

---

*Lubomír Turňa*

## **ANALÝZA DYNAMICKÉHO PREJAVU SKUPÍN Z RÔZNYCH SOCIÁLNYCH A EKONOMICKÝCH PROSTREDÍ NA HRANICIACH ICH KOEXISTENCIE**

### **Úvod**

Koexistencia dvoch a viacerých sociálnych a ekonomických zoskupení veľmi často vedie ku ich vzájomnému ovplyvňovaniu sa, pričom táto interaktivita je obvykle prejavom so spätnou väzbou. Z toho dôvodu, v závislosti od jej pozitívneho, či negatívneho charakteru, nezriedka aj s navodením stupňujúceho alebo klesajúceho pôsobenia počiatočného vplyvu. Medzi ďalšie charakteristiky sociálno-ekonomického prostredia patria časová retardácia šírenia sa odozvy na podnet a straty vplyvu pôvodného podnetu v prejave odozvy v čase aj priestore. Prvý atribút súvisí s existenciou času relaxácie, ktorý je pre každý typ podnetu aj vlastnosti daného prostredia rôzny, je to v podstate prejav požadovaného času na osvojenie, pochopenie, zaujatie stanoviska s vyústením do spätnej reakcie na podnet. Druhý atribút súvisí jednak s prejavom časovej a priestorovej hyperboly, ktorá je imanentná v každej činnosti ľudského jedinca, kolektívov, spoločnosti. Iste takmer každý bude súhlasiť, že problémy časovo a geograficky veľmi vzdialených vojen sa nás akoby netýkajú, platí to tiež aj pre problémy migrácie národov na hranici nášho letopočtu a v súčasnosti. Tento druhý atribút taktiež súvisí s ohraničenosťou, a teda slabnutím, miery vplyvu akéhokoľvek podnetu na zväčšujúci sa rozsah jeho pôsobenia v čase a v priestore - samozrejme, za predpokladu, ak sa nebudú neustále vynakladať prostriedky na udržanie jeho „využitelnosti“, čo býva, žiaľ, pomerne často. Tieto dva atribúty postačujú na priznanie sociálno-ekonomickému prostrediu existenciu akejosi vnútornej viskozity, ktorá sa spomenutým spôsobom prejavuje na stratách a oneskorení sa vplyvu podnetu v tomto prostredí. Viskozita súvisí s interaktivitou medzi jednotlivými prvkami systému, v tomto prípade - so vzájomným pôsobením jedincov na seba, ktoré v konečnom dôsledku však nadobúdajú makroskopický prejav ako integrálna charakteristika prostredia ako celku. Prináša so sebou časové oneskorenie aj zníženie intenzity odozvy na vplyv podnetu a preto má aj vplyv na vznik strát vo všetkých existujúcich procesoch a javoch, je prejavom existujúceho vnútorného trenia v každom danom prostredí. Jej prejav sa neohraničuje iba na vnútorné oblasti systému, ale aj na hraničné oblasti prostredí, majúce každé svoje vlastnosti s následnou možnosťou ich vzájomnej interaktivity, resp. s vynakladaním snahy vzájomného ovplyvňovania sa.

Sociálne a ekonomické prostredia majú vo všeobecnosti diskretný charakter, prejavujúci sa v priestore aj v čase, lebo sú zložené z jednotlivých, často hierarchicky a rôznou usporiadanosťou vnútorne zoskupených prvkov v postupnosti jednotlivých samostatných krokov vzájomného pôsobenia. Riešenie diskretných a kontinuálnych úloh sa môže za určitých podmienok od seba diametrálne líšiť (napr., ak nastupuje prejav

singularity, ak nastupuje vplyv (ne)spojitosti, ...), čo nenastáva v tomto prípade, ale ani v prípade snahy o postihnutie základného prejavu problémov a ich riešení. Predkladaný príspevok si kladie za skromný cieľ pomocou synergických metód ekonofyziky a envirofyziky [1-8], prevzatých a osvojených z fyziky neživej prírody, v modeli kontinua následným riešením modifikovanej Navierovej-Stokesovej rovnice poukázať na možnosť vzniku stabilných časovo priestorových štruktúr, bezprostredne vznikajúcich na hraniciach dvoch sociálno-ekonomických prostredí za predpokladu ich pôsobenia na seba navzájom.

## 1 FORMULÁCIA PROBLÉMU A JEHO RIEŠENIE, VEDÚCE K POTVRDENIU VZNIKU ROZHRAŇIA S PERIODICKÝM PREJAVOM

Nasledujúce modelové vyjadrenie má niekoľko takmer neodpušiteľných priblížení a predpokladov, len v limitujúcej miere postihuje celkovú podstatu a vôbec nepretenduje na zohľadnenie všetkých mechanizmov, napr. kvôli obídenu zohľadnenia niektorých nelineárnych efektov nebudú zohľadnené disipatívne procesy, súvisiace so stratami pôsobenia a šírenia sa podnetu aj odozvy naň. Analýza bude preto v tomto zmysle vedená v nenáročnej kvalitatívnej rovine.

Nech sa v danej geografickej oblasti voči sebe pohybujú dve sociálne, etnické, či ekonomické prostredia, pre jednoduchosť s dvomi konštantnými rýchlosťami  $\vec{v}_1$  a  $\vec{v}_2$ , majúce ich na svojej hranici veľkosťou rôzne, opačne orientované. S cieľom ďalšieho takmer nevýznamného a žiadne ohraničenia nevyvolávajúceho zjednodušenia bude ďalej sledovaná iba relatívna vzájomná rýchlosť prostredí, teda jedno prostredie bude stáť, bude mať teda rýchlosť  $\vec{0}$  (nula), druhé sa bude voči nemu pohybovať s konštantnou nenulovou rýchlosťou  $\vec{v} = \text{const} \neq \vec{0}$ . Ďalej, za pohyb prostredí danou rýchlosťou možno chápať aj rýchlosť zmeny v prejave vlastností prostredia aj za predpokladu nenastávajúcich zmien vo vzájomnej lokalizácii prostredí – potom sa jedná o zmenu lokalizácie charakteristík a vlastností prostredia, teda o proces, šíriaci sa prostredím. Orientácia pohybu je v rovine  $(0, x, y)$  v smere osi  $Ox$ , zvlnenie bude očakávané a sledované v smere osi  $Oz$ , čiže do hĺbky prostredí od ich spoločnej hranice. V dôsledku zmeny podnetu  $p'$  z jeho pôvodnej nulovej veľkosti  $p=0$  na výslednú hodnotu  $p+p'=p'$  vznikne zmena v pohybe (resp. zmena lokalizácie vlastností) tohto prostredia a vyvolá perturbáciu rýchlosti  $\vec{v}'$  zmien, čiže jej výsledná rýchlosť bude  $\vec{v}+\vec{v}'$ . Vzhľadom na symetriu úlohy možno predpokladať, že pre rýchlosť zostane iba zložka vektora rýchlosti zmien v smere osi  $Ox$ .

Z úplnej Navierovej-Stokesovej rovnice po zohľadnení nestlačiteľnosti prostredia, čo je aj pre sociálno-ekonomické prostredie reálna požiadavka<sup>1</sup>, vedúcej k nemennosti

<sup>1</sup> ... v obvyklom zmysle chápaná zmena hustoty usporiadania lokalizácie jedincov sociálno-ekonomického prostredia sa vo väčšine procesov neprejavuje

hustoty rozloženia jedincov/prvkov daného prostredia ( $\rho = const$ ), zostane iba časť so zmenou rýchlosti  $\vec{v}'$  a perturbácie podnetu  $p'$

$$\frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} + (\vec{v}' \vec{\nabla}) \vec{v}' = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p' \quad (1a)$$

a spolu s rovnicou kontinuity v prípade nemennej hustoty rozloženia prvkov prostredia

$$\vec{\nabla} \vec{v}' = 0 \quad (1b)$$

budú tvoriť úplný systém diferenciálnych rovníc. Po zohľadnení spomenutej symetrie pre zložky rýchlosti bude platiť pre perturbovanú zložku rýchlosti a podnetu vzťah

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + v' \frac{\partial v'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} p', \quad (2)$$

v rámci ktorého došlo k zanedbaniu vnútornej viskozity, vnútorného trenia, teda aj interaktivity medzi jedincami v danom prostredí. Tento krok s cieľom významného zjednodušenia ďalšieho postupu je značne kontraverzný, lebo na jednej strane je trenie (aspoň) na hranici prostredí bezpodmienečne vyžadované, na druhej strane je zámerne opomenuté. Ďalšie výhrady možno zastaviť predpokladom vzniku trenia medzi povrchmi v počiatkovej fáze ich vzájomného pohybu, potom bude vnútorné trenie „vypnuté“, príp. rozdielnosťou vzájomného prejavu rôznorodých jedincov na hranici a prejavu rovnakých a rovnako zmýšľajúcich jedincov vo vnútri sociálno-ekonomickej skupiny.

Po aplikácii operátora  $\vec{\nabla}$  (div) na rovnicu (2) zostane  $\vec{\nabla}^2 p' = 0$ , resp. vzťah,

$$\Delta p' = 0 \quad (3a)$$

a po zohľadnení predpokladanej symetrie úlohy takým bude výraz

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) p' = 0, \quad (3b)$$

pre ktorý možno hľadať riešenie v tvare ( $k$  - vlnový vektor,  $\omega$  - kruhová frekvencia)

$$p'(x, z, t) \cong f(z) \cdot e^{i(k \cdot x - \omega \cdot t)} \quad (4)$$

a jeho vložení do vzťahu (3b) možno obdržať závislosť pre funkciu  $f(z)$

$$\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2} - k^2 f(z) = 0, \quad (5)$$

ktorý vedie k formálnemu riešeniu

$$f(z) = p'_0 \cdot e^{\pm k \cdot z}, \quad p'_0 = \text{const}, \quad (6)$$

s výberom iba znaku „-“ v dôsledku požiadavky konečnej (ohraničenej) hodnoty pre  $z \rightarrow \infty$  od spoločnej hranice do hĺbky prostredí, preto výsledné riešenie bude

$$p'(x, z, t) = p'_0 \cdot e^{-k \cdot z + i(k \cdot x - \omega \cdot t)}, \quad (7)$$

čo jednoznačne upozorňuje na periodickú zmenu podnetu na rozhraní prostredí, vedúcu striedavo k vzniku jeho lokálneho poklesu a nárastu, avšak jednoznačne stáleho poklesu do hĺbky  $z$  od vzájomnej hranice prostredí. Už z tohto výsledku vyplýva oprávnené očakávanie periodickej štruktúry na rozhraní koexistujúcich prostredí, pravda v zmysle všetkých uvedených ohraňení a predpokladov. Avšak už na začiatku bola avizovaná snaha iba o kvalitatívny pohľad na sledované procesy na rozhraní.

Podnet, prítomný na rozhraní, bude vynucujúcim faktorom na dianie v jeho okolí. Preto predpokladajúc rovnakú závislosť aj pre rýchlosť rozhrania, alebo rýchlosť zmien kvality rozhrania, substitúciou vzťahu (7) do rovnice (2) možno odvodiť výraz pre túto rýchlosť  $v'$  zmien (vlastností) rozhrania oboch prostredí

$$(-i \cdot \omega + i \cdot k \cdot v')v' = -\frac{k}{\rho} p'_0, \quad (8)$$

ktorý okrem iného vyjadruje aj disperzné (rozptylové) efekty počas šírenia sa procesu.

Nech plocha rozhrania (vlastností) prostredí je vyjadrená nejakou funkciou  $Surf(x, z, t)$  a nech rýchlosť jej zmeny sleduje v každom mieste a čase zmenu tohto

rozhrania  $v' \cong \frac{dSurf}{dt}$ . Pretože pre úplnú časovú deriváciu platí

$$\frac{dSurf}{dt} = \frac{\partial Surf}{\partial t} + (\vec{v}' \cdot \vec{\nabla}) Surf, \quad \text{potom s predpokladom reálneho priblíženia tiež platí}$$

$\frac{\partial Surf}{\partial t} = \bar{v}' - (\bar{v}' \bar{V}) Surf$ , preto pre vzťah rozhrania (vlastností) prostredí a rýchlosti možno napísať

$$Surf \cong \frac{v'}{i \cdot (kv' - \omega)}. \quad (9)$$

Následne pre veľkosť podnetov  $p'_1$ ,  $p'_2$  v dôsledku rôznej hustoty  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  rozloženia prvkov prostredia po stranách rozhrania oboch prostredí platia vzťahy  $p'_1 = -\frac{\rho_1}{k} \cdot Surf_1 \cdot (\omega - v' \cdot k)^2$ ,  $p'_2 = \frac{\rho_2}{k} \cdot Surf_2 \cdot \omega^2$ , ale  $Surf_1 = Surf_2 = Surf$ , preto možno cez túto veličinu porovnať oba výrazy pre  $p'_1 = p'_2$  a tak možno finálne odvodiť kvadratický vzťah

$$(\rho_1 + \rho_2) \cdot \omega^2 - 2\rho_1 \cdot v' \cdot k \cdot \omega + \rho_1 \cdot v'^2 \cdot k^2 = 0, \quad (10)$$

z ktorého možno vyjadriť

$$\omega = \frac{\rho_1 \cdot v' \cdot k}{\rho_1 + \rho_2} \pm \frac{\sqrt{-\rho_1 \cdot \rho_2 \cdot (v' \cdot k)^2}}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (11)$$

Prvý člen výrazu (11) typu  $\omega = X \pm \sqrt{Y}$  je kladný  $X > 0$  a výraz pod odmocninou je záporný  $Y < 0$ , a preto pre frekvenciu  $\omega$  platí

$$\omega = \frac{\rho_1 \cdot v' \cdot k}{\rho_1 + \rho_2} \pm i \cdot \frac{v' \cdot k \sqrt{\rho_1 \cdot \rho_2}}{\rho_1 + \rho_2} = \left| \begin{array}{l} ak \text{ bude} \\ \rho_1 \approx \rho_2 \approx \rho \end{array} \right| = \frac{v' \cdot k}{2} \pm i \cdot \frac{v' \cdot k}{2}, \quad (12)$$

$$\text{Re}(\omega) = \frac{v' \cdot k}{2} \geq 0, \quad \text{Im}(\omega) = \pm \frac{v' \cdot k}{2},$$

čo v dôsledku  $\text{Re}(\omega) = (v' \cdot k)/2 \geq 0$  a v nadväznosti na vzťahy (4) a (7) vedie k nestabilnej, stále rastúcej amplitúde aj frekvencie oscilácií, ktorých rast by sa v reálnom prípade zastavil v dôsledku existujúcich strát na disipatívnych procesoch, ale ktoré nie sú v tomto modeli zohľadnené. Rast amplitúdy aj frekvencie oscilácií však naznačuje možnosť zvyšovania intenzity aj opakovateľnosti interaktívnych procesov v hraničnej oblasti prostredí, čo v skutočnosti býva častou realitou.

Výrazy (8 až (12) umožňujú vyjadriť geometrické vlastnosti vlnového procesu, v dôsledku toho aj jeho výsledný prejav na rozhraní vlastností prostredí cez samotné vlastnosti týchto prostredí.

## **Záver**

Cieľom príspevku bolo nájsť a vyjadriť vzťahy pre zdokumentovanie vzniku možných procesov, vedúcich k periodickej štruktúre (vlastností) rozhrania pri vzájomnom ovplyvňovaní sa dvoch sociálno-ekonomických štruktúr. Napriek nemalému počtu skutočnosť významne modifikujúcich predpokladov boli získané vzťahy, ktoré, aspoň kvalitatívne, popisujú sledovaný proces a dokazujú možnosť vzniku zvlnenia v kvalite rozhrania na hranici koexistencie týchto prostredí. Z odvodených vzťahov vidieť, že vzniknutá existenciou/prítomnosťou stabilná periodická štruktúra procesu, ale so stále rastúcou amplitúdou a frekvenciou oscilácií, modifikuje nielen geometriu samotného rozhrania vzájomných vplyvov sociálno-ekonomických štruktúr v závislosti od ich vlastností, ale tieto sa prejavujú aj na modifikovaní parametrov samotnej štruktúry, dokonca vplývajú na periodickú variabilitu samotného podnetu.

## **Kľúčové slová**

hranica, koexistencia, sociálne prostredia, ovplyvnenie

## **Klasifikácia JEL**

C62, J11, R12

## **LITERATÚRA**

- [1] BRDIČKA M. a kol.: Mechanika kontinua, AV ČR, Academia, Praha 2000
- [2] BILLINGHAM J., KONG A. C.: Wave Motion, Cambridge Univ Press, Cambridge 2000
- [3] DFŽELALIJA M.: Enviromental physics, Univ. of Molise/Split/Targoviste, Split 2004
- [4] HAVLÍK V. a kol.: Matematické modelování neustáleného proudění, CVUT, Praha 1992
- [5] MANNEVILLE P.: Dissipative Structures and Weak Turbulence, Acad Press, Boston 1990
- [6] MANTEGNAR. N., STANLEY H. E.: Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance, Cambr Univ Press 2000, 2004, 2007
- [7] SHONE R.: Economic dynamics, Cambridge univ. press, Cambridge, 1997
- [8] VOIT J.: The Statistical Mechanics of Financial Markets, Theoretical and Mathematical Physics, Springer, Berlin 2005

## RESUMÉ

V príspevku je sledované vzájomné ovplyvňovanie sa členov rôznych sociálnych skupín alebo skupín rôznych sociálnych prostredí na hraniciach ich koexistencie. Model má veľmi zovšeobecnenú definíciu lebo v modeli nie sú použité žiadne úzko ohraničujúce podmienky, ktoré by boli zviazané so selektívne stanovenými konkrétnymi parametrami a teda model je použiteľný v širokej oblasti jeho využitia. Po analýze vzťahov možno dôjsť k záveru, že vzájomné sa ovplyvňovanie rôznych sociálnych skupín vedie k dynamickému prejavu, vyúsťujúcemu k periodicky sa opakujúcemu javu, ktorý má charakter vlnového procesu.

## SUMMARY

The paper watched the reciprocal influence of members of various social groups, or groups of different social backgrounds on the borders of their coexistence. The model has a very generalized definition because the models are not used in any closely marginal conditions, which would be tied to the selectively set specific parameters, and consequently model is available in a wide field of applications. After analyzing the relationship can be concluded that the mutual influence of different social groups leads to a dynamic expression which finally led to the periodically repeating phenomenon, having the character of wave processes.

## Kontakt

RNDr. Lubomír Turňa, CSc., Katedra aplikovanej informatiky, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: + 421 2/672 95 877, e-mail: [stefanluboturna@post.sk](mailto:stefanluboturna@post.sk)