnoty teoretického a investovateľného replikačného portfólia sa môžu líšiť, je pre nás dôležitý práve surplus IRP a TRP pre všetkých 20 000 simulácií. Pre výpočet budeme opäť využívať plánované trhové hodnoty pre teoretické aj investovateľné portfólio. Surplus vypočítame podľa vzorca (6).

Tab. 4: Plánované hodnoty a surplus IRP – TRP

IRP - TRP	
simulácia	SURPLUS
0	-
1	1 486 883
2	1 661 320
3	2 038 841
4	1 000 603
5	- 1 501 515
...	...
20 000	1 637 080

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Akonáhle máme vypočítaný surplus pre všetky možnosti, vieme vypočítať trhové riziko. Trhovým rizikom (TR) chápeme hodnotu chvosta rozdelenia, ku ktorému sme sa dopracovali prostredníctvom predchádzajúcich výpočtov a vzorca (4) pre jednotlivé surplusy.

Tab. 5: Hodnoty trhového rizika pre SCR, Z-ECM a SST

		SCR	Z-ECM	SST
		VaR 99,5%	VaR 99,95%	ES 99,0%
aktíva - TRP	hodnota chvosta (TR)	- 388 728 374	- 776 153 504	- 440 595 180
aktíva - IRP	hodnota chvosta (TR)	-892 885 649	-1 384 587 742	- 992 102 193
IRP - TRP	hodnota chvosta (TR)	- 9 470 323	- 19 816 343	- 11 006 277

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Výpočet trhového rizika je vstupom pre výpočty ekonomického kapitálu.

5 Záver

V príspevku sme čitateľovi predstavili metódu replikačných portfólií, vďaka ktorej je komerčná poisťovňa schopná premeniť svoje cash flow-y portfólií životného poistenia (záväzkov) na finančné nástroje, ktoré sú pre dané portfólio vhodné. Takéto replikačné portfólio je vhodným nástrojom pre určenie trhového rizika ako podklad pre ďalšie analýzy a odhad ekonomického kapitálu. Ekonomický kapitál predstavuje množstvo finančných prostriedkov, ktoré musí poisťovňa držať, aby sa nestala insolventnou počas skúmaného obdobia a to prevažne na 1 rok. Trhové riziko bolo určené pre tri rôzne modely – kapitálovú požiadavku na solventnosť podľa direktívy Solventnosť II, švajčiarskeho modelu solventnosti Swiss Solvency Test a interného modelu komerčnej poisťovne Zurich Insurance Group, Ltd. – Zurich-Economic Capital Model. Čitateľa sme oboznámili s potrebnými krokmi a predpokladmi pre uskutočnenie kalibrácie a následný odhad.

Na základe výpočtov a vstupov od komerčnej poisťovne Zurich Insurance Group, Ltd. sme vytvorili replikačné portfólio pre cash flow záväzku tvoreného zo záväzkov 5-tich produktov. Kým sme sa dopracovali k hodnotám trhového rizika pre vybrané modely (SCR, SST a Z-ECM), použili sme existujúce ekonomické predpoklady (krivky, výmenné kurzy) počítané komerčnou poisťovňou, cash flow-y z programu Prophet a program na replikáciu záväzkov, tzv. optimizátor. Následné výpočty trhového rizika boli uskutočnené s Barra aktívami, ktoré pochádzajú z oddelenia investičného manažmentu komerčnej poisťovne v programe Barra.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0120/18 *Moderné nástroje riadenia rizika v interných modeloch poisťovní v kontexte direktívy Solvency II*

Literatúra

- [1] Cipra, T. (2015). *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*. Praha : Ekopress.
- [2] European Commission. Asset-liability Mismatch Risk. [online]. *Solvency II Glossary*. Dostupné na: <https://definedterm.com/asset_liability_mismatch_risk/166746>
- [3] Faybíková, I. (2017). Vybraná finančná analýza komerčnej poisťovne. [bakalárska práca]. Ekonomická univerzita v Bratislave.
- [4] Faybíková, I. (2019). *Odhad kapitálovej požiadavky na solventnosť pre trhové riziko použitím replikácie portfólia*. [diplomová práca]. Ekonomická univerzita v Bratislave.

- [5] IAS 32 – Finančné nástroje : prezentácia. Finančný nástroj. [online]. Dostupné na: <<https://www.uad.sk/33/ias-32uniqueiduchxzASYZNYM2jRostDarzwaZNcZb4hj/>>
- [6] James Chen. Conditional Value at Risk (CVaR). [online]. Investopedia. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/c/conditional_value_at_risk.asp>
- [7] Zürich Insurance Group, Ltd. (2018). *Life Actuarial Autumn School: Risk Quantification*. Bratislava.
- [8] Zürich Insurance Group, Ltd. (2017). *Life Replicating Portfolios: Technical Documentation*. Zurich.
- [9] Zürich Insurance Group, Ltd. (2017). Non-hedgeable Market risk Methodology. Zurich.
- [10] Zürich Insurance Group, Ltd. (2015). *RP Optimizer: Mathematical Document*. Zurich.
- [11] Zürich Insurance Group, Ltd. – Replicating portfolio team (2018). *Replicating Portfolios with Applications*. Bratislava.