Konštrukcia diferenciálnych rovníc a ich využitie v zdravotnom poistení

Zsolt Simonka[1], František Slaninka[2], Lea Škrovánková[3]

Abstrakt
Nakoľko sa za posledných niekoľko rokov priemerná dĺžka života predĺžila, dá sa predpokladať, že v tomto trende bude pokračovať aj naďalej. Ľudia žijú dlhšie a „kvalitnejšie", ale ich kvalitu života (bez ohľadu na vek či pohlavie) čoraz častejšie ohrozujú rôzne tzv. civilizačné choroby. Tieto ochorenia sa veľmi rozšírili a stávajú sa globálnym problémom pre celé obyvateľstvo. Preto sa v príspevku venujeme úvodom charakteristike kritických ochorení, ďalej tvorbe všeobecného viacstavového modelu a jeho konštrukcii aplikáciou stochastických metód v štvorstavovom modeli v konkrétnom produkte zdravotného poistenia s pripoistením pre kritické ochorenia. Príspevok opisuje tiež, akým spôsobom je možné modelovať priebeh vzniku kritického ochorenia využijúc 4-stavový, nehomogénny, časovo spojitý model s Markovovou vlastnosťou.

Kľúčové slová
zdravotné poistenie, diferenciálne rovnice, stochastické modely, modely s Markovovou vlastnosťou, kritické choroby

Abstract
As life expectancy has increased over the last few years, it can be assumed that this trend will continue. People live longer and "better", but their quality of life (regardless of age or gender) is increasingly threatened by various so-called civilization diseases. These diseases have become very widespread and are becoming a global problem for the entire population. Therefore, in this article we focus on the characteristics of critical illness, the creation of a general multistate model and its construction by applying stochastic methods in a four-state model in a specific health insurance product with additional insurance for critical illness. The paper also describes how it is possible to model the course of critical illness
using a 4-state inhomogeneous and time-continuous model with Markov property.

Key words
health insurance, differential equations, stochastic models, models with Markov property, critical illness

JEL classification
G29, I19, J1

1 Úvod

Jednou z nevyhnutných podmienok pre dlhý život a zaradenie človeka do spoločnosti je zdravie. So zdravotnou starostlivosťou sa stretávame už pri narodení dieťaťa a sprevádza nás ďalej celým životom. Za posledných niekoľko rokov sa priemerná dĺžka života predĺžila, a preto sa dá predpokladať, že v nastúpenom trende bude aj naďalej pokračovať. Zároveň môžeme

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, zsolt.simonka@euba.sk.
[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, frantisek.slaninka@euba.sk.
[3] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, lea.skrovankova@euba.sk.

konštatovať, že ľudia žijú dlhšie a kvalitnejšie. Avšak bez ohľadu na vek či pohlavie, kvalitu života ľudí čoraz častejšie ohrozujú rôzne tzv. civilizačné choroby. Tieto ochorenia sa veľmi rozšírili a stávajú sa globálnym problémom pre celé obyvateľstvo. Medzi najčastejšie vyskytujúce sa ochorenia patria obezita, vysoký krvný tlak, cukrovka, srdcový infarkt a v neposlednom rade rakovina.[4]

V tejto súvislosti považujeme za takmer nevyhnutné a zdraviu prospešné pripomenúť, že jedným z najdôležitejších faktorov, ktoré sa v značnej miere podieľajú na tvorbe nejedného z uvádzaných ochorení, sú stravovacie návyky obyvateľstva, a to nielen z hľadiska neprimeraného množstva prijatých potravín, ale aj z hľadiska ich kvality.[5]

V príspevku sa budeme zaoberať aplikáciou stochastických metód vo viacstavových modeloch na vytváranie produktov životného poistenia. Budeme sa venovať najmä štvorstavovým modelom pre kritické ochorenia, metódam výpočtov netto poistného a ukážeme, akým spôsobom je možné modelovať priebeh vzniku kritického ochorenia využijúc 4-stavový nehomogénny a časovo spojitý model s Markovovou vlastnosťou.

2 Charakteristika kritických ochorení

Kritická choroba predstavuje riziko, ktoré sa v dnešnej hektickej dobe zvyšuje, a s tým súvisí rozširovanie civilizačných ochorení. Následky ochorení narušujú existujúci životný štýl a finančnú situáciu. Poisťovňa v prípade platného poistenia s pripoistením kritických chorôb[6] vyplatí poistencovi dohodnutú poistnú sumu po lekárskom diagnostikovaní jednej z kritických chorôb. Poistným plnením je zvyčajne jednorazová dávka, niektoré poistné zmluvy poskytujú viacnásobnú výplatu. Novodobý poistný produkt môže závisieť aj od štádia choroby.

Kritická choroba je presne špecifikovaná v poistných podmienkach poistnej zmluvy. Kritické choroby, ktoré zahŕňa každé poistenie kritických chorôb, sú: infarkt myokardu, mozgová príhoda, rakovina (rôzne typy), zlyhanie obličiek a iné. (Škrovánková, 2013)

Poisťovne dnes poisťujú veľké množstvo kritických ochorení, ale len 5 z nich tvorí značné percento všetkých hlásených prípadov.

Poistenie kritických ochorení poisťovne ponúkajú v dvoch formách:

1. Poistenie kritických chorôb je súčasťou životného poistenia na akceleračnej báze. Zrýchlené vyplatenia poistnej sumy predstavuje poistné plnenie vyplatené na základe diagnostikovania závažnej choroby. Znižuje poistnú sumu životného poistenia. Krytie kritických chorôb je vo výške k percentám z poistnej sumy životného poistenia. Môže to byť aj plná akcelerácia, teda poistná suma je vyplatená celá a zaniká základné životné poistenie.
2. Ako samostatné poistné plnenie, ktoré neovplyvňuje poistnú sumu základného poistenia. Môže byť vo forme pripoistenia alebo ako samostatné poistenie bez dodatočného základného poistenia. (Škrovánková - Simonka, 2016)

S kritickými chorobami sa spája nielen zdravotné, ale aj nemocenské poistenie. Aj štát pokrýva a poskytuje zdravotnú starostlivosť spojenú s týmito chorobami. Zákonné nemocenské poistenie je na Slovensku upravené zákonom č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení. Zdravotné poistenie je upravené zákonom č. 580/2004 Z. z. o zdravotnom poistení. Rozdiel medzi životným a zdravotným poistením je stanovený spôsobom poistného plnenia. V životnom poistení je poistné plnenie vyplatené, okrem iného, v prípade smrti poisteného. Nemocenské poistenie definuje výplatu dávok v prípade straty alebo zníženia príjmu zo zárobkovej činnosti

[4] Podľa:www.fmed.uniba.sk/fileadmin/user_upload/admin/Veda-vyskum/zdravotna_starostlivost
[5] Tejto problematike sa bližšie venovať v tomto príspevku nebudeme, sú jej venované domáce i medzinárodné štúdie, ako napr. (Kádeková, Z. a kol., 2018; Nagyová a kol., 2011, 2017).
[6] Medzinárodné názvy: Dread Disease Insurance, Critical Illness Insurance, Terminal Illness Insurance a iné.

a na zabezpečenie príjmu v dôsledku dočasnej pracovnej neschopnosti. (Škrovánková - Škrovánková, 2011)

V prípade diagnostikovania jednej z kritických chorôb je osoba zvyčajne dlhodobo práceneschopná. Zdravotné poistenie je definované ako právo na zdravotnú starostlivosť. [7]

V prípade životného poistenia sa jedná o presne stanovenú udalosť t. j. smrť, alebo ako zmiešané poistenie pre prípad smrti alebo dožitia sa určitého obdobia. Nemocenské poistenie ponúka dávku v prípade zmeny zdravotného stavu, ktorý má veľké množstvo možností. Stav musí byť natoľko vážny, aby vyžadoval návštevu lekára a pracovnú neschopnosť. Nemocenské dávky sú vyplácané do vyzdravenia (najviac však 52 týždňov) alebo kým nenastane smrť. Poistenie kritických ochorení by sa dalo považovať za kombináciu týchto poistení nakoľko poistná suma je vyplatená pri diagnostikovaní choroby, ale zvyčajne je ponúkané ako súčasť pripoistenia k životnému poisteniu. Zároveň je poistenec práceneschopný a poberá nemocenské dávky zo strany štátu. [8]

3 Všeobecný viacstavový model

Budeme vychádzať z predpokladu uzavretej skupiny poistencov bez možnosti ďalšieho vstupu osôb do systému. Predpokladáme tiež, že existuje konečná množina stavov o počte *n*. Označme $S(x)$ náhodnú premennú, ktorej hodnoty vyjadrujú, v akom stave sa nachádza osoba vo veku *x*, pričom *x* je spojitý čas z intervalu $(0,\infty)$. Pravdepodobnosť, že poistená osoba vo veku $x+t$ sa nachádza v stave *j* za predpokladu, že vo veku *x* sa nachádzala v stave *i*, označíme podľa zaužívanej aktuárskej symboliky (Škrovánková, 2013):

$$ {}_t p_x^{ij} = P\left[S(x+t) = j \middle| S(x) = i \right]; i,\ j \in \{1, 2, ..., n\} \tag{1}$$

Stochastický proces, na ktorého opis sme použili vyššie uvedené podmienené pravdepodobnosti, je časovo nehomogénny, pretože závisí od spojitého času *t* aj od premennej *x*, ktorá reprezentuje vek poistenej osoby. Ak budeme predpokladať, že pravdepodobnosti prechodu ${}_t p_x^{ij}$ nezávisia od minulého priebehu, teda nie sú podmienené skutočnosťou pred časom *t*, potom má tento proces Markovovu vlastnosť. V prípade, že vek *x* je diskrétna veličina, hovoríme o Markovovom reťazci (Potocký, 2012).

Ďalej zavedieme pojem absorpčný stav. Stav *r* je absorpčný, ak pre pravdepodobnosť prechodu platí ${}_t p_x^{rj} = 0$ pre $\forall j \neq r$. Inými slovami, ak sa osoba vo veku *x* nachádza v stave *r*, je nemožné, aby sa v čase $x+t$ nachádzala v ktoromkoľvek inom stave. Znamená to, že z tohto stavu nie je možné vystúpiť. Vstup do absorpčného stavu predstavuje pre poistenca zánik poistnej zmluvy alebo vznik poistnej udalosti. (Potocký, 2012).

Pre absorpčný stav platí:

$$\sum_{j=1}^{n} {}_t p_x^{rj} = {}_t p_x^{rr} = 1 \ \text{ pre } \ \forall\ x, t \geq 0 \tag{2}$$

Teda pravdepodobnosť toho, že osoba vo veku $x+t$ sa bude nachádzať v absorpčnom stave *r*, ak sa vo veku *x* nachádzala v tom istom absorpčnom stave *r*, sa rovná istej udalosti. Je potrebné rozlišovať medzi pravdepodobnosťami ${}_t p_x^{ii}$ a ${}_t p_x^{\overline{ii}}$. Obe v širšom význame predstavujú pravdepodobnosť, že sa poistený bude nachádzať v dvoch časových okamihoch v tom istom

[7] Podľa: www.socpoist.sk

[8] Podľa: www.socpoist.sk

stave. Medzi nimi je však podstatný rozdiel, ktorý spočíva v skutočnosti, či je možné, aby poistený medzi týmito dvomi obdobiami opustil stav *i*.

Pre $x \geq 0, t \geq 0, i \in \{1, 2, \ldots n\}$ sa definujú takto

$$ {}_t p_x^{ii} = P\left[S(x+t) = i \middle| S(x) = i \right] \tag{3}$$

$$ {}_t p_x^{\overline{ii}} = P\left[S(x+k) = i, \forall k \in (0, t) \middle| S(x) = i \right] \tag{4}$$

Veličina ${}_t p_x^{ii}$ predstavuje pravdepodobnosť, že sa poistený vo veku $x+t$ nachádza v stave *i*, ak sa vo veku *x* nachádzal tiež v stave *i*, pričom medzi vekmi *x* a $x+t$ mohlo nastať ľubovoľné množstvo prechodov do iných stavov. Veličina ${}_t p_x^{\overline{ii}}$ nepredpokladá v časovom intervale $(x, x+t)$ opustenie stavu *i*, ide o pravdepodobnosť zotrvania v stave *i*. Ak budeme predpokladať, že pravdepodobnosť viacnásobných prechodov v krátkom časovom intervale $(x+t, x+t+h)$ je veľkosti $o(h)$, potom môžeme pravdepodobnosť ${}_t p_x^{ii}$ nahradiť pravdepodobnosťou ${}_t p_x^{\overline{ii}}$, pretože v tomto krátkom časovom intervale dĺžky *h* je ich rozdiel rádu 0 (Škrovánková, 2013) .

$$ {}_h p_{x+t}^{ii} = {}_h p_{x+t}^{\overline{ii}} + o(h) \tag{5}$$

Podstatnou požiadavkou pre tvorbu viacstavového modelu je znalosť intenzít prechodov zo stavu *i* do stavu *j* - μ_{x+t}^{ij}, čo definujeme nasledovne:

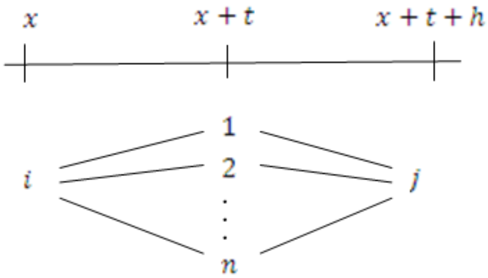
$$ \mu_{x+t}^{ij} = \lim_{h \to 0^+} \frac{{}_h p_{x+t}^{ij}}{h} \tag{6}$$

v súlade s už vytvorenými aktuárskymi modelmi pre toto poistenie (túto definíciu možno nájsť napr. v Sekerová - Bilíková, 2005 alebo Škrovánková, 2013).

Na základe intenzít prechodov môžeme matematicky opísať viacstavový model pomocou sústavy tzv. Kolmogorovových diferenciálnych rovníc. Uvažovaný predpoklad, podľa ktorého jedna z premenných modelu vek *x* je pevný a druhá premenná čas *t* je premenlivý, spolu s požiadavkou na Markovovu vlastnosť, nám dovoľuje modelovať Kolmogorovove diferenciálne rovnice ako normálne a nie parciálne (Škrovánková, 2013).

Predpokladajme, že vo veku *x* sa poistenec nachádza v stave *i* a chceme vyjadriť pravdepodobnosť, že sa vo veku $x+t+h$ bude nachádzať v stave *j*, pričom $i, j \in I, I \in \{1, 2, \ldots n\}$. Túto pravdepodobnosť podľa zaužívanej konvencie označme ${}_{t+h} p_x^{ij}$. Veky *x* a $x+t$ sú pevné časové veličiny a *h* predstavuje veľmi krátke časové obdobie. Keďže *h* je veľmi malé, nebudeme uvažovať viacnásobné prechody počas tohto obdobia. Vo všeobecnosti sa poistenec v čase $x+t$ môže nachádzať v ľubovoľnom stave z množiny *I*, kým sa finálne dostane zo stavu *i* do stavu *j*. Túto skutočnosť ilustrujeme na obr. 1.

Obr. 1: Prechod zo stavu i do stavu j medzi vekmi x a $x+t+h$



Zdroj: Vlastné spracovanie.

Potom pravdepodobnosť ${}_{t+h}p_x^{ij}$ vyjadríme ako:

$$ {}_{t+h}p_x^{ij} = \sum_{k=1}^{n} {}_t p_x^{ik} \cdot {}_h p_{x+t}^{kj} , \tag{7} $$

čo možno prepísať nasledovne:

$$ {}_{t+h}p_x^{ij} = \sum_{k=1, k\neq j}^{n} {}_t p_x^{ik} \cdot {}_h p_{x+t}^{kj} + {}_t p_x^{ij} \cdot {}_h p_{x+t}^{jj} . \tag{8} $$

Keďže pravdepodobnosti ${}_h p_{x+t}^{kj}$ predstavujú prechody za veľmi krátke časové obdobie h (okamžité prechody), vyjadríme ich pomocou intenzít prechodov, ktoré na základe definície pre pravdepodobnosti prechodu pre malé h majú tvar:

$$ {}_h p_{x+t}^{kj} \cong h \cdot \mu_{x+t}^{kj} + O^{ij}(h), \tag{9} $$

pričom $O^{ij}(h)$ je tzv. funkcia rádu 0, teda funkcia, ktorá sa blíži k nule rýchlejšie ako jej argument. Predstavuje pravdepodobnosť dvoch alebo viacerých prechodov medzi stavmi *i* a *j* v časovom intervale $(x+t, x+t+h)$. Jej limitné vyjadrenie budeme považovať za zanedbateľné, keďže platí:

$$ \lim_{h\to 0^+} \frac{O^{ij}(h)}{h} = 0 . \tag{10} $$

Vyjadrime teraz pravdepodobnosť, že osoba vo veku $x+t+h$ bola v stave *j*, za predpokladu, že vo veku $x+t$ bola v stave *j*, teda pravdepodobnosť ${}_h p_{x+t}^{ij}$. Na základe vety o úplnej pravdepodobnosti $\sum_{s=1}^{n} {}_h p_{x+t}^{js} = 1$, môžeme napísať:

$$ {}_h p_{x+t}^{jj} = 1 - \sum_{s=1, s\neq j}^{n} {}_h p_{x+t}^{js} . \tag{11} $$

Potom uplatnením vzťahu (9) dostávame:

$$ {}_h p_{x+t}^{ij} = 1 - h \cdot \sum_{s=1, s\neq j}^{n} \left(\mu_{x+t}^{js} + \frac{O^{js}(h)}{h} \right). \tag{12} $$

Ďalej použitím vzťahov (12) a (9), môžeme vzťah (8) prepísať do tvaru:

$$ {}_{t+h} p_x^{ij} = h \cdot \sum_{k=1, k\neq j}^{n} {}_t p_x^{ik} \cdot \left(\mu_{x+t}^{kj} + \frac{O^{kj}(h)}{h} \right) + {}_t p_x^{ij} \cdot \left[1 - h \cdot \sum_{s=1, s\neq j}^{n} \left(\mu_{x+t}^{js} + \frac{O^{js}(h)}{h} \right) \right]. \tag{13} $$

Ekvivalentnými úpravami vyššie uvedeného vzťahu dostaneme:

$$ \frac{{}_{t+h} p_x^{ij} - {}_t p_x^{ij}}{h} = -{}_t p_x^{ij} \cdot \sum_{s=1, s\neq j}^{n} \left(\mu_{x+t}^{js} + \frac{O^{js}(h)}{h} \right) + \sum_{k=1, k\neq j}^{n} {}_t p_x^{ik} \cdot \left(\mu_{x+t}^{kj} + \frac{O^{kj}(h)}{h} \right). \tag{14} $$

Limitovaním oboch strán rovnice pre $h \to 0^+$ dostávame Kolmogorov systém diferenciálnych rovníc pre pravdepodobnosť prechodu zo stavu i do stavu j, pre $i,\ j \in \{1, 2, \dots n\}$, podľa (Lamoš – Potocký, 1998):

$$ \frac{d}{dt} {}_t p_x^{ij} = -{}_t p_x^{ij} \cdot \sum_{s=1, s\neq j}^{n} \mu_{x+t}^{js} + \sum_{k=1, k\neq j}^{n} {}_t p_x^{ik} \cdot \mu_{x+t}^{kj}. \tag{15} $$

Tento systém je riešiteľný po doplnení začiatočných podmienok, teda hodnôt pravdepodobnostných funkcií pre $t = 0$ a dosadení funkcií intenzít prechodov. Pre počiatočné podmienky platí: ${}_t p_x^{ij} = 1$ pre $i = j$, a nulová hodnota pre $i \neq j$.

Exaktné matematické vyjadrenie intenzít prechodov je v praxi komplikované. Ich definícia podľa vzťahu (6) si vyžaduje znalosť pravdepodobností prechodov, na ktorých výpočet by bolo nutné zhromaždiť informácie o počte prechodov v jednotlivých časových okamihoch pre rôzny vek. Poisťovne teda zvyknú po zavedení určitých predpokladov pracovať s odhadom týchto veličín, pričom potrebujú sledovať čas medzi sebou nasledujúcimi prechodmi a počty jednotlivých prechodov. [9]

4 Konštrukcia modelu pre poistenie kritických chorôb

Budeme sa venovať poisteniu kritických chorôb pomocou viacstavového modelu, ktorého základ je rozpracovaný a uvedený v Škrovánková – Škrovánková, 2010.

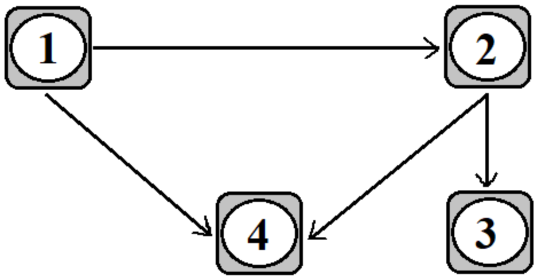
Nech x je vek poistenej osoby v deň uzavretia poistnej zmluvy a nech $S(x+t)$ je náhodný stav, v ktorom sa osoba nachádza vo veku $x+t$. Ďalej nech sú prípustné 4 realizácie náhodnej premennej $S(x+t)$ tvoriace množinu stavov $\{1, 2, 3, 4\}$, pričom jednotlivé stavy znamenajú:

1 – zdravý,
2 – chorý (trpiaci jednou zo zoznamu poistených kritických ochorení),
3 – smrť spôsobená závažným ochorením,
4 – smrť z iných príčin.

Predpokladáme, že $S(x) = 1$, teda poistená osoba v čase podpisu zmluvy je zdravá. Obrázok 2 znázorňuje jednotlivé stavy a možné prechody medzi nimi.

[9] Podľa: http://instruction2.bus.wisc.edu/pluginfile.php/88/mod_resource/content/5/Multi Decrements07ct2012/1_examples.html

Obr. 2: 4-stavový model poistenia kritických chorôb.



Zdroj: Vlastné spracovanie.

Nech náhodný proces $\{S(x+t), t \geq 0\}$ je nehomogénny časovo spojitý náhodný proces s Markovovou vlastnosťou. Potom pravdepodobnosti prechodu zo stavu i do stavu j, $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$ majú tvar:

$$ {}_t p_x^{ij} = P\left[S(x+t) = j \middle| S(x) = i \right] \tag{16} $$

a pre pravdepodobnosť zotrvania v stave ${}_t p_x^{\overline{ii}}$, kde $i \in \{1, 2\}$ platí:

$$ {}_t p_x^{\overline{ii}} = P\left[S(x+u) = i, u \in (0, t) \middle| S(x) = i \right] \tag{17} $$

Podľa (Škrovánková, 2013) vyjadríme diferenciálne rovnice a príslušné intenzity prechodu zo stavu i do stavu j, kde $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$:

$$ \mu_x^{ij} = \lim_{t \to 0^+} \frac{{}_t p_x^{ij}}{t} \tag{18} $$

$$ \frac{d\, {}_t p_x^{\overline{11}}}{dt} = -\, {}_t p_x^{\overline{11}} \left[\mu_{x+t}^{12} + \mu_{x+t}^{14} \right] \tag{19} $$

$$ \frac{d\, {}_t p_x^{\overline{22}}}{dt} = -\, {}_t p_x^{\overline{22}} \cdot \mu_{x+t}^{24} - {}_t p_x^{\overline{22}} \cdot \mu_{x+t}^{23} \tag{20} $$

$$ \frac{d\, {}_t p_x^{11}}{dt} = -\, {}_t p_x^{11} \left[\mu_{x+t}^{12} + \mu_{x+t}^{14} \right] \tag{21} $$

$$ \frac{d\, {}_t p_x^{22}}{dt} = -\, {}_t p_x^{22} \left[\mu_{x+t}^{24} + \mu_{x+t}^{23} \right] \tag{22} $$

$$ \frac{d\, {}_t p_x^{12}}{dt} = -\, {}_t p_x^{12} \left[\mu_{x+t}^{24} + \mu_{x+t}^{23} \right] + {}_t p_x^{11} \cdot \mu_{x+t}^{12} \tag{23} $$

$$\frac{d\ {}_tp_x^{14}}{dt} = {}_tp_x^{11} \cdot \mu_{x+t}^{14} + {}_tp_x^{12} \cdot \mu_{x+t}^{24} \tag{24}$$

$$\frac{d\ {}_tp_x^{24}}{dt} = {}_tp_x^{22} \cdot \mu_{x+t}^{24} \tag{25}$$

$$\frac{d\ {}_tp_x^{23}}{dt} = {}_tp_x^{22} \cdot \mu_{x+t}^{23} \tag{26}$$

Keďže z uvedeného modelu vyplýva, že výstup zo stavu (1) zdravý je definitívny, teda nemôže nastať situácia, že sa osoba, ktorá vystúpila zo stavu (1) zdravý, do tohto stavu znovu vráti a rovnako ireverzibilný je aj výstup zo stavu (2) chorý. Potom platia nasledujúce rovnosti: ${}_tp_x^{11} = {}_tp_x^{\overline{11}}$ a ${}_tp_x^{22} = {}_tp_x^{\overline{22}}$.

Riešenia diferenciálnych rovníc pre tieto pravdepodobnosti sú:

$$ {}_tp_x^{11} = e^{-\int_0^t \left(\mu_{x+s}^{12} + \mu_{x+s}^{14}\right) ds} \tag{27}$$

$$ {}_tp_x^{22} = e^{-\int_0^t \left(\mu_{x+s}^{23} + \mu_{x+s}^{24}\right) ds} . \tag{28}$$

5 Záver

Cieľom príspevku bolo okrem stručnej charakteristiky základných znakov produktu poistenia kritických chorôb modelovať priebeh kritického ochorenia pomocou štvorstavového nehomogénneho časovo spojitého modelu s Markovovou vlastnosťou. Pravdepodobnostný rámec bol založený na konštrukcii a riešení diferenciálnych rovníc, ktoré uvádzame v príspevku. Uvedené diferenciálne rovnice predstavujú matematický aparát použiteľný na výpočet pravdepodobností prechodov medzi jednotlivými stavmi nášho 4-stavového modelu. Môžeme ich postupne riešiť buď všeobecne, ak máme začiatočné podmienky, alebo hľadáme numerické riešenie v prípade známych intenzít prechodu. Potom by sme tieto údaje mohli využiť napríklad pri výpočte výšky netto poistného. Na základe existencie incidencií pre vekové skupiny, by bolo možné stanoviť odhady intenzít prechodu zo stavu aktívny do stavu chorý na základe úpravy metodológie navrhnutej v Baione – Levantesi, 2014, kde boli intenzity prechodu odhadnuté na báze prevalenčných mier, ale tento prístup je skôr námetom pre pokračovanie vo výskume.

Uvedený štvorstavový model by sa dal využiť pre odvrátiteľné úmrtia pre ochorenia Covid-19 a SARS-CoV-2 zistením, aké percento pacientov je možné udržať v stave „*zdravý*“ pri správnom financovaní zdravotného systému a dostatku zdravotníckych pomôcok a personálu. V modeli by sa skúmali jednotlivé prechody medzi stavmi pre osoby vo veku 10 až 80 rokov. Týmto by model ponúkal konkrétne vyhodnotenie situácie na Slovensku s prihliadnutím na prípadné splnenie alebo nesplnenie noriem proti rozširovaniu nákazy. Množstvo nejednoznačných a nepresných údajov o Covid-19 však takýto výskum zatiaľ robí irelevantným.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č.1/0160/20 „Stanovenie kapitálovej požiadavky na krytie vybraných katastrofických rizík v životnom a neživotnom poistení“

Literatúra

[1] Baione, F., Levantesi, S. (2014). *A health insurance pricing model based on prevalence rates: Application to critical illness insurance.* Insurance: Mathematics and Economics Vol.56. ScienceDirect: online. Dostupné na: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S016766871 4000912.

[2] www.hpi.sk. (2020).

[3] Kádeková, Z., Récky, R., Nagyová, Ľ., Košičiarová, I., Holienčiková, M. (2017). *Consumer's purchasing preferences towards organic food in Slovakia.* Potravinárstvo. Slovak Journal of Food Sciences 11(1). Nitra: SUA.

[4] Lamoš, F., Potocký, R. (1998). *Pravdepodobnosť a matematická štatistika.* Bratislava: Vydavateľstvo UK.

[5] Nagyová, Ľ., Horská, E., Kádeková, Z. (2011). *Food quality policy and labelling.* Delhi business review 12(1). Delhi: online. Dostupné na: http://www.delhibusinessreview.org /v12n1/v12n1g.pdf.

[6] Nagyová, Ľ., Golian, J., Géci, A., Palkovič, J., Čapla, J., Kádeková, Z. (2018). *Food safety from a consumers´point of view: food quality.* Potravinárstvo. Slovak Journal of Food Sciences 12(1). Nitra: SPU. Dostupné na: https://dx.doi.org/10.5219/918.

[7] Mojžišová, E., Škrovánková, P. (2009). *Transformačné kroky v zdravotnom poistení a analýza zdravotnej starostlivosti v SR.* Ekonomika a informatika 2/2009. Bratislava: ES EU.

[8] https://www.employment.gov.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/socialne-pois-tenie/legislativne-zmeny/. (2021).

[9] Páleš, M. (2015). *Využitie a konštrukcia úmrtnostných tabuliek v životnom poistení.* Slovenská štatistika a demografia 1/2015. Bratislava: Štatistický úrad SR.

[10] Potocký, R. (2012). *Modely v životnom a neživotnom poistení.* Bratislava: STATIS.

[11] Rovný, I. (2009). *Verejné zdravotníctvo.* Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.

[12] Sekerová, V., Bilíková, M. (2005). *Poistná matematika.* Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.

[13] Simonka, Zs., Škrovánková, L. (2016). *New approaches to risk assessment of critical illness.* 8th International Scientific Conference Managing and Modelling of Financial Risks, VŠB-TU of Ostrava. Ostrava: Faculty of Economics, Department of Finance.

[14] www.socpoist.sk. (2021).

[15] Škrovánková, L. (2013). *Zdravotné a nemocenské poistenie.* Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.

[16] Škrovánková, L., Škrovánková, P. (2010). *Dôchodkové, zdravotné a nemocenské poistenie*. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.

[17] Škrovánková, P. (2011). *Modely prerozdelenia poistného v zdravotnom poistení*. Ekonomika a informatika 9(1). Bratislava: ES EU.

[18] Šoltés, M., Delina, R. (2004). *Analýza online poisťovníctva.* Ekonomie a Management 4/2004. Liberec: Technická univerzita v Liberci, Ekonomická fakulta.

[19] http://www.udzs-sk.sk. (2021).