

---

*Marián Goga*

## **NIEKTORÉ PROBLÉMY MATEMATICKÉHO MODELOVANIA SÚŤAŽNÝCH PONUKOVÝCH STRATÉGIÍ**

### **Úvod**

Ekonomická prax prináša stále nové a zložitejšie problémy, ktoré treba riešiť v procese ekonomického rozhodovania. Určitým nedostatkom štandardných prístupov k matematickému modelovaniu rozhodovacích situácií je, že sú založené na monokriteriálnej účelovej funkcii a majú spravidla deterministický charakter. Reálne rozhodovacie procesy však obyčajne vyžadujú, aby sa pri rozhodovaní bralo do úvahy viac hľadísk súčasne.

V praxi často vznikajú situácie, v ktorých sa účastník musí rozhodnúť pre vhodnú stratégiu, aby dosiahol zo svojho pohľadu čo najlepší výsledok. Ak jeho rozhodnutie závisí aj od rozhodnutí iných účastníkov, otvára sa priestor na použitie poznatkov z teórie hier [5], [21]. Jej náplňou je modelovať široký okruh rozhodovacích úloh v konfliktných situáciách. Každá takáto situácia (hra, súťaž) je určená účastníkmi (ich počtom), danými pravidlami, poradím rozhodovania účastníkov, ich informovanosťou, vplyvom ich rozhodnutí na výsledok hry a preferenciami jednotlivých výsledkov. Konflikty sú špeciálnym prípadom rôznych rozhodovacích situácií, v ktorých dochádza k stretu záujmov účastníkov, ktorí v nich vystupujú. Bezprostredné ekonomické aplikácie teórie maticových hier sú podmienené antagonistickým charakterom modelovaných konfliktných situácií.

Pri rozhodovaní v konfliktných situáciách je nevyhnutné brať do úvahy aj konanie druhej strany - „protihráča“. Výsledkom správneho rozboru takýchto situácií je odporúčanie zvoliť taký postup (stratégiu), ktorý by pri akomkoľvek konaní protihráča zaručil určitý dosiahnuteľný výsledok [3], [14], [17].

Základný princíp takéhoto postupu sa nachádza aj pri ponukových súťažiach, v ktorých efektívnosť rozhodnutia jednej strany (jedného účastníka) závisí od rozhodnutí druhej strany (druhého účastníka). Metódy, ktoré uvádzame v článku sa zaoberajú oblasťou správania sa dvoch konkurentov v ponukovej súťaži. Obsahom súťaže sú ponuky na získanie práva na vlastníctvo alebo možnosti vykonávať určité služby. Konkurenti (ponúkajúci) súťažia o získanie práva alebo výkonov podľa

pravidiel určených štátom (zákonom) [22], [23] alebo organizáciou (osobou), ktorá ponuku vyvoláva.

Predmetom súťažnej ponuky v rôznej forme môžu byť: kontrakty, koncesie, patentové licencie, cenné predmety atď. Súťaž vo všeobecnosti môže prebiehať formou dražby, aukcie, konkurzov, obstarávania, predkladaných privatizačných projektov a pod.

V odbornej literatúre [6], [4] sa v podstate vyskytujú dva typy súťažných ponukových situácií. Prvý typ ponuky tvorí *otvorená ponuka* alebo *dražba*, v ktorej dvaja alebo viacerí ponúkajúci (záujemcovia) pokračujú v otvorených ponukách na nejaký hodnotný predmet (objekt) až dotedy, kým nikto nechce ďalej zvýšiť ponuku. Posledná ponuka je potom víťaznou ponukou. Druhý typ tvorí *uzavretá ponuka*, v ktorej nezávisle dvaja alebo viacerí ponúkajúci ponúkajú svoje ponuky na získanie práva na vlastníctvo alebo na výkon služieb. Vo väčšine prípadov sa povoľuje len jedna ponuka na jedného súťažiaceho a posudzovateľ prijíma najvyššiu alebo najnižšiu ponuku, podľa toho, ako to určujú pravidlá súťaže [16], [2], [19], [20].

V článku analyzujeme dve relatívne jednoduché situácie na otvorenú ponuku a na uzavretú ponuku a uvedieme tvar modelu, ktorým je možné vyhodnocovať súťažné ponuky. Ide o modely orientované na maximalizáciu rozdielu ziskov a maximalizáciu očakávaného zisku pri otvorenej a zatvorenej ponuke a model na vyhodnocovanie súťažných ponúk.

## 1 MAXIMALIZÁCIA ROZDIELU ZISKOV (OTVORENÁ PONUKA)

Preskúmame najskôr jednoduchú situáciu, v ktorej je záujem o dva cenné predmety (obrazy) so známymi hodnotami  $C_1$  a  $C_2$ . Ide teda o dražbu (aukciu) cenných predmetov. Predpokladajme, že sú len dvaja ponúkajúci A a B, ktorí majú na svoju ponuku k dispozícii určité množstvo peňazí  $S_A$  a  $S_B$ . Ďalej predpokladajme, že  $S_A$  a  $S_B$  sú menšie ako  $(C_1 + C_2)$  a že platí

$$\frac{1}{2} < \frac{S_A}{S_B} < 2.$$

Predpokladáme tiež, že ponúkajúci A pozná množstvo peňazí, ktoré má ponúkajúci B k dispozícii. Keďže chceme určiť optimálnu stratégiu ponúkajúceho A, nemusíme sa zaoberať tým, či ponúkajúci B pozná množstvo  $S_A$ .

Ponúkajúci A chce vedieť, kedy má prestať vo zvyšovaní ponuky na prvý predmet. Pri riešení tejto úlohy je veľmi dôležité, aký je cieľ ponúkajúceho A pri určovaní ponúk. Zvyčajným cieľom je dosiahnuť maximálny celkový zisk. Je teda možné, že A

sa bude snažiť, aby celkový zisk B bol minimálny. Tento cieľ môže pre A znamenať maximalizovanie čistého rozdielu medzi ziskom A a ziskom B. Obidva ciele – maximalizácia celkového zisku a maximalizácia čistého rozdielu ziskov – vedú k rôznym optimálnym stratégiám. Našu analýzu najskôr zameriame na hľadanie optimálnej stratégie pri maximalizovaní rozdielu ziskov  $Z_A - Z_B$  v otvorenej ponuke, kde  $Z_A$  je zisk ponúkajúceho A a  $Z_B$  je zisk ponúkajúceho B [15], [6].

Predpokladajme, že ponúkajúci B ponúkol  $x$  eur za jeden z dvoch predmetov na predaj. Vieme, že najmenšie zvýšenie ponuky je  $\Delta$ . Ponúkajúci A sa musí rozhodnúť, či ponúkne  $x + \Delta$ , alebo nechá B zvíťaziť s ponukou  $x$ . Situácia vedie A k rozhodovaniu medzi dvoma stratégiami:

1. Ak A nechá B získať prvý predmet za  $x$  eur, B bude mať  $S_B - x$  eur na druhý predmet. Keďže  $S_A > S_B - x$  (toto vyplýva z predpokladu, že  $\frac{1}{2} < \frac{S_A}{S_B} < 2$  a A a B sú racionálni súťažiaci), vtedy A má istotu, že získa druhý predmet za  $S_B - x + \Delta$ .

Keď A nechá B získať prvý predmet za  $x$  eur, potom pre zisk A a B platí

$$Z_A = C_2 - (S_B - x + \Delta)$$

$$Z_B = C_1 - x.$$

Rozdiel medzi ziskom A a B je:

$$Z_A - Z_B = (C_2 - S_B + x - \Delta) - (C_1 - x) = C_2 - S_B - C_1 + 2x - \Delta.$$

2. Ak ponúkajúci A ponúkne  $x + \Delta$  a ponúkajúci B ho nechá získať prvý predmet pri tejto ponuke, potom zisk A a B bude

$$Z'_A = C_1 - (x + \Delta)$$

$$Z'_B = C_2 - [S_A - (x + \Delta) + \Delta].$$

Keďže A bude mať po prvom obchode len  $S_A - (x + \Delta)$  eur, B získa druhý predmet za  $S_A - (x + \Delta) + \Delta$  a rozdiel medzi ziskom A a ziskom B je potom

$$Z'_A - Z'_B = [C_1 - (x + \Delta)] - [C_2 - S_A + x] = C_1 - C_2 + S_A - 2x - \Delta.$$

Uvedené dve stratégie vedú k predbežnému záveru: ponúkajúci A nechá ponúkajúceho B prvý predmet za  $x$  eur vtedy, keď rozdiel medzi ziskom A a ziskom B je väčší ako rozdiel, ktorý vznikne v prípade, že A bude ponúkať viac a ponúkne  $x + \Delta$ .

Druhú stratégiu ponúkajúci A zvolí vtedy, ak je splnená podmienka, že

$$Z_A - Z_B \leq Z'_A - Z'_B,$$

čiže

$$(C_2 - S_B + x - \Delta) - (C_1 - x) \leq (C_1 - x - \Delta) - (C_2 - S_A + x),$$

alebo po úprave

$$4x \leq 2C_1 - 2C_2 + S_A + S_B.$$

Situácia, že ponúkajúci A ponúkne  $x + \Delta$  eur za prvý predmet nastane vtedy, keď

$$x \leq \frac{2 \cdot (C_1 - C_2) + (S_A + S_B)}{4}.$$

Ak v tejto situácii predpokladáme, že ponúkajúci B je racionálny a ponúka čestne, potom ponúkajúci A je nútený ponúkať až po hodnotu  $x$ , ktorú charakterizuje rovnica:

$$x = \frac{2 \cdot (C_1 - C_2) + (S_A + S_B)}{4}.$$

Rozdiel medzi ziskom A a ziskom B sa zistí dosadením tejto hodnoty  $x$  do rovnice  $Z'_A - Z'_B$ , z ktorej potom vyplynie, že

$$Z'_A - Z'_B = \frac{S_A - S_B}{2} - \Delta.$$

Ak  $\Delta \rightarrow 0$ , potom rozdiel v ziskoch nezávisí od výšky peňazí, ktoré sa v súťaži ponúkli, ale závisí len od rozdielu množstva peňazí, ktoré mali ponúkajúci na začiatku k dispozícii [6], [11].

Individuálny zisk A je za týchto podmienok

$$Z'_A = \frac{C_1 + C_2}{2} - \frac{S_A + S_B}{4} - \Delta.$$

Teraz uvidíme číselnú ilustráciu týchto problémov.

Predpokladajme, že sa na aukcii (dražbe) predávajú cenné predmety. Ponúkajúci A má k dispozícii 10 000 eur a ponúkajúci B 11 000 eur. Obidvaja vedia, koľko eur má ten druhý k dispozícii.

Nech B ponúkne za prvý z dvoch predmetov 6 000 eur. Ponúkajúci A sa musí rozhodnúť, či má alebo nemá ponúknuť 6 100 eur.

Z podmienky

$$x \leq \frac{2 \cdot (C_1 - C_2) + (S_A + S_B)}{4}$$

vyplýva, že A ponúkne 6 100 eur vtedy, ak platí

$$6\,000 \leq \frac{2 \cdot (C_1 - C_2) + (10\,000 + 11\,000)}{4}.$$

Ďalej predpokladajme, že A hodnotí prvý predmet na 7 500 eur a druhý predmet na 10 000 eur. Potom

$$\frac{2 \cdot (7\,500 - 10\,000) + (10\,000 + 11\,000)}{4} = 4\,000 < 6\,000.$$

Z uvedeného vyplýva, že ponúkajúci A by nemal ponúknuť viac ako 4 000 eur za prvý predmet.

Možno povedať, že dve stratégie ponúkajúceho A by viedli k dvom rozdielnym výsledkom:

1. Ponúkajúci A nechá získať prvý predmet ponúkajúcemu B za 6 000 eur a bude si istý, že získa druhý predmet za nie viac ako

$$S_B - x + \Delta = 11\,000 - 6\,000 + 100 = 5\,100 \text{ eur.}$$

Potom čistý zisk A by bol  $C_2 - (S_B - x + \Delta) = (10\,000 - 5\,100) = 4\,900$  eur a čistý zisk B by bol  $C_1 - x = (7\,500 - 6\,000) = 1\,500$  eur. Ponúkajúci A by teda volil lepšiu stratégiu ako ponúkajúci B, pretože rozdiel čistých ziskov  $Z_A - Z_B$  je  $(4\,900 - 1\,500) = 3\,400$  eur v prospech A.

2. Keď však ponúkajúci A zvolí druhú stratégiu a ponúkne 6 100 eur za prvý predmet, pričom ponúkajúci B ho nechá zviťaziť v ponuke, potom čistý zisk A je  $Z'_A = C_1 - (x + \Delta) = 7\,500 - (6\,000 + 100) = 1\,400$  eur.

Ponúkajúci B získa druhý predmet za  $(S_A - (x + \Delta) + \Delta) = (10\,000 - 6\,100 + 100) = 4\,000$  eur a čistý zisk B je potom  $Z'_B = C_2 - [S_A - (x + \Delta) + \Delta] = 10\,000 - 4\,000 = 6\,000$  eur.

V tomto prípade by volil lepšiu stratégiu ponúkajúci B, pretože rozdiel čistých ziskov  $Z'_A - Z'_B$  je  $(1\,400 - 6\,000) = -4\,600$  eur v neprospech A, ale v prospech B.

Poznamenávame, že v oboch prípadoch predpokladáme rovnaké ohodnotenie predmetov zo strany oboch ponúkajúcich. Keby B určil iné ohodnotenie predmetov ako A, potom relatívna výhoda tejto druhej stratégie by nebola pre neho taká istá [4].

## 2 MAXIMALIZÁCIA OČAKÁVANÉHO ZISKU (OTVORENÁ PONUKA)

V druhej časti článku preskúmame prípad, keď cieľom ponúkajúceho A je maximalizácia vlastného očakávaného zisku.

Predpokladáme, že A ponúkne  $x + \Delta$  eur za prvý predmet vtedy, keď jeho očakávaný zisk je väčší alebo sa rovná očakávanému zisku ako v prípade, že B získa prvý predmet za  $x$  eur, t. j.

$$Z'_A \geq Z_A, \text{ čiže } C_1 - (x + \Delta) \geq C_2 - (S_B - x + \Delta), \text{ alebo po úprave, keď}$$

$$x \leq \frac{C_1 - C_2 + S_B}{2}.$$

Analogická úvaha platí aj o druhom ponúkajúcom B, t. j. B ponúkne  $x + \Delta$  eur za prvý predmet vtedy, keď platí

$$x \leq \frac{C_1 - C_2 + S_A}{2}.$$

Ak predpokladáme, že obaja ponúkajúci A a B ponúkajú čestne, potom ich konečná ponuka bude zmenšená o hodnotu  $\Delta$ . Vyplýva to z toho, že:

a) Keď  $S_A > S_B$ , zisk ponúkajúceho A zistíme dosadením  $\frac{C_1 - C_2 + S_B}{2}$  namiesto  $x$  na

ľavej strane nerovnice  $C_1 - (x + \Delta) \geq C_2 - (S_B - x + \Delta)$ .

Dostaneme  $Z'_A = \frac{C_1 + C_2 - S_B}{2} - \Delta$ , ( $S_A > S_B$ ).

b) Keď  $S_A < S_B$ , zisk A sa nájde dosadením  $\frac{C_1 - C_2 + S_A}{2}$  namiesto  $x$  na ľavú stranu tej

istej nerovnice  $C_1 - (x + \Delta) \geq C_2 - (S_B - x + \Delta)$ , pričom dostaneme  $Z'_A = \frac{C_1 + C_2 - S_A}{2} -$

$\Delta$ , ( $S_A \leq S_B$ ).

Poznamenávame, že analogické úvahy platia aj pre ponúkajúceho B.

Z uvedených úvah vyplýva, že hodnota zisku ponúkajúceho A, t. j.  $Z'_A$  v prípade maximalizácie očakávaného zisku je väčšia ako hodnota jeho zisku v prípade maximalizácie rozdielu zisku A a zisku B [6].

Aj tu uvedieme číselnú ilustráciu týchto problémov.

Preskúmame teraz tú istú situáciu, ako sme ju opísali v predchádzajúcej ilustrácii. Cieľom ponúkajúceho A však bude maximalizovanie jeho očakávaného zisku (netýka sa ho priamo, koľko získa B). Výpočtami sme zistili, že:

a) Keď B získa prvý predmet za 6 000 eur a A dostane druhý predmet za 5 100 eur, potom hodnota zisku A je  $(10\,000 - 5\,100) = 4\,900$  eur.

b) Keď A získa prvý predmet za 6 100 eur, potom hodnota jeho zisku je  $(7\,500 - 6\,100) = 1\,400$  eur.

Teda najlepšia stratégia z oboch prípadov je vtedy, keď hodnota zisku A je 4 900 eur.

Pri použití vzťahu  $x \leq \frac{C_1 - C_2 + S_B}{2}$ , za predpokladu, že cieľom A je maximalizovanie jeho očakávaného zisku zistíme, že  $\frac{7\,500 - 10\,000 + 11\,000}{2} = 4\,250$  eur, z čoho vyplýva, že ponúkajúci A by nemal ponúkať viac ako 4 250 eur za prvý predmet.

Z analýzy v prvej a druhej ilustrácii vyplýva pre ponúkajúceho A, že:

- v prípade maximalizovania rozdielu čistých ziskov by A nemal ponúknuť viac ako 4 000 eur za prvý predmet,
- v prípade maximalizovania svojho očakávaného zisku by A nemal ponúknuť viac ako 4 250 eur za prvý predmet.

Odlíšne hodnoty vyplývajú z odlišnosti cieľov.

### 3 VÝBER STRATÉGIE PRI UZAVRETEJ PONUKE (DVAJA ÚČASTNÍCI)

Analýza situácie v tejto časti článku je podobná ako analýza v predchádzajúcich častiach, s tým rozdielom, že na dva cenné predmety s hodnotou  $C_1$  a  $C_2$  dávajú súčasne dvaja ponúkajúci A a B svoje ponuky, pričom každý z nich dáva dve uzavreté ponuky. Aby sme situáciu zjednodušili, predpokladáme, že A aj B majú k dispozícii na obidva predmety každý po  $S$  eur a  $S < (C_1 + C_2)$ . V prípade nerozhodného výsledku predpokladáme, že o výhercovi rozhodne hod mincou.

Uvažujme o ponúkajúcom A, ktorý zostavil dve ponuky  $P_1$  a  $P_2$  na dva predmety. Keď budú ponuky úspešné, potom zisk bude pri oboch predmetoch rovnaký. Teda,  $Z$  je celkový zisk, spojený s úspešnou ponukou  $Z = \frac{C_1 + C_2 - S}{2}$ .

Hodnoty ponúk ponúkajúceho A majú tvar:

$$P_1 = C_1 - Z = \frac{C_1 - C_2 + S}{2}, (C_1 - C_2 + S \geq 0),$$

$$P_2 = C_2 - Z = \frac{C_2 - C_1 + S}{2}, (C_2 - C_1 + S \geq 0).$$

Poznamenávame, že ak niektorá hodnota ponuky je záporná, potom sa táto hodnota mení na nulu a ponuka všetkých použiteľných prostriedkov sa presúva na druhý predmet.

Analogickým spôsobom sa určí aj optimálna stratégia ponúkajúceho B.

V prípade, že sa ponúkajúci B odchýli od tejto stratégie a bude ponúkať napríklad  $C_1 - Z + \delta$  za prvý predmet a  $C_2 - Z - \delta$  za druhý predmet, potom A získa druhý predmet a B získa prvý predmet. Zisk oboch ponúkajúcich však bude rozdielny:

$$Z_B = C_1 - (C_1 - Z + \delta) = Z - \delta,$$

$$Z_A = C_2 - (C_2 - Z) = Z.$$

Zisk ponúkajúceho A je teda väčší o hodnotu  $\delta$  ako zisk ponúkajúceho B. Tým, že A zvolí optimálne stratégie  $P_1$  a  $P_2$  získa aspoň zisk  $Z$  a zároveň zabráni ponúkajúcemu B dosiahnuť viac ako  $Z$ .

Aj tieto problémy ilustrujeme číselne.

Predpokladajme, že obaja ponúkajúci A a B majú k dispozícii po 10 000 eur. Ostatné číselné údaje sú podobné ako v oboch predchádzajúcich číselných ilustráciách. Ponúkajúci A zvolí tieto dve ponuky:

$$\text{a) za prvý predmet ponúkne: } P_1 = \frac{7\,500 - 10\,000 + 10\,000}{2} = 3\,750 \text{ eur,}$$

$$\text{b) za druhý predmet ponúkne: } P_2 = \frac{10\,000 - 7\,500 + 10\,000}{2} = 6\,250 \text{ eur.}$$

Jeho zisk v obidvoch prípadoch (keby vyhral) je:

$$Z_A^1 = 7\,500 - 3\,750 = 3\,750 \text{ eur}$$

$$Z_A^2 = 10\,000 - 6\,250 = 3\,750 \text{ eur.}$$

To znamená, že v oboch prípadoch dosiahne rovnaký zisk. Takáto istá stratégia je najlepšou stratégiou aj pre ponúkajúceho B. Keď to obaja zistia, potom získanie predmetov bude závisieť od hodenia mince, teda od náhody.

Poznamenávame, že v prípade, ak je disponibilná suma peňazí u ponúkajúcich A a B rôzna a počet predmetov je väčší ako dva, problém sa stáva zložitejším. Riešenie – najlepšia stratégia sa však dá nájsť analyticky. Podobne k zložitým výpočtom dochádza v prípade, ak sa v súťaži zúčastní  $n$  účastníkov so svojimi uzavretými ponukami [6], [14], [9], [10].

#### 4 MODEL NA VYHODNOCOVANIE SÚŤAŽNÝCH PONÚK

V tejto časti článku analyzujeme možnosti využitia matematického modelovania pri výbere a vyhodnocovaní súťažných ponúk v rámci verejného obstarávania. Postupovým krokom jednotlivých metód obstarávania vždy predchádza výber metódy obstarávania, ktorý má charakter základného postupového kroku. Z hľadiska procesných postupov je pri každej metóde obstarávania najdôležitejšia ich diferenciácia v rámci jednotlivých druhov obstarávania a racionalizácia týchto postupov.

Zákon o verejnom obstarávaní dáva k dispozícii možnosť použiť tri základné súťažné metódy obstarávania (verejná súťaž, užšia súťaž, rokovacie konanie so zverejnením a súťažný dialóg), jednu nesúťažnú metódu obstarávania (rokovacie konanie bez zverejnenia, neformálne označované ako priame zadanie) a racionalizačné doplnujúce formy základných súťažných metód (elektronické obstarávanie tovarov, rámcové zmluvy, spoločné obstarávanie a elektronická aukcia) [22], [19].

Pri výbere metódy obstarávania treba prioritne pri každom prípade obstarávania posúdiť možnosť použiť metódu verejnej súťaže. Metóda verejnej súťaže sa vo všeobecnosti považuje za univerzálne vhodnú pre väčšinu prípadov obstarávania a vyberá sa preto vždy, ak nie sú vážne prekážky na jej úspešné využitie v danom prípade obstarávania. Iné metódy obstarávania sa volia len vtedy, ak sú na splnenie cieľa daného obstarávania evidentne výhodnejšie. Dôvodmi pre nepoužitie metódy verejnej súťaže môžu byť napríklad obava z neúmerne vysokého počtu záujemcov so snahou znížiť ich počet (v tom prípade sa volí metóda užšej súťaže), alebo neschopnosť dostatočne špecifikovať predmet obstarávania (v tom prípade sa volí metóda rokovacieho konania so zverejnením), alebo mimoriadna zložitosť prípadu obstarávania (v tom prípade sa volí metóda súťažného dialógu) [19].

V procese verejného obstarávania verejný obstarávateľ uvádza v súťažných podkladoch spôsob uplatnenia kritérií na vyhodnotenie ponúk – pravidlá na hodnotenie kritérií podľa § 34, ods. 9 zákona o verejnom obstarávaní [22]. Na základe uplatnenia



kritérií na vyhodnotenie ponúk verejný obstarávateľ stanoví poradie ponúk. Ak sú ponuky vyhodnocované na základe najnižšej ceny, poradie ponúk sa stanoví od najnižšej ceny po najvyššiu. Ak hodnotenie ponúk prebieha na základe ekonomicky najvýhodnejšej ponuky, verejný obstarávateľ musí vypracovať model na vyhodnocovanie ponúk [13].

Vychádzajúc z matematického modelu, poradie ponúk sa stanoví podľa súčtu všetkých bodov pridelených jednotlivým ponukám v rámci jednotlivých kritérií na hodnotenie ponúk. V zmysle zákona o verejnom obstarávaní sa nesmú používať zložité rovnice ako napr. kvadratické, kubické a iné. Odporúča sa použiť jasné, nediskriminačné a objektívne pravidlo, pri ktorom sa jednotlivé návrhy na plnenie kritérií dajú do pomeru s najlepšie hodnoteným návrhom v danom kritériu a následne sa vynásobia váhou daného kritéria.

Matematický tvar modelu používa dve hlavné kritériá hodnotenia, ku ktorým verejný obstarávateľ vypočítava bodové hodnoty: cenu ( $C$ ) a funkčnú charakteristiku ( $FCH$  – hodnotiace kritérium, ktoré si vybral verejný obstarávateľ a ktoré sa dá vyčíslieť).

Kritériá majú takýto tvar:

- cenové kritérium ( $C$ ):  
 čiastkové body za  $C = \frac{\text{ponuka s najnižšou číselnou hodnotou}}{\text{vyhodnocovaná ponuka}} \cdot \text{váha kritéria } C$ ,
- kritérium funkčnej charakteristiky ( $FCH$ ):  
 čiastkové body za  $FCH = \frac{\text{vyhodnocovaná ponuka}}{\text{ponuka s najvyššou číselnou hodnotou}} \cdot \text{váha kritéria } FCH$ ,
- celkový súčet: celkový počet bodov = čiastkové body za  $C$  + čiastkové body za  $FCH$ .

Aby sa predišlo situácii, keď uchádzač v záujme získať čo najvyšší počet bodov za kritérium  $FCH$  navrhne nereálny, resp. zbytočne vysoký návrh plnenia, môže verejný obstarávateľ stanoviť maximálny počet bodov, ktorý bude uchádzačom za dané kritérium na vyhodnotenie ponúk udelený. Túto informáciu je potrebné jasne uviesť v súťažných podkladoch [13].

Stanovenie kritérií na vyhodnotenie súťažných ponúk, spôsob ich uplatnenia a stanovenie ich váh vychádza z opisu predmetu zákazky, čo znamená, že tieto činnosti sú špecifické, a tým jedinečné pre jednotlivé predmety zákazky. Je potrebné aj jednoznačne určiť vzťah kritérií na vyhodnotenie ponúk k obchodným podmienkam plnenia predmetu zákazky (a budúcej zmluve). Plnenie predmetu zmluvy musí byť

stanovené v súlade s parametrami, podľa ktorých bol vybraný úspešný uchádzač v rámci procesu verejného obstarávania [9].

Uvedenú problematiku teraz ilustrujeme na číselnom prípade, v ktorom predpokladáme, že kritériami na vyhodnotenie ponúk sú cena (vypočítaná na základe celkových nákladov na vlastníctvo softvéru) a počet rokov, počas ktorých je produkt firmy na trhu. Do verejnej súťaže sa prihlásili dvaja uchádzači.

Nech verejný obstarávateľ stanovil na jednotlivé kritériá tieto váhy:

- cena = 70 % (kritérium  $K_1$ ),
- počet rokov, počas ktorých je produkt na trhu = 30 % (kritérium  $K_2$  - maximálna hodnota plnenia je 10 rokov).

Ak niektorý z uchádzačov ponúkne plnenie vybraného kritériá nad rámec stanoveného rozsahu, verejný obstarávateľ ho pozmení na určenú maximálnu hodnotu tohto plnenia (v druhom kritériu bolo maximálne obdobie ohraničené na desať rokov). To znamená, že uchádzač, ktorý preukáže napríklad pätnásťročné pôsobenie svojho produktu na trhu nezíska viac bodov ako ten, ktorý preukáže desaťročné pôsobenie. Verejný obstarávateľ zároveň určil, že v prípade rovnosti dosiahnutého počtu bodov u viacerých uchádzačov bude rozhodujúcim (pomocným) kritériom na určenie úspešného uchádzača cena.

Uchádzač A ponúkol na plnenie kritérií:  $K_1 = 2\,000$  eur a  $K_2 = 7$  rokov.

Uchádzač B ponúkol na plnenie kritérií:  $K_1 = 2\,500$  eur a  $K_2 = 14$  rokov.

Celkové vyhodnotenie výsledkov podľa uvedených návrhov na plnenie kritérií je takéto:

- pri ponuke uchádzača A:  $K_1 = \frac{2\,000}{2\,000} \cdot 70 = 70$  bodov,

$$K_2 = \frac{7}{10} \cdot 30 = 21 \text{ bodov,}$$

celkový počet bodov: 91.

- pri ponuke uchádzača B:  $K_1 = \frac{2\,000}{2\,500} \cdot 70 = 56$  bodov,

$$K_2 = \frac{10}{10} \cdot 30 = 30 \text{ bodov,}$$

celkový počet bodov: 86.

Uchádzačovi B sa v súlade s maximálnou hodnotou plnenia druhého kritéria zaráta len 10 rokov (oproti deklarovaným 14 rokom).

Z vyhodnotenia vyplýva, že vo verejnej súťaži bol úspešným uchádzač A.

## Záver

V článku analyzované modelovacie prístupy k vyhodnocovaniu súťažných ponukových stratégií tvoria časť rozsiahlejšej problematiky, ktorá v sebe zahŕňa problémy modelovania napríklad multiplikatívnych ponukových stratégií, symetrických a asymetrických aukcií, statických a dynamických aukčných hier, strategických aukčných analýz a pod. Problematika sa stáva oveľa zložitejšou, keď sa do ponukovej súťaže zapojí veľký počet uchádzačov. Aby uchádzač (ponúkajúci) mohol zvoliť nejakú novú stratégiu je dôležité, aby mal v súťažnej ponuke jasne definovaný cieľ. Veľa rôznych stratégií v ponukovej súťaži vyplýva z veľa možných cieľov, napríklad zvýšiť celkový očakávaný zisk, získať aspoň určité percento investícií, znížiť očakávanú stratu, znížiť zisk súťažiacim konkurentom a pod. Niektoré z uvedených problémov sú súčasťou pripravovanej analýzy súťažných ponukových stratégií autora tohto článku.

## Kľúčové slová

Súťažná ponuka, otvorená a uzavretá ponuka, aukcia, dražba, stratégia, teória hier, maximalizácia zisku, vyhodnocovanie ponúk, verejné obstarávanie

## Klasifikácia JEL

C 02, C 79, D 44, D 49

## LITERATÚRA

- [1] ATHEY, S. – HAILE, P. A.: Identifikation of Standard Auction Models. In: *Econometrica*, 2002, Vol. 70, No. 6, s. 2107-2140.
- [2] FLASSIK, J. – NEMEC, J. – VLACH, J. – URSÍNY, D.: *Verejné obstarávanie na Slovensku*. Bratislava: CPHR – TIS, 2000, dostupné na internetovej stránke: [http://www.transparency.sk/studie/verejne\\_obstaravanie/](http://www.transparency.sk/studie/verejne_obstaravanie/).
- [3] FRIEDMAN, L.: A competitive Bidding Strategy. In: *Operations research*, 1956, Vol. 4, No. 1, s. 104-112.
- [4] GOGA, M.: *Kvantitatívny manažment*. Bratislava: IURA EDITION, 2000, ISBN 80-88715-85-7.
- [5] GOGA, M.: *Teória hier*. Bratislava: IURA EDITION, 2013, ISBN 978-80-8078-613-7.
- [6] CHURCHMAN, C. W. – ACKOFF, R. L. – ARNOFF, E. L.: *Introduction to Operations Research*. New York: John Wiley and Sons, 1957.

- 
- [7] JOFRE-BONET, M. – PESENDORFER, M.: Estimation of a Dynamic Auction Game. In: *Econometrica*, 2003, Vol. 71, No. 5, s. 1443-1489.
- [8] KAMIJO, Y.: Bidding Behaviors for a Keyword Auction in a Sealed-bid Environment. In: *Decision Support Systems*, 2013, Vol. 56, s. 371-378.
- [9] KLEMPERER, P.: *Auctions: Theory and Practice*. Princeton: Princeton University Press, 2004, [ISBN 0-691-11925-2](#).
- [10] KRISHNA, V.: *Auction Theory*. New York: Academic Press, 2002, [ISBN 978-0-12-426297-3](#).
- [11] McAFEE, R. P. – McMILLAN, J.: Auctions and Bidding. In: *Journal of Economic Literature*, 1987, Vol. 25, No. 2, s. 699-738.
- [12] MASKIN, E. – RILEY, J.: Asymmetric Auctions. In: *The Review of Economic Studies*, 2000, Vol. 67, No. 3, s. 413-438.
- [13] *Metodický pokyn pre verejné obstarávanie IKT: Príloha 3*, ([www.informatizacia.sk/ext\\_dok-metodicky\\_pokyn...priloha3/15179c](http://www.informatizacia.sk/ext_dok-metodicky_pokyn...priloha3/15179c)).
- [14] MILGROM, P. – WEBER, R.: A Theory of Auctions and Competitive Bidding. In: *Econometrica*, 1982, Vol. 50, No. 5, s. 1089-1122.
- [15] MYERSON, R.: Optimal Auction Design. In: *Mathematics of Operations Research*, 1981, Vol. 6, No. 1, s. 58-73.
- [16] PAVEL, J.: *Ekonomické aspekty verejných zakázek*. Praha: Oeconomica, 2007, ISBN 978-80-245-1260-0.
- [17] ROTHKOPF, M.: A Model of Rational Competitive Bidding. In: *Management Science*, 1969, Vol. 15, No. 7, s. 362-373.
- [18] ROTHKOPF, M.: On Multiplicative Bidding Strategies. In: *Operations Research*, 1980, Vol. 28, No. 3, Part 1, s. 570-575.
- [19] VLACH, J. – URSÍNY, D.: *Ako dobre a správne verejne obstarávať* (Praktická príručka – ako vybrať správne postupy a ako pri nich správne postupovať). Bratislava: CPHR – TIS, 2007, ISBN 978-80-89244-17-1.
- [20] VLACH, J. – NEMEC, J.: *Verejné obstarávanie v USA a v Európskej únii*. Bratislava: CPHR – TIS, 2001, ISBN 80-89041-06-X.
- [21] WILSON, R.: Strategic Analysis of Auctions. In: AUMANN, R. J. – HART, S. (eds.): *Handbook of Game Theory*. Amsterdam: North Holland Press, 1993.
- [22] *Zákon o verejnom obstarávaní č. 343/2015 Z. z.*
- [23] *Zákon o dobrovoľných dražbách č. 568/2007 Z. z. v znení neskorších predpisov*

## RESUMÉ

V článku autor analyzuje dve relatívne jednoduché situácie na otvorenú ponuku a na uzavretú ponuku a uvádza tvar modelu, ktorým je možné vyhodnocovať súťažné ponuky v rámci verejného obstarávania. Ide o modely orientované na maximalizáciu rozdielu ziskov a maximalizáciu očakávaného zisku pri otvorenej a zatvorenej ponuke a model na vyhodnocovanie súťažných ponúk. Výsledkom správneho rozboru takýchto situácií je odporúčanie zvoliť taký postup (stratégiu), ktorý by pri akomkoľvek konaní protihráča zaručil určitý dosiahnuteľný výsledok.

Základný princíp takéhoto postupu sa nachádza pri ponukových súťažiach, v ktorých efektívnosť rozhodnutia jednej strany (jedného účastníka) závisí od rozhodnutí druhej strany (druhého účastníka). Metódy, ktoré sú uvedené v článku sa zaoberajú oblasťou správania sa dvoch konkurentov v ponukovej súťaži. Obsahom súťaže sú ponuky na získanie práva na vlastníctvo alebo možnosti vykonávať určité služby. Konkurenti (ponúkajúci) súťažia o získanie práva alebo výkonov podľa pravidiel určených štátom (zákonom) alebo organizáciou (osobou), ktorá ponuku vyvoláva.

Predmetom súťažnej ponuky v rôznej forme môžu byť: kontrakty, koncesie, patentové licencie, cenné predmety atď. Súťaž vo všeobecnosti môže prebiehať formou dražby, aukcie, konkurzov, obstarávania, predkladaných privatizačných projektov a pod. Vo väčšine prípadov sa povoľuje len jedna ponuka na jedného súťažiaceho a posudzovateľ prijíma najvyššiu alebo najnižšiu ponuku, podľa toho, ako to určujú pravidlá a kritériá súťaže.

## SUMMARY

### **Some problems of mathematical modeling competitive bidding strategies**

In this article the author analyzes two relatively simple situations on the open and close bidding and states the model that can evaluate tenders within public procurement. It concerns the models focused on maximizing difference of profits and maximizing expected profit at the open and close tender and also the model for evaluation of tenders. The result of correct analysis of these situations is recommendation to choose such a procedure (strategy), which would guarantee a specific achievable outcome in any proceedings of opponent.

The basic principle of these steps is visible in case of tender competitors, in which the effectiveness of one party decision (one entrant) depends on decision of the other party (second entrant). The methods that are listed in this article dealing with a behavioral part of two competitors in tender competition. The content of the competition are bids to acquire ownership rights or capacity to perform certain services.

Competitors (candidates) compete to acquire rights or performances according to rules set up by state (law) or organization (entity) that offer raises.

The subject of competitive bidding may be in various form, as: contracts, licenses, patent licenses, valuables, etc. In general the competition can take the form of auction, tender, acquisition, submitted privatisation projects, etc. In most cases, it allows only one tender for each competitor and the judge accepts the highest or the lowest bid depending on the rules and criteria of the competition.

### **Kontakt**

doc. Ing. Marián Goga, CSc., Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, tel: 0903 906 533, goga@euba.sk