

EKONOMIKA INFORMATIKA

vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI

1

2020

ročník XVIII.



- **hospodárska informatika**
- **účtovníctvo a audítorstvo**
- **ekonometria a operačný výskum**
- **aplikovaná štatistika**
- **aktuárstvo**

Vydavateľ

Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave
a Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku

IČO vydavateľa 00 399 957

Redakčná rada

Ivan Brezina - predseda

Ekonomická univerzita v Bratislave

Wolfgang Brüggemann

Universität Hamburg

Tatiana Čorejová

Žilinská univerzita v Žiline

Ferdinand Daňo

Ekonomická univerzita v Bratislave

Christopher D. Daykin

Government Actuary's Department, London, Great Britain

Dana Dluhošová

Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava

Ralf Michael Ebeling

Martin-Luther-Universität Halle Wittenberg

Richard Farkaš

KPMG Slovensko, spol. s r.o.

Richard Hindls

Vysoká škola ekonomická v Praze

Josef Jablonský

Vysoká škola ekonomická v Praze

Václav Janeček

Univerzita Hradec Králové

Luboš Marek

Vysoká škola ekonomická v Praze

Karol Matiaško

Žilinská univerzita v Žiline

Ladislav Mejzlík

Vysoká škola ekonomická v Praze

Helmut L. Pernsteiner

Johannes Kepler University Linz

Józef Pociecha

Cracow University of Economics

Zlata Sojková

Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre

Vincent Šoltés

Technická univerzita v Košiciach

Gejza Wimmer

Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici

Marcela Žárová

Vysoká škola ekonomická v Praze

Výkonná rada

Erik Šoltés - manažér

Ekonomická univerzita v Bratislave

Jozef Fecenko

Ekonomická univerzita v Bratislave

Michal Fendek

Ekonomická univerzita v Bratislave

Igor Košťál

Ekonomická univerzita v Bratislave

Michal Páleš

Ekonomická univerzita v Bratislave

Juraj Pekár

Ekonomická univerzita v Bratislave

Peter Schmidt

Ekonomická univerzita v Bratislave

Anna Šlosárová

Ekonomická univerzita v Bratislave

Miloš Tumpach

Ekonomická univerzita v Bratislave

Mária Vojtková

Ekonomická univerzita v Bratislave

Redaktorka: Eva Čerteková

Adresa redakcie: Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave

Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

tel.: 02/6729 5723, e-mail: eva.certekova@euba.sk

Dátum vydania periodickej tlače

jún 2020

ISSN 1339-987X (online)

ISSN 1336-3514 (online vydanie)

OBSAH 1/2020

VEDECKÉ STATE A DISKUSIE

Ján Bolgáč ANALÝZA PRODUKTIVITY PRÁCE V SIETI POHOSTINSTVA VEĽKÝCH PODNIKOV NA SLOVENSKU	5
Ivan Brezina, Juraj Pekár, Marian Reiff ALTERNATÍVNE PROGRAMOVÉ PRODUKTY NA VÝUČBU LINEÁRNEHO PROGRAMOVANIA	25
Ondrej Dúžik, Romana Šipoldová ANALÝZA VPLYVU DEMOGRAFICKÝCH FAKTOROV NA EKOLOGICKÉ CÍTENIE OBYVATEĽOV SLOVENSKA	39
Ivana Faybíková VYUŽITIE REPLIKAČNÉHO PORTFÓLIA PRE URČENIE TRHOVÉHO RIZIKA	49
Marián Goga METODOLOGICKÉ ASPEKTY NIEKTORÝCH MULTIPLIKÁTOROV V INPUT-OUTPUT ANALÝZE	63
Ľubica Hurbánková POROVNANIE KRAJÍN EURÓPSKEJ ÚNIE NA ZÁKLADE VYBRANÝCH UKAZOVATEĽOV APLIKÁCIOU METÓDY NORMOVANEJ PREMENEJ	74
Ladislav Kareš VIRTUÁLNA MENA AKO MODERNÁ SÚČASŤ MAJETKU ÚČTOVNEJ JEDNOTKY	82
Daniela Sivašová VYUŽITIE ČASOVÝCH RADOV V EKONOMICKEJ PRAXI	93
Mária Szivósová INFORMAČNÉ TECHNOLOGIE SO ZAMERANÍM NA CLOUD COMPUTING – ANALÝZA VÝHOD A NEVÝHOD	101
EXTERNÍ RECENZENTI	111

Analýza produktivity práce v sieti pohostinstva veľkých podnikov na Slovensku

Ján Bolgáč¹

Abstrakt

Produktivita práce je jedným z hlavných ukazovateľov neustáleho zvyšovania výkonnosti a predpokladom úspešnej realizácie cieľov podnikov. Jej meraním sa hodnotí efektívnosť a účinnosť použitých zdrojov, produktivita sa tak stáva najschodnejšou cestou udržateľného rastu. Rast produktivity práce zabezpečí rast podniku a tým aj rast životnej úrovne jej pracovníkov. Rast produktivity vedie k znižovaniu nákladov a vďaka tomu umožňuje zvyšovanie zisku. Narastajúci počet výstupov pri rovnakom alebo zníženom počte vstupov zapríčiňuje rast produktivity práce.

Kľúčové slová

Tržby, Produktivita práce, Sieť pohostinstva veľkých podnikov za 20 a viac zamestnancov, Miesta pri stoloch a stolíkoch v pohostinstve, Odbytová plocha v pohostinstve

Abstract

Labor productivity is one of the main indicators of continuous performance improvement and a prerequisite for the successful realization of business goals. It measures efficiency and resource efficiency, making productivity the most viable way of sustainable growth. The growth of labor productivity will ensure the growth of the company and thus the growth of living standards of its employees. Productivity growth leads to cost reductions and allows profit to be increased. Increasing the number of outputs with the same or a reduced number of inputs causes productivity growth.

Key words

Sales, Labour productivity, Network of catering of large enterprises with 20 and more employees, Seats at tables and coffee tables, Sales area in the catering industry

JEL classification

J24, M21

1 Úvod

Všeobecne je možno produktivitu (v) charakterizovať ako pomer medzi hodnotou výstupu (Q) a hodnotou výrobného vstupu alebo vstupov (T), teda:

$$\text{Produktivita } (v) = \frac{\text{výstupy } (Q)}{\text{vstupy } (T)} \quad (1)$$

Produktivita práce je jedným z hlavných ukazovateľov neustáleho zvyšovania výkonnosti a predpokladom úspešnej realizácie cieľov podnikov. Jej meraním sa hodnotí efektívnosť a

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, jan.bolgac@euba.sk.

účinnosť použitých zdrojov, produktivita sa tak stáva najschodnejšou cestou udržateľného rastu. Rast produktivity práce zabezpečí rast podniku a tým aj rast životnej úrovne jej pracovníkov. V krátkom čase môže redukovať pracovné miesta, ale v dlhodobom časovom horizonte má pozitívny dopad na dopyt po pracovníkoch. (Gali, 1999)

Produktivita rastie, ak

- * klesá počet vstupov, ktoré sú schopné vyprodukovať rovnaký počet výstupov,
- * klesá počet vstupov, ktoré sú schopné vyprodukovať väčší počet výstupov,
- * klesá počet vstupov pomalšie ako počet výstupov,
- * rastie počet výstupov pri rovnakom množstve použitých vstupov,
- * rastie počet výstupov pri menšom raste množstva použitých vstupov,
- * rastie počet výstupov pri poklese množstva použitých vstupov.

Podľa typu čitateľa môžeme rozlišovať ukazovatele produktivity práce z:

- a) celkového objemu produkcie – do čitateľa dosadíme celkové tržby, celkové výnosy, výnosy z bežnej činnosti, atď.,
- b) pridanej hodnoty – do čitateľa dosadíme pridanú hodnotu, čistý výnos, výsledok hospodárenia, atď.

Podľa typu menovateľa môžeme rozlišovať ukazovatele produktivity práce:

- a) na pracovníka – do menovateľa dosadíme počet pracovníkov (vo fyzických osobách alebo v prepočítaných osobách), počet robotníkov, počet výrobných robotníkov, atď.,
- b) na jednotku času – do menovateľa dosadíme počet odpracovaných dní, hodín, atď.,
- c) na inú jednotku – do menovateľa dosadíme napr. počet miest pri stoloch a stolíkoch, odbytovú plochu (m²), atď.

„Produktivita je účinnosť (efektívnosť), s akou sú výrobné faktory využívané vo výrobe. Produktivita sa týka všetkých podnikov, výrobných i nevýrobných, lebo výrobou v širšom slova zmysle sa rozumie transformácia vstupov na úžitkové výstupy – výrobky či služby.“ (Klečka, 2008)

V závislosti od toho, v akých merných jednotkách sa zisťuje objem produkcie a množstvo vynaloženej práce, môže mať ukazovateľ produktivity práce viacero modifikácií. Objem produkcie (Q) je vyjadrený buď v hodnotových jednotkách (najčastejšie výkony, tržby alebo pridaná hodnota), v pracovných jednotkách (aké množstvo práce je obsiahnuté v danom objeme produkcie, t. j. objem výroby vyjadrený v normohodinách) alebo naturálnych jednotkách (objem produkcie vyjadrený množstvom úžitkových hodnôt vyprodukovaných za určitý čas). Pre štatistické analýzy je najvhodnejší objem produkcie v hodnotových jednotkách.

Prostredníctvom produktivity práce sa meria objem vyprodukovaných hodnôt pripadajúcich na jednotku spotrebovanej práce za určité obdobie. Ak je touto jednotkou práce ľudská práca vyjadrená cenou práce, t. j. mzdou, sumarizuje tak množstvo produkcie, ktoré bolo vytvorené jedným pracovníkom za jednotku času.

Produktivita práce vyjadruje účinnosť ľudskej práce, určitý stupeň realizovanej schopnosti vytvárať hodnoty (produktivita živej práce) na rozdiel od zisťovania napríklad produktivity spoločenskej práce, ktorá meria účinnosť všetkých vstupov do výrobného procesu a chápe sa ako súčet vynaloženej zhmotnenej práce a živej práce.

Rast produktivity vedie k znižovaniu nákladov a vďaka tomu umožňuje zvyšovanie zisku. Narastajúci počet výstupov pri rovnakom alebo zníženom počte vstupov zapríčiňuje rast produktivity práce. Táto progresia je podmienená spôsobom využívania výrobných faktorov,

organizáciou a štruktúrou výroby, zdokonaľovaním technológií, strojov a zariadení a nemenej významným faktorom, akým je skvalitňovanie pracovnej sily.

Analýza produktivity práce je účinným nástrojom každej ekonomiky pri zisťovaní efektívnosti v rámci jednotlivých ekonomických činností, ale aj celého národného hospodárstva.

Cieľom tohto článku je na základe údajov zo Štatistického úradu Slovenskej republiky (ŠÚ SR) za roky 2009 – 2018 poukázať na vývoj produktivity práce v sieti pohostinstiev veľkých podnikov za 20 a viac zamestnancov na Slovensku. Analýza bude pozostávať z ohodnotenia ukazovateľa – tržby za rok vrátane DPH (Eur), ktorý je výstupným ukazovateľom produktivity práce. Ďalšími ukazovateľmi sú evidenčný počet zamestnancov, počet miest pri stoloch a stolíkoch a odbytová plocha (m²), ktoré sú zase vstupnými ukazovateľmi daného procesu. Pomocou týchto ukazovateľov sa potom konštruuje niektorý ukazovateľ produktivity živej alebo zhmotnenej práce.

2 Metodické prostriedky používané pri analýzach vývoja produktivity práce

Vývoj predstavuje porovnanie dvoch hodnôt toho istého ukazovateľa v dvoch obdobiach. Čiže ide o porovnanie súčasného stavu (bežného obdobia) so stavom minulým (základné obdobie). Potom:

- ak sa za minulé obdobie zoberie hodnota ukazovateľa vo zvolenom východiskovom (väčšinou najstaršom) období, dostaneme bázičné indexy

$$\text{index bázičný} = \frac{\text{ukazovateľ}_{\text{bežné obdobie}}}{\text{ukazovateľ}_{\text{bázičné obdobie}}} \quad (2)$$

- ak sa za minulé obdobie zoberú hodnoty ukazovateľa v bezprostredne predchádzajúcom období, dostaneme koeficienty rastu, čiže reťazové indexy

$$\text{index reťazový} = \frac{\text{ukazovateľ}_{\text{bežné obdobie}}}{\text{ukazovateľ}_{\text{bezprostredne predchádzajúce obdobie}}} \quad (3)$$

Indexy môžu mať hodnotu menšiu, rovnú alebo väčšiu ako 1. Ak nadobudne hodnotu:

- menšiu ako 1 ($i < 1$) – dochádza k poklesu – zníženiu ukazovateľa,
- rovnú 1 ($i = 1$) – ukazovateľ sa nezmení a
- väčšiu ako 1 ($i > 1$) – dochádza k nárastu – zvýšeniu ukazovateľa.

Na základe radu reťazových indexov môžeme vypočítať aj priemerné hodnoty vývoja jednotlivých ukazovateľov. Na výpočet sa môžu použiť rôzne metódy, napr. geometrický priemer z jednotlivých ročných koeficientov rastu, alebo tiež ako $(n - 1)$ -á odmocnina podielu poslednej a prvej hodnoty, kde n je počet sledovaných období.

Priemerné hodnoty vývoja vypočítame nasledovne:

$$\text{priemerný vývoj} = \sqrt[n-1]{i_{2/1} * i_{3/2} * \dots * i_{n/n-1}} \quad (4)$$

$$\text{priemerný vývoj} = \sqrt[n-1]{\frac{\text{ukazovateľ}_{\text{posledná hodnota}}}{\text{ukazovateľ}_{\text{prvá hodnota}}}} \quad (5)$$

Vývoj alebo priemerný vývoj vyjadrovaný pomocou indexov sa dá lepšie pochopiť, ak sa prenásobí číslom 100. Takto túto hodnotu dostaneme v percentách. Po odrátaní stovky od vývoja v percentách dostávame už prírastok (úbytok) v percentách daného ukazovateľa. Ak je hodnota záporná, ide o pokles o percentá, ak je hodnota kladná, ide o nárast o dané percentá.

Priemerný prírastok/úbytok sa vypočíta nasledovne:

$$\text{priemerný prírastok} = \frac{\text{ukazovateľ}_{\text{bežné obdobie}} - \text{ukazovateľ}_{\text{bázické obdobie}}}{\text{počet sledovaných období} - 1} \quad (6)$$

3 Analýza údajov vstupujúcich do ukazovateľa produktivity práce

Ukazovateľ produktivity práce v sieti pohostinstva predstavuje podiel výstupu a vstupu daného segmentu národného hospodárstva. Za výstup, ktorý je k dispozícii z údajov databázy Datacube ŠÚ SR, môžeme zobrať ukazovateľ Tržby za rok vrátane DPH (v eurách). Vstupné údaje nám databáza poskytuje vo forme evidenčného počtu zamestnancov.

Pre úspešnú a kvalitnú analýzu ukazovateľa produktivity práce urobíme najprv analýzu jednotlivých ukazovateľov vstupujúcich do daného ukazovateľa produktivity práce.

3.1 Analýza tržieb za rok vrátane DPH (v eurách)

Tržby za rok vrátane DPH zahŕňajú hodnotu predaných výrobkov a služieb v sieti pohostinstva veľkých podnikov za 20 a viac zamestnancov. Táto sieť zahŕňa sezónne strediská a celoročné odbytové strediská, čo predstavujú: reštaurácie a salóniky, motoresty, motely, hotely a penzióny, denné bary, aperitív bary, gril bary, snackbary a pizzerie, jedálne so samoobsluhou, kaviarne, espressá, libressá a čajovne, vinárne, viechy, pivnice a pivárne, nočné bary, varieté, dancing kluby a biliard kluby, bistrá, bufety a hostince.

Tab. 1: Tržby za rok vrátane DPH (v eurách) za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018

Územie / Rok	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	230 131 700	251 459 935	288 308 293	274 773 848	348 041 684	382 298 578	460 443 233	511 134 510	579 791 466	614 702 513
• Bratislavský kraj (NUT)	73 086 695	166 429 007	185 066 501	178 347 897	229 746 734	242 718 303	282 304 311	298 819 547	326 450 147	333 065 594
• Bratislavský kraj	73 086 695	166 429 007	185 066 501	178 347 897	229 746 734	242 718 303	282 304 311	298 819 547	326 450 147	333 065 594
• Západné Slovensko	64 691 689	28 060 910	36 167 265	33 677 035	39 411 187	55 261 088	68 181 342	79 612 909	96 793 117	103 343 027
• Trnavský kraj	14 901 285	8 354 990	16 874 819	14 753 361	14 629 090	24 489 342	35 859 361	46 838 709	49 024 391	54 224 894
• Trenčiansky kraj	11 453 005	8 705 605	8 430 446	8 541 510	10 221 143	15 682 728	14 759 146	11 842 815	22 370 823	21 446 805
• Nitriansky kraj	38 337 399	11 000 315	10 862 000	10 382 164	14 560 954	15 089 018	17 562 835	20 931 385	25 397 903	27 671 328
• Stredné Slovensko	33 486 087	25 383 575	28 904 999	27 275 069	37 012 051	42 973 983	56 870 932	62 917 248	76 129 842	81 469 409
• Žilinský kraj	16 757 346	11 304 422	15 959 617	12 256 148	20 604 881	21 601 742	30 779 987	34 710 162	40 513 495	41 958 027
• Banskobystrický kraj	16 728 741	14 079 153	12 945 382	15 018 921	16 407 170	21 372 241	26 090 945	28 207 086	35 616 347	39 511 382
• Východné Slovensko	58 867 229	31 586 443	38 169 528	35 473 847	41 871 712	41 345 204	53 086 648	69 784 806	80 418 360	96 824 483
• Prešovský kraj	49 263 612	16 288 301	19 188 345	15 407 098	17 023 832	16 241 183	16 990 828	25 297 451	36 769 260	44 688 241
• Košický kraj	9 603 617	15 298 142	18 981 183	20 066 749	24 847 880	25 104 021	36 095 820	44 487 355	43 649 100	52 136 242

Zdroj: ŠÚ SR a vlastné spracovanie

Za sledované obdobie v celej Slovenskej republiky tržby predstavovali hodnotu od 230 miliónov do skoro 615 miliónov eur. Stav roku 2018 sa zvýšil o 167,11 % oproti roku 2009. Na tomto 2,6711-násobku stavu roku 2009 sa najviac podieľal Bratislavský kraj až 54,18 %.

Tab. 2: Vývoj tržieb za rok vrátane DPH (v eurách) za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (bázické indexy)

Bázické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	100,00%	109,27%	125,28%	119,40%	151,24%	166,12%	200,08%	222,11%	251,94%	267,11%
• Bratislavský kraj (NU)	100,00%	227,71%	253,22%	244,02%	314,35%	332,10%	386,26%	408,86%	446,66%	455,71%
• Bratislavský kraj	100,00%	227,71%	253,22%	244,02%	314,35%	332,10%	386,26%	408,86%	446,66%	455,71%
• Západné Slovensko	100,00%	43,38%	55,91%	52,06%	60,92%	85,42%	105,39%	123,07%	149,62%	159,75%
• Trnavský kraj	100,00%	56,07%	113,24%	99,01%	98,17%	164,34%	240,65%	314,33%	328,99%	363,89%
• Trenčiansky kraj	100,00%	76,01%	73,61%	74,58%	89,24%	136,93%	128,87%	103,40%	195,33%	187,26%
• Nitriansky kraj	100,00%	28,69%	28,33%	27,08%	37,98%	39,36%	45,81%	54,60%	66,25%	72,18%
• Stredné Slovensko	100,00%	75,80%	86,32%	81,45%	110,53%	128,33%	169,83%	187,89%	227,35%	243,29%
• Žilinský kraj	100,00%	67,46%	95,24%	73,14%	122,96%	128,91%	183,68%	207,13%	241,77%	250,39%
• Banskobystrický kraj	100,00%	84,16%	77,38%	89,78%	98,08%	127,76%	155,96%	168,61%	212,91%	236,19%
• Východné Slovensko	100,00%	53,66%	64,84%	60,26%	71,13%	70,23%	90,18%	118,55%	136,61%	164,48%
• Prešovský kraj	100,00%	33,06%	38,95%	31,27%	34,56%	32,97%	34,49%	51,35%	74,64%	90,71%
• Košický kraj	100,00%	159,30%	197,65%	208,95%	258,73%	261,40%	375,86%	463,24%	454,51%	542,88%

Zdroj: vlastné spracovanie

Vývoj tržieb za rok vrátane DPH (v eurách) za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 mal priaznivý charakter – nárast, iba Nitriansky a Prešovský kraj vybočujú z tohto rámca. V Nitrianskom ani v Prešovskom kraji hodnota tržieb v žiadnom roku sledovaného obdobia nedosiahla stav z roku 2009. V roku 2018 nakoniec dosiahla v Nitrianskom kraji iba 72,18 % a v Prešovskom iba 90,71 % z hodnôt v roku 2009. U ostatných územných celkov bol v roku 2018 stav vyšší ako v roku 2009. Najviac v Košickom kraji, kde sa tržby zvýšili až o 442,88 %, čiže o 42 532 625 €.

Tab. 3: Prírastok tržieb za rok vrátane DPH (v eurách) za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (na základe bázických indexov)

Δ Bázické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	0	21 328 235	58 176 593	44 642 148	117 909 984	152 166 878	230 311 533	281 002 810	349 659 766	384 570 813
• Bratislavský kraj (NU)	0	93 342 312	111 979 806	105 261 202	156 660 039	169 631 608	209 217 616	225 732 852	253 363 452	259 978 899
• Bratislavský kraj	0	93 342 312	111 979 806	105 261 202	156 660 039	169 631 608	209 217 616	225 732 852	253 363 452	259 978 899
• Západné Slovensko	0	-36 630 779	-28 524 424	-31 014 654	-25 280 502	-9 430 601	3 489 653	14 921 220	32 101 428	38 651 338
• Trnavský kraj	0	-6 546 295	1 973 534	-147 924	-272 195	9 588 057	20 958 076	31 937 424	34 123 106	39 323 609
• Trenčiansky kraj	0	-2 747 400	-3 022 559	-2 911 495	-1 231 862	4 229 723	3 306 141	389 810	10 917 818	9 993 800
• Nitriansky kraj	0	-27 337 084	-27 475 399	-27 955 235	-23 776 445	-23 248 381	-20 774 564	-17 406 014	-12 939 496	-10 666 071
• Stredné Slovensko	0	-8 102 512	-4 581 088	-6 211 018	3 525 964	9 487 896	23 384 845	29 431 161	42 643 755	47 983 322
• Žilinský kraj	0	-5 452 924	-797 729	-4 501 198	3 847 535	4 844 396	14 022 641	17 952 816	23 756 149	25 200 681
• Banskobystrický kraj	0	-2 649 588	-3 783 359	-1 709 820	-321 571	4 643 500	9 362 204	11 478 345	18 887 606	22 782 641
• Východné Slovensko	0	-27 280 786	-20 697 701	-23 393 382	-16 995 517	-17 522 025	-5 780 581	10 917 577	21 551 131	37 957 254
• Prešovský kraj	0	-32 975 311	-30 075 267	-33 856 514	-32 239 780	-33 022 429	-32 272 784	-23 966 161	-12 494 352	-4 575 371
• Košický kraj	0	5 694 525	9 377 566	10 463 132	15 244 263	15 500 404	26 492 203	34 883 738	34 045 483	42 532 625

Zdroj: vlastné spracovanie

Za celú Slovenskú republiku sa tržby za sieť pohostinstva zvýšili o 167,11 %, čo bolo zvýšenie o 384 570 813 €, pričom najvyšším prírastkom (259 978 899 €) prispel Bratislavský kraj. Spomínané kraje (Nitriansky a Prešovský) každoročne uberali z celkového prírastku.

Tab. 4: Vývoj tržieb za rok vrátane DPH (v eurách) za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (reťazové indexy)

Reťazové indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	-	109,27%	114,65%	95,31%	126,66%	109,84%	120,44%	111,01%	113,43%	106,02%
• Bratislavský kraj (NU)	-	227,71%	111,20%	96,37%	128,82%	105,65%	116,31%	105,85%	109,25%	102,03%
• Bratislavský kraj	-	227,71%	111,20%	96,37%	128,82%	105,65%	116,31%	105,85%	109,25%	102,03%
• Západné Slovensko	-	43,38%	128,89%	93,11%	117,03%	140,22%	123,38%	116,77%	121,58%	106,77%
• Trnavský kraj	-	56,07%	201,97%	87,43%	99,16%	167,40%	146,43%	130,62%	104,67%	110,61%
• Trenčiansky kraj	-	76,01%	96,84%	101,32%	119,66%	153,43%	94,11%	80,24%	188,90%	95,87%
• Nitriansky kraj	-	28,69%	98,74%	95,58%	140,25%	103,63%	116,39%	119,18%	121,34%	108,95%
• Stredné Slovensko	-	75,80%	113,87%	94,36%	135,70%	116,11%	132,34%	110,63%	121,00%	107,01%
• Žilinský kraj	-	67,46%	141,18%	76,79%	168,12%	104,84%	142,49%	112,77%	116,72%	103,57%
• Banskobystrický kraj	-	84,16%	91,95%	116,02%	109,24%	130,26%	122,08%	108,11%	126,27%	110,94%
• Východné Slovensko	-	53,66%	120,84%	92,94%	118,04%	98,74%	128,40%	131,45%	115,24%	120,40%
• Prešovský kraj	-	33,06%	117,80%	80,29%	110,49%	95,40%	104,62%	148,89%	145,35%	121,54%
• Košický kraj	-	159,30%	124,08%	105,72%	123,83%	101,03%	143,79%	123,25%	98,12%	119,44%

Zdroj: vlastné spracovanie

Z tabuľky 4 možno vidieť medziročný nárast ale aj poklesy vo vývoji tržieb na Slovensku. Najvyšší medziročný nárast tržieb dosiahol Bratislavský kraj v roku 2010, a to o 127,71 %. Na tento rok sa viaže aj najnižší nárast, čiže vlastne pokles, ale v Nitrianskom kraji, a to až 71,31 % na iba 28,69 % stavu z roku 2009.

Za zmienku ešte stojí rok 2012, kedy okrem Trenčianskeho, Banskobystrického a Košického kraja vo všetkých ostatných krajoch došlo k poklesom tržieb, ktoré sa prejavili aj v celkovom poklese tržieb za Slovensko o 4,69 %, čo bolo zníženie o – 13 534 445 €. To bol jediný pokles tržieb za celú sieť pohostinstva na Slovensku v sledovanom období.

Tab. 5: Prírastok tržieb za rok vrátane DPH (v eurách) za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (na základe reťazových indexov)

Δ Reťazové indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	-	21 328 235	36 848 358	-13 534 445	73 267 836	34 256 894	78 144 655	50 691 277	68 656 956	34 911 047
• Bratislavský kraj (NU)	-	93 342 312	18 637 494	-6 718 604	51 398 837	12 971 569	39 586 008	16 515 236	27 630 600	6 615 447
• Bratislavský kraj	-	93 342 312	18 637 494	-6 718 604	51 398 837	12 971 569	39 586 008	16 515 236	27 630 600	6 615 447
• Západné Slovensko	-	-36 630 779	8 106 355	-2 490 230	5 734 152	15 849 901	12 920 254	11 431 567	17 180 208	6 549 910
• Trnavský kraj	-	-6 546 295	8 519 829	-2 121 458	-124 271	9 860 252	11 370 019	10 979 348	2 185 682	5 200 503
• Trenčiansky kraj	-	-2 747 400	-275 159	111 064	1 679 633	5 461 585	-923 582	-2 916 331	10 528 008	-924 018
• Nitriansky kraj	-	-27 337 084	-138 315	-479 836	4 178 790	528 064	2 473 817	3 368 550	4 466 518	2 273 425
• Stredné Slovensko	-	-8 102 512	3 521 424	-1 629 930	9 736 982	5 961 932	13 896 949	6 046 316	13 212 594	5 339 567
• Žilinský kraj	-	-5 452 924	4 655 195	-3 703 469	8 348 733	996 861	9 178 245	3 930 175	5 803 333	1 444 532
• Banskobystrický kraj	-	-2 649 588	-1 133 771	2 073 539	1 388 249	4 965 071	4 718 704	2 116 141	7 409 261	3 895 035
• Východné Slovensko	-	-27 280 786	6 583 085	-2 695 681	6 397 865	-526 508	11 741 444	16 698 158	10 633 554	16 406 123
• Prešovský kraj	-	-32 975 311	2 900 044	-3 781 247	1 616 734	-782 649	749 645	8 306 623	11 471 809	7 918 981
• Košický kraj	-	5 694 525	3 683 041	1 085 566	4 781 131	256 141	10 991 799	8 391 535	-838 255	8 487 142

Zdroj: vlastné spracovanie

3.2 Analýza evidenčného počtu zamestnancov za sieť pohostinstva

V sieti pohostinstva je rozhodujúcim faktorom ľudská práca, čiže zamestnanci. V mojom článku ide o to, že berieme do úvahy iba veľké podniky s 20 a viac zamestnancami. Koľko bolo zamestnancov v týchto podnikoch hovorí nasledujúca tabuľka.

Tab. 6: Evidenčný počet zamestnancov za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018

EP zamestnancov	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	6 726	6 616	7 466	6 872	8 025	8 893	10 163	11 319	13 084	13 214
•Bratislavský kraj (NUT)	2 592	3 985	4 292	4 065	4 773	5 137	5 784	6 226	6 751	6 486
•Bratislavský kraj	2 592	3 985	4 292	4 065	4 773	5 137	5 784	6 226	6 751	6 486
•Západné Slovensko	1 716	980	1 196	1 140	1 287	1 477	1 644	1 987	2 450	2 543
•Trnavský kraj	434	356	559	564	560	668	793	1 075	1 071	1 284
•Trenčiansky kraj	425	304	307	307	361	419	411	324	598	570
•Nitriansky kraj	857	320	330	269	366	390	440	588	781	689
•Stredné Slovensko	916	775	876	809	1 013	1 225	1 466	1 572	1 889	1 912
•Žilinský kraj	464	359	483	407	558	625	816	897	977	1 037
•Banskobystrický kraj	452	416	393	402	455	600	650	675	912	875
•Východné Slovensko	1 502	876	1 102	858	952	1 054	1 269	1 534	1 994	2 273
•Prešovský kraj	1 250	446	532	344	451	473	516	684	989	1 066
•Košícký kraj	252	430	570	514	501	581	753	850	1 005	1 207

Zdroj: ŠÚ SR a vlastné spracovanie

Celkový počet zamestnancov za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 sa z 6 726 zvýšil na 13 214, čo bolo zvýšenie o 96,46 %, a teda o 6 488 zamestnancov. V sumáre sa evidenčný počet zamestnancov na Slovensku znížil oproti roku 2009 iba v roku 2010, a to na počet 6 616 zamestnancov. Toto zníženie predstavovalo pokles o 1,64 %, čiže pokles o 110 zamestnancov.

Tab. 7: Vývoj evidenčného počtu zamestnancov za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (bázické indexy)

Bázické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	100,00%	98,36%	111,00%	102,17%	119,31%	132,22%	151,10%	168,29%	194,53%	196,46%
•Bratislavský kraj (NUT)	100,00%	153,74%	165,59%	156,83%	184,14%	198,19%	223,15%	240,20%	260,46%	250,23%
•Bratislavský kraj	100,00%	153,74%	165,59%	156,83%	184,14%	198,19%	223,15%	240,20%	260,46%	250,23%
•Západné Slovensko	100,00%	57,11%	69,70%	66,43%	75,00%	86,07%	95,80%	115,79%	142,77%	148,19%
•Trnavský kraj	100,00%	82,03%	128,80%	129,95%	129,03%	153,92%	182,72%	247,70%	246,77%	295,85%
•Trenčiansky kraj	100,00%	71,53%	72,24%	72,24%	84,94%	98,59%	96,71%	76,24%	140,71%	134,12%
•Nitriansky kraj	100,00%	37,34%	38,51%	31,39%	42,71%	45,51%	51,34%	68,61%	91,13%	80,40%
•Stredné Slovensko	100,00%	84,61%	95,63%	88,32%	110,59%	133,73%	160,04%	171,62%	206,22%	208,73%
•Žilinský kraj	100,00%	77,37%	104,09%	87,72%	120,26%	134,70%	175,86%	193,32%	210,56%	223,49%
•Banskobystrický kraj	100,00%	92,04%	86,95%	88,94%	100,66%	132,74%	143,81%	149,34%	201,77%	193,58%
•Východné Slovensko	100,00%	58,32%	73,37%	57,12%	63,38%	70,17%	84,49%	102,13%	132,76%	151,33%
•Prešovský kraj	100,00%	35,68%	42,56%	27,52%	36,08%	37,84%	41,28%	54,72%	79,12%	85,28%
•Košícký kraj	100,00%	170,63%	226,19%	203,97%	198,81%	230,56%	298,81%	337,30%	398,81%	478,97%

Zdroj: vlastné spracovanie

Tak ako pri tržbách aj pri zamestnancoch Nitriansky a Prešovský kraj nedosahovali za sledované obdobie počty zamestnancov vyššie ako v roku 2009. V roku 2012 dosiahol

percentuálne najnižšiu hodnotu počtu zamestnancov práve Prešovský kraj 27,52 % stavu roku 2009. Proces vyústil v tom, že tieto dva kraje nedosiahli v roku 2018 ani stav z roku 2009. Zachraňoval to Košický kraj s nárastom evidenčného počtu zamestnancov o 378,97 %.

Tab. 8: Prírastok evidenčného počtu zamestnancov za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (na základe reťazových indexov)

Δ Reťazové indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	-	-110	850	-594	1 153	868	1 270	1 156	1 765	130
• Bratislavský kraj (NUTS 2)	-	1 393	307	-227	708	364	647	442	525	-265
• Bratislavský kraj	-	1 393	307	-227	708	364	647	442	525	-265
• Západné Slovensko	-	-736	216	-56	147	190	167	343	463	93
• Trnavský kraj	-	-78	203	5	-4	108	125	282	-4	213
• Trenčiansky kraj	-	-121	3	0	54	58	-8	-87	274	-28
• Nitriansky kraj	-	-537	10	-61	97	24	50	148	193	-92
• Stredné Slovensko	-	-141	101	-67	204	212	241	106	317	23
• Žilinský kraj	-	-105	124	-76	151	67	191	81	80	60
• Banskobystrický kraj	-	-36	-23	9	53	145	50	25	237	-37
• Východné Slovensko	-	-626	226	-244	94	102	215	265	460	279
• Prešovský kraj	-	-804	86	-188	107	22	43	168	305	77
• Košický kraj	-	178	140	-56	-13	80	172	97	155	202

Zdroj: vlastné spracovanie

Hoci v roku 2018 mal Bratislavský kraj najvyšší medziročný úbytok evidenčného počtu zamestnancov (-265), Trnavský a Košický kraj tento schodok vykryli tak, aby za celú Slovenskú republiku nakoniec bol prírastok 130 zamestnancov. Z tabuľky 8 možno vidieť, že Bratislavský kraj mal za sledované obdobie vždy vysoké prírastky a v prípade úbytkov, aj tieto boli vysoké.

3.3 Analýza počtu miest pri stoloch a stolíkoch v sieti pohostinstva

Počet miest pri stoloch a stolíkoch v pohostinstve je počet stoličiek a počet miest na laviciach pri stoloch a stolíkoch na odbytovej ploche zariadenia. Neuvádzajú sa miesta na státie ani počet miest pri stoloch v sálach, ktoré sú v prevádzke len pri jednorazových akciách (napr. tanečná zábava, ...).²

Priemerne sa vývoj počtu miest pri stoloch a stolíkoch v pohostinstve Slovenska zvýšil v štyroch krajoch a v ostatných štyroch krajoch môžeme sledovať pokles. Najviac došlo k zvýšeniu v Žilinskom a Košickom kraji, a to priemerne ročne o 13,59 %, resp. o 12,74 %. V absolútnom vyjadrení však dominuje Bratislavský kraj s priemerným počtom 2 219,56 miest pri stoloch a stolíkoch.

Za celé Slovensko sa počet miest pri stoloch a stolíkoch zvýšil v roku 2018 na hodnotu 98 045 miest i napriek tomu, že v roku 2017 to bolo až 104 373 miest. Najmenší prírastok miest za celé Slovensko bol v roku 2018, kedy sa táto veličina znížila o 6 328 miest, čo bolo zapríčinené hlavne poklesom v Bratislavskom kraji o 4 330 miest pri stoloch a stolíkoch.

² Vyhláška Ministerstva hospodárstva SR č. 277/2008 Z. z., ktorou sa upravuje kategorizácia pohostinských prevádzkarní a kvalifikačné znaky na ich zaradovanie do skupín a kategorizácia ubytovacích zariadení a klasifikačné znaky na ich zaradovanie do tried.

Tab. 9: Počet miest pri stoloch a stolíkoch v sieti pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018

Počet miest	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	71 177	72 301	82 180	77 956	81 642	84 783	89 564	98 246	104 373	98 045
• Bratislavský kraj (NUTS)	28 216	41 653	44 127	42 316	46 292	48 553	51 081	50 251	52 522	48 192
• Bratislavský kraj	28 216	41 653	44 127	42 316	46 292	48 553	51 081	50 251	52 522	48 192
• Západné Slovensko	15 178	10 161	13 818	15 025	12 008	11 915	12 840	16 660	18 272	16 342
• Trnavský kraj	4 924	2 869	7 211	7 222	4 031	3 758	4 889	6 367	6 128	7 065
• Trenčiansky kraj	4 686	4 296	3 647	5 016	5 064	5 084	5 197	5 989	6 015	4 433
• Nitriansky kraj	5 568	2 996	2 960	2 787	2 913	3 073	2 754	4 304	6 129	4 844
• Stredné Slovensko	11 304	9 341	10 088	9 478	11 799	13 125	14 223	18 543	17 284	17 700
• Žilinský kraj	3 295	4 249	5 549	4 863	6 291	7 457	8 429	12 092	9 790	10 373
• Banskobystrický kraj	8 009	5 092	4 539	4 615	5 508	5 668	5 794	6 451	7 494	7 327
• Východné Slovensko	16 479	11 146	14 147	11 137	11 543	11 190	11 420	12 792	16 295	15 811
• Prešovský kraj	14 282	7 091	7 850	6 069	7 003	6 781	6 129	7 686	9 543	9 344
• Košický kraj	2 197	4 055	6 297	5 068	4 540	4 409	5 291	5 106	6 752	6 467

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 10: Vývoj počtu miest pri stoloch a stolíkoch za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (bázické indexy)

Bázické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priem.rast
Slovenská republika	100,00%	101,58%	115,46%	109,52%	114,70%	119,12%	125,83%	138,03%	146,64%	137,75%	103,62%
• Bratislavský kraj (NUTS)	100,00%	147,62%	156,39%	149,97%	164,06%	172,08%	181,04%	178,09%	186,14%	170,80%	106,13%
• Bratislavský kraj	100,00%	147,62%	156,39%	149,97%	164,06%	172,08%	181,04%	178,09%	186,14%	170,80%	106,13%
• Západné Slovensko	100,00%	66,95%	91,04%	98,99%	79,11%	78,50%	84,60%	109,76%	120,38%	107,67%	100,82%
• Trnavský kraj	100,00%	58,27%	146,45%	146,67%	81,86%	76,32%	99,29%	129,31%	124,45%	143,48%	104,09%
• Trenčiansky kraj	100,00%	91,68%	77,83%	107,04%	108,07%	108,49%	110,90%	127,81%	128,36%	94,60%	99,39%
• Nitriansky kraj	100,00%	53,81%	53,16%	50,05%	52,32%	55,19%	49,46%	77,30%	110,08%	87,00%	98,46%
• Stredné Slovensko	100,00%	82,63%	89,24%	83,85%	104,38%	116,11%	125,82%	164,04%	152,90%	156,58%	105,11%
• Žilinský kraj	100,00%	128,95%	168,41%	147,59%	190,93%	226,31%	255,81%	366,98%	297,12%	314,81%	113,59%
• Banskobystrický kraj	100,00%	63,58%	56,67%	57,62%	68,77%	70,77%	72,34%	80,55%	93,57%	91,48%	99,02%
• Východné Slovensko	100,00%	67,64%	85,85%	67,58%	70,05%	67,90%	69,30%	77,63%	98,88%	95,95%	99,54%
• Prešovský kraj	100,00%	49,65%	54,96%	42,49%	49,03%	47,48%	42,91%	53,82%	66,82%	65,43%	95,40%
• Košický kraj	100,00%	184,57%	286,62%	230,68%	206,65%	200,68%	240,83%	232,41%	307,33%	294,36%	112,74%

Zdroj: vlastné spracovanie

Najhoršie výsledky za sledované obdobie dosiahli Prešovský, Nitriansky, Banskobystrický a Trenčiansky kraj. Nedosiahli ani stav miest pri stoloch a stolíkoch v pohostinstve z roku 2009.

Tab. 11: Vývoj počtu miest pri stoloch a stolíkoch za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (absolútne zmeny)

Δ Bázické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priem. Δ
Slovenská republika	0	1 124	11 003	6 779	10 465	13 606	18 387	27 069	33 196	26 868	2 985,33
• Bratislavský kraj (NUT)	0	13 437	15 911	14 100	18 076	20 337	22 865	22 035	24 306	19 976	2 219,56
•Bratislavský kraj	0	13 437	15 911	14 100	18 076	20 337	22 865	22 035	24 306	19 976	2 219,56
• Západné Slovensko	0	-5 017	-1 360	-153	-3 170	-3 263	-2 338	1 482	3 094	1 164	129,33
•Trnavský kraj	0	-2 055	2 287	2 298	-893	-1 166	-35	1 443	1 204	2 141	237,89
•Trenčiansky kraj	0	-390	-1 039	330	378	398	511	1 303	1 329	-253	-28,11
•Nitriansky kraj	0	-2 572	-2 608	-2 781	-2 655	-2 495	-2 814	-1 264	561	-724	-80,44
• Stredné Slovensko	0	-1 963	-1 216	-1 826	495	1 821	2 919	7 239	5 980	6 396	710,67
•Žilinský kraj	0	954	2 254	1 568	2 996	4 162	5 134	8 797	6 495	7 078	786,44
•Banskobystrický kraj	0	-2 917	-3 470	-3 394	-2 501	-2 341	-2 215	-1 558	-515	-682	-75,78
• Východné Slovensko	0	-5 333	-2 332	-5 342	-4 936	-5 289	-5 059	-3 687	-184	-668	-74,22
•Prešovský kraj	0	-7 191	-6 432	-8 213	-7 279	-7 501	-8 153	-6 596	-4 739	-4 938	-548,67
•Košícký kraj	0	1 858	4 100	2 871	2 343	2 212	3 094	2 909	4 555	4 270	474,44

3.4 Analýza odbytovej plochy (m²)v sieti pohostinstva

Odbytová plocha zahŕňa podlahovú plochu miestnosti odbytového strediska, v ktorom sa uskutočňuje stravovanie, spoločenská zábava a zábavná činnosť hostí. Do odbytovej plochy rozhodujúcej na určenie kapacity strediska sa nezahŕňajú plochy zabraté stabilným zariadením (napr. výčapné pulty, samoobslužné linky vrátane zápuľtí až po ich predajnú hranu, chladiace pulty a vitríny, plochy na hudobnú reprodukciu, tanečné parkety, sociálne vybavenie, technické zariadenia a ďalšie pevne zabudované zariadenia).

Tab. 12: Odbytová plocha (m²) v sieti pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018

Odbytová plocha (m ²)	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	163 719	166 250	188 240	174 233	202 094	226 236	241 392	263 160	280 562	269 195
• Bratislavský kraj (NUT)	63 882	104 370	107 501	104 919	122 712	143 482	157 113	157 837	155 126	147 757
•Bratislavský kraj	63 882	104 370	107 501	104 919	122 712	143 482	157 113	157 837	155 126	147 757
• Západné Slovensko	30 433	20 058	28 992	27 850	29 664	29 301	29 549	33 428	42 006	40 377
•Trnavský kraj	9 627	6 797	16 074	13 283	10 668	10 091	10 868	12 214	11 611	15 027
•Trenčiansky kraj	9 554	7 512	7 173	9 398	10 869	10 282	10 515	10 668	13 177	12 711
•Nitriansky kraj	11 252	5 749	5 745	5 169	8 127	8 928	8 166	10 546	17 218	12 639
• Stredné Slovensko	26 577	18 929	23 175	18 809	25 816	28 036	27 999	37 848	39 139	36 719
•Žilinský kraj	7 966	7 861	11 993	9 193	14 722	16 654	17 450	24 317	19 229	21 245
•Banskobystrický kraj	18 611	11 068	11 182	9 616	11 094	11 382	10 549	13 531	19 910	15 474
• Východné Slovensko	42 827	22 893	28 572	22 655	23 902	25 417	26 731	34 047	44 291	44 342
•Prešovský kraj	38 000	13 151	14 589	11 763	13 974	15 443	12 541	19 162	26 506	25 655
•Košícký kraj	4 827	9 742	13 983	10 892	9 928	9 974	14 190	14 885	17 785	18 687

Zdroj: vlastné spracovanie

Odbytové plochy v sieti pohostinstva veľkých podnikov v krajoch Slovenska za sledované obdobie priemerne medziročne rástli okrem Banskobystrického a Prešovského kraja. Iba v roku 2016 prišlo k medziročnému nárastu odbytových plôch vo všetkých krajoch.

Naopak v roku 2012 zase, okrem Trenčianskeho kraja, v ostatných krajoch nastal pokles odbytových plôch v zariadeniach pohostinstva podnikov s 20 a viac zamestnancami.

Tab. 13: Vývoj odbytových plôch (v m²) za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (reťazové indexy)

Reťazové indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priem.rast
Slovenská republika	-	101,55%	113,23%	92,56%	115,99%	111,95%	106,70%	109,02%	106,61%	95,95%	105,68%
• Bratislavský kraj (N)	-	163,38%	103,00%	97,60%	116,96%	116,93%	109,50%	100,46%	98,28%	95,25%	109,76%
• Bratislavský kraj	-	163,38%	103,00%	97,60%	116,96%	116,93%	109,50%	100,46%	98,28%	95,25%	109,76%
• Západné Slovensko	-	65,91%	144,54%	96,06%	106,51%	98,78%	100,85%	113,13%	125,66%	96,12%	103,19%
• Trnavský kraj	-	70,60%	236,49%	82,64%	80,31%	94,59%	107,70%	112,38%	95,06%	129,42%	105,07%
• Trenčiansky kraj	-	78,63%	95,49%	131,02%	115,65%	94,60%	102,27%	101,46%	123,52%	96,46%	103,22%
• Nitriansky kraj	-	51,09%	99,93%	89,97%	157,23%	109,86%	91,47%	129,15%	163,27%	73,41%	101,30%
• Stredné Slovensko	-	71,22%	122,43%	81,16%	137,25%	108,60%	99,87%	135,18%	103,41%	93,82%	103,66%
• Žilinský kraj	-	98,68%	152,56%	76,65%	160,14%	113,12%	104,78%	139,35%	79,08%	110,48%	111,52%
• Banskobystrický kraj	-	59,47%	101,03%	86,00%	115,37%	102,60%	92,68%	128,27%	147,14%	77,72%	97,97%
• Východné Slovensko	-	53,45%	124,81%	79,29%	105,50%	106,34%	105,17%	127,37%	130,09%	100,12%	100,39%
• Prešovský kraj	-	34,61%	110,93%	80,63%	118,80%	110,51%	81,21%	152,79%	138,33%	96,79%	95,73%
• Košický kraj	-	201,82%	143,53%	77,89%	91,15%	100,46%	142,27%	104,90%	119,48%	105,07%	116,23%

Zdroj: vlastné spracovanie

Najnižší medziročný nárast (34,61 %) dosiahol Prešovský kraj v roku 2010, čo bolo vlastne medziročné zníženie odbytovej plochy o 65,39 %, v prepočte na metre štvorcové zníženie o 24 849 m². Najvyšší medziročný nárast sa vyskytol v Trnavskom kraji v roku 2011, kedy dosiahol hodnotu + 136,49 %, v absolútnom vyjadrení + 9 277 m². Hoci Bratislavský kraj dosiahol v absolútnom vyjadrení vyššiu hodnotu + 40 488 m², ale keďže mal vyšší základ (63 882 m²), zvýšenie bolo iba o + 63,38 %.

V celej Slovenskej republike, aj napriek zníženiám v rokoch 2012 a 2018, bol priemerný medziročný nárast o 5,68 %, čo by prinieslo ročne prírastok 11 719,56 m² odbytovej plochy.

V predchádzajúcich častiach sme si bližšie špecifikovali ukazovatele vstupujúce do ukazovateľa produktivity práce. V nasledujúcej časti si rozoberieme ukazovateľ (1). Kde do čitateľa dáme tržby za rok vrátane DPH a do menovateľa evidenčný počet zamestnancov, počet miest pri stoloch a stolíkoch a odbytovú plochu v sieti pohostinstva na Slovensku.

3.5 Analýza produktivity práce za sieť pohostinstva

Ak chceme vypočítať produktivitu práce živej práce, tak do menovateľa vzťahu (1) dáme evidenčný stav zamestnancov, ak zhmotnenú, tak do menovateľa vzťahu (1) budeme dávať počet miest pri stoloch a stolíkoch, resp. výšky odbytových plôch v sieti pohostinstva.

3.5.1 Analýza produktivity práce za sieť pohostinstva na 1 zamestnanca

Produktivita práce na 1 zamestnanca hovorí o priemernej výške v eurách, ktorú prinesie práca jedného zamestnanca pre podnik. V sledovanom období to bolo od 23 469,07 € (najnižšia hodnota) v Trnavskom kraji v roku 2010 po 52 338,06 € (najvyššia hodnota) v Košickom kraji v roku 2016. Čiže to bolo v rozpätí 28 868,99 € za všetky kraje a za roky 2009 – 2018.

Tab. 14: Produktivita práce na zamestnanca za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018

PP na zamestnanca	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	34 215,24	38 007,85	38 616,17	39 984,55	43 369,68	42 988,71	45 305,84	45 157,21	44 313,01	46 519,03
• Bratislavský kraj (NUT)	28 197,03	41 763,87	43 118,94	43 874,02	48 134,66	47 249,04	48 807,80	47 995,43	48 355,82	51 351,46
• Bratislavský kraj	28 197,03	41 763,87	43 118,94	43 874,02	48 134,66	47 249,04	48 807,80	47 995,43	48 355,82	51 351,46
• Západné Slovensko	37 699,12	28 633,58	30 240,19	29 541,26	30 622,52	37 414,41	41 472,84	40 066,89	39 507,39	40 638,23
• Trnavský kraj	34 334,76	23 469,07	30 187,51	26 158,44	26 123,38	36 660,69	45 219,88	43 570,89	45 774,41	42 231,23
• Trenčiansky kraj	26 948,25	28 636,86	27 460,74	27 822,51	28 313,42	37 428,95	35 910,33	36 551,90	37 409,40	37 625,97
• Nitriansky kraj	44 734,42	34 375,98	32 915,15	38 595,41	39 784,03	38 689,79	39 915,53	35 597,59	32 519,72	40 161,58
• Stredné Slovensko	36 556,86	32 753,00	32 996,57	33 714,55	36 537,07	35 080,80	38 793,27	40 023,69	40 301,66	42 609,52
• Žilinský kraj	36 114,97	31 488,64	33 042,69	30 113,39	36 926,31	34 562,79	37 720,57	38 695,83	41 467,24	40 460,97
• Banskobystrický kraj	37 010,49	33 844,12	32 939,90	37 360,50	36 059,71	35 620,40	40 139,92	41 788,28	39 053,01	45 155,87
• Východné Slovensko	39 192,56	36 057,58	34 636,60	41 344,81	43 982,89	39 226,95	41 833,45	45 492,05	40 330,17	42 597,66
• Prešovský kraj	39 410,89	36 520,85	36 068,32	44 788,08	37 746,86	34 336,54	32 927,96	36 984,58	37 178,22	41 921,43
• Košický kraj	38 109,59	35 577,07	33 300,32	39 040,37	49 596,57	43 208,30	47 936,02	52 338,06	43 431,94	43 194,90

Zdroj: vlastné spracovanie

V roku 2018 sa produktivita práce v sieti pohostinstva na Slovensku zvýšila oproti roku 2009 o 35,96 % a dosiahla hodnotu 46 519,03 € na jedného zamestnanca, čo však nebola najvyššia hodnota za celé Slovensko za sledované obdobie. Najvyšší prírastok na zvýšení produktivity práce mal Bratislavský kraj (23 154,44 €), a tým aj najvyššiu hodnotu produktivity práce (51 351,46 €) na 1 zamestnanca.

Tab. 15: Vývoj produktivity práce na 1 zamestnanca za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (bázické indexy)

Bázické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	100,00%	111,08%	112,86%	116,86%	126,76%	125,64%	132,41%	131,98%	129,51%	135,96%
• Bratislavský kraj (NUT)	100,00%	148,11%	152,92%	155,60%	170,71%	167,57%	173,10%	170,21%	171,49%	182,12%
• Bratislavský kraj	100,00%	148,11%	152,92%	155,60%	170,71%	167,57%	173,10%	170,21%	171,49%	182,12%
• Západné Slovensko	100,00%	75,95%	80,21%	78,36%	81,23%	99,24%	110,01%	106,28%	104,80%	107,80%
• Trnavský kraj	100,00%	68,35%	87,92%	76,19%	76,08%	106,77%	131,70%	126,90%	133,32%	123,00%
• Trenčiansky kraj	100,00%	106,27%	101,90%	103,24%	105,07%	138,89%	133,26%	135,64%	138,82%	139,62%
• Nitriansky kraj	100,00%	76,84%	73,58%	86,28%	88,93%	86,49%	89,23%	79,58%	72,70%	89,78%
• Stredné Slovensko	100,00%	89,59%	90,26%	92,22%	99,95%	95,96%	106,12%	109,48%	110,24%	116,56%
• Žilinský kraj	100,00%	87,19%	91,49%	83,38%	102,25%	95,70%	104,45%	107,15%	114,82%	112,03%
• Banskobystrický kraj	100,00%	91,44%	89,00%	100,95%	97,43%	96,24%	108,46%	112,91%	105,52%	122,01%
• Východné Slovensko	100,00%	92,00%	88,38%	105,49%	112,22%	100,09%	106,74%	116,07%	102,90%	108,69%
• Prešovský kraj	100,00%	92,67%	91,52%	113,64%	95,78%	87,12%	83,55%	93,84%	94,33%	106,37%
• Košický kraj	100,00%	93,35%	87,38%	102,44%	130,14%	113,38%	125,78%	137,34%	113,97%	113,34%

Zdroj: vlastné spracovanie

Na základe vývoja v tabuľke 15 môžeme konštatovať, že najnižší stav produktivity práce oproti roku 2009 dosiahol Trnavský kraj, a to v roku 2010. Tento stav dosahoval iba 68,35 % výšky produktivity práce roku 2009 v Trnavskom kraji. Najvyššiu hodnotu, a tým aj najvyšší

prírastok dosiahol Bratislavský kraj v roku 2018, kedy sa zvýšila produktivita práce o 82,12 % oproti roku 2009.

Za roky 2009 – 2018 iba Nitriansky kraj prispel k produktivite práce zápornou hodnotou (teda znížil ju) o 10,22 %, teda o – 4 572,84 €. Tento kraj dlhodobo (vo všetkých rokoch) mal hodnoty produktivity práce nižšie ako v roku 2009 a tým aj bazické indexy nedosahovali aspoň hodnotu 100.

V absolútnom vyjadrení stav výšky produktivity práce roku 2010 v Trnavskom kraji (68,35 %) predstavoval zníženie produktivity práce Trnavského kraja o – 10 865,69 € na jedného zamestnanca. Za sledované obdobie to však nebolo najväčšie zníženie. Toto dosiahol Nitriansky kraj v roku 2017 (– 12 214,70 € na jedného zamestnanca).

Tab. 16: Prírastok produktivity práce na 1 zamestnanca za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (na základe bazických indexov)

Δ Bazické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	0	3 792,61	4 400,93	5 769,31	9 154,44	8 773,47	11 090,60	10 941,98	10 097,77	12 303,79
• Bratislavský kraj (NUTS 2)	0	13 566,84	14 921,92	15 676,99	19 937,63	19 052,01	20 610,77	19 798,40	20 158,79	23 154,44
• Bratislavský kraj	0	13 566,84	14 921,92	15 676,99	19 937,63	19 052,01	20 610,77	19 798,40	20 158,79	23 154,44
• Západné Slovensko	0	-9 065,54	-7 458,93	-8 157,86	-7 076,60	-284,71	3 773,72	2 367,77	1 808,28	2 939,11
• Trnavský kraj	0	-10 865,69	-4 147,25	-8 176,32	-8 211,38	2 325,93	10 885,12	9 236,13	11 439,65	7 896,47
• Trenčiansky kraj	0	1 688,61	512,49	874,26	1 365,17	10 480,70	8 962,08	9 603,65	10 461,16	10 677,73
• Nitriansky kraj	0	-10 358,44	-11 819,27	-6 139,02	-4 950,39	-6 044,63	-4 818,89	-9 136,83	-12 214,70	-4 572,84
• Stredné Slovensko	0	-3 803,86	-3 560,29	-2 842,32	-19,79	-1 476,06	2 236,41	3 466,83	3 744,80	6 052,66
• Žilinský kraj	0	-4 626,33	-3 072,28	-6 001,58	811,34	-1 552,18	1 605,60	2 580,86	5 352,27	4 346,00
• Banskobystrický kraj	0	-3 166,37	-4 070,59	350,01	-950,77	-1 390,09	3 129,43	4 777,79	2 042,52	8 145,38
• Východné Slovensko	0	-3 134,98	-4 555,97	2 152,25	4 790,33	34,39	2 640,89	6 299,49	1 137,61	3 405,10
• Prešovský kraj	0	-2 890,04	-3 342,57	5 377,19	-1 664,03	-5 074,35	-6 482,93	-2 426,31	-2 232,67	2 510,54
• Košický kraj	0	-2 532,52	-4 809,27	930,78	11 486,98	5 098,71	9 826,42	14 228,47	5 322,35	5 085,31

Zdroj: vlastné spracovanie

Z pohľadu medziročného vývoja produktivity práce bol najhorší rok 2014. V tomto roku sa podarilo zvýšiť produktivitu práce oproti predchádzajúcemu roku iba v Trnavskom kraji a Trenčianskom kraji. V ostatných krajoch ale aj v celej Slovenskej republike došlo k zníženiu produktivity práce oproti predchádzajúcemu roku.

V roku 2010 iba Bratislavský kraj (148,11 %) a Trenčiansky kraj (106,27 %) mali prírastky v produktivite práce, v ostatných krajoch sa prejavil pokles. Tým, že v Bratislavskom kraji bol najvyšší nárast (o 48,11 %), to stačilo, aby neprišlo k zníženiu produktivity práce za celé Slovensko.

Tab. 17: Vývoj produktivity práce na 1 zamestnanca za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (reťazové indexy)

Reťazové indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	-	111,08%	101,60%	103,54%	108,47%	99,12%	105,39%	99,67%	98,13%	104,98%
• Bratislavský kraj (NUT)	-	148,11%	103,24%	101,75%	109,71%	98,16%	103,30%	98,34%	100,75%	106,19%
• Bratislavský kraj	-	148,11%	103,24%	101,75%	109,71%	98,16%	103,30%	98,34%	100,75%	106,19%
• Západné Slovensko	-	75,95%	105,61%	97,69%	103,66%	122,18%	110,85%	96,61%	98,60%	102,86%
• Trnavský kraj	-	68,35%	128,63%	86,65%	99,87%	140,34%	123,35%	96,35%	105,06%	92,26%
• Trenčiansky kraj	-	106,27%	95,89%	101,32%	101,76%	132,20%	95,94%	101,79%	102,35%	100,58%
• Nitriansky kraj	-	76,84%	95,75%	117,26%	103,08%	97,25%	103,17%	89,18%	91,35%	123,50%
• Stredné Slovensko	-	89,59%	100,74%	102,18%	108,37%	96,01%	110,58%	103,17%	100,69%	105,73%
• Žilinský kraj	-	87,19%	104,94%	91,13%	122,62%	93,60%	109,14%	102,59%	107,16%	97,57%
• Banskobystrický kraj	-	91,44%	97,33%	113,42%	96,52%	98,78%	112,69%	104,11%	93,45%	115,63%
• Východné Slovensko	-	92,00%	96,06%	119,37%	106,38%	89,19%	106,64%	108,75%	88,65%	105,62%
• Prešovský kraj	-	92,67%	98,76%	124,18%	84,28%	90,97%	95,90%	112,32%	100,52%	112,76%
• Košický kraj	-	93,35%	93,60%	117,24%	127,04%	87,12%	110,94%	109,18%	82,98%	99,45%

Zdroj: vlastné spracovanie

Z absolútnych prírastkov produktivity práce môžeme vidieť, že iba v spomínaných dvoch krajoch (Trnavský kraj a Trenčiansky kraj) mali v roku 2014 kladné hodnoty svojich prírastkov (10 537,32 resp. 9 115,53). Najvyšší medziročný prírastok dosiahol v roku 2010 Bratislavský kraj, a to 13 566,84 € na jedného zamestnanca. Najnižšiu hodnotu môžeme sledovať pri Trnavskom kraji – úbytok 10 865,69 €.

Tab. 18: Prírastok produktivity práce na 1 zamestnanca za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (na základe reťazových indexov)

Δ Reťazové indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Slovenská republika	-	3 792,61	608,32	1 368,39	3 385,13	-380,97	2 317,13	-148,62	-844,20	2 206,02
• Bratislavský kraj (NUT)	-	13 566,84	1 355,08	755,08	4 260,64	-885,62	1 558,76	-812,37	360,39	2 995,64
• Bratislavský kraj	-	13 566,84	1 355,08	755,08	4 260,64	-885,62	1 558,76	-812,37	360,39	2 995,64
• Západné Slovensko	-	-9 065,54	1 606,61	-698,93	1 081,26	6 791,89	4 058,42	-1 405,95	-559,49	1 130,84
• Trnavský kraj	-	-10 865,69	6 718,44	-4 029,07	-35,07	10 537,32	8 559,18	-1 648,98	2 203,52	-3 543,18
• Trenčiansky kraj	-	1 688,61	-1 176,12	361,77	490,91	9 115,53	-1 518,61	641,57	857,50	216,57
• Nitriansky kraj	-	-10 358,44	-1 460,83	5 680,25	1 188,62	-1 094,24	1 225,74	-4 317,94	-3 077,87	7 641,86
• Stredné Slovensko	-	-3 803,86	243,57	717,97	2 822,52	-1 456,27	3 712,47	1 230,43	277,97	2 307,86
• Žilinský kraj	-	-4 626,33	1 554,04	-2 929,30	6 812,92	-2 363,52	3 157,79	975,26	2 771,41	-1 006,27
• Banskobystrický kraj	-	-3 166,37	-904,21	4 420,60	-1 300,79	-439,31	4 519,51	1 648,36	-2 735,26	6 102,85
• Východné Slovensko	-	-3 134,98	-1 420,99	6 708,21	2 638,08	-4 755,94	2 606,50	3 658,60	-5 161,88	2 267,49
• Prešovský kraj	-	-2 890,04	-452,54	8 719,76	-7 041,22	-3 410,32	-1 408,58	4 056,62	193,64	4 743,21
• Košický kraj	-	-2 532,52	-2 276,75	5 740,05	10 556,20	-6 388,27	4 727,72	4 402,05	-8 906,12	-237,04

Zdroj: vlastné spracovanie

Kladné prírastky v produktivite práce v roku 2010 mali iba dva kraje – Bratislavský a Trenčiansky. V Bratislavskom kraji to bol už spomínaný najväčší prírastok a v Trenčianskom kraji druhý najvyšší medziročný prírastok Trenčianskeho kraja za sledované obdobie. Ostatné kraje boli v tomto roku v červených číslach.

3.5.2 Analýza produktivity práce za sieť pohostinstva na 1 miesto pri stole

Produktivita práce na 1 miesto pri stole predstavuje hodnotu, ktorú vám prinesie v priemere 1 stolička pri stole v sieti pohostinstva. Z nasledujúcej tabuľky môžeme vidieť, že každá stolička prináša od 1 702,85 € po 8 712,76 € za rok. Najnižšiu hodnotu produktivity práce na 1 miesto pri stole priniesla stolička v Trenčianskom kraji v roku 2012 už spomínaných 1 702,85 €, najvyššiu zase stolička v Košickom kraji v roku 2016, a to 8 712,76 €. Tieto kraje sú aj nositeľmi najnižšej a najvyššej priemernej hodnoty produktivity práce na 1 miesto pri stole. Trenčiansky kraj dosiahol v priemere ročne na 1 miesto pri stole sumu 2 696,26 € a Košický kraj 5 634,60 €.

Tab. 19: Produktivita práce na 1 miesto pri stole za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018

PP na miesto pri stole	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priemer
Slovenská republika	3 233,23	3 477,96	3 508,25	3 524,73	4 263,02	4 509,14	5 140,94	5 202,60	5 554,99	6 269,60	4 468,45
• Bratislavský kraj (NUTS)	2 590,26	3 995,61	4 193,95	4 214,67	4 962,99	4 999,04	5 526,60	5 946,54	6 215,49	6 911,22	4 955,64
• Bratislavský kraj	2 590,26	3 995,61	4 193,95	4 214,67	4 962,99	4 999,04	5 526,60	5 946,54	6 215,49	6 911,22	4 955,64
• Západné Slovensko	4 262,20	2 761,63	2 617,40	2 241,40	3 282,08	4 637,94	5 310,07	4 778,69	5 297,35	6 323,77	4 151,25
• Trnavský kraj	3 026,26	2 912,16	2 340,15	2 042,84	3 629,15	6 516,59	7 334,70	7 356,48	8 000,06	7 675,14	5 083,35
• Trenčiansky kraj	2 444,09	2 026,44	2 311,61	1 702,85	2 018,39	3 084,72	2 839,94	1 977,43	3 719,17	4 837,99	2 696,26
• Nitriansky kraj	6 885,31	3 671,67	3 669,59	3 725,21	4 998,61	4 910,19	6 377,21	4 863,24	4 143,89	5 712,50	4 895,74
• Stredné Slovensko	2 962,32	2 717,44	2 865,29	2 877,72	3 136,88	3 274,21	3 998,52	3 393,05	4 404,64	4 602,79	3 423,29
• Žilinský kraj	5 085,69	2 660,49	2 876,12	2 520,29	3 275,30	2 896,84	3 651,68	2 870,51	4 138,25	4 044,93	3 402,01
• Banskobystrický kraj	2 088,74	2 764,96	2 852,03	3 254,37	2 978,79	3 770,68	4 503,10	4 372,51	4 752,65	5 392,57	3 673,04
• Východné Slovensko	3 572,26	2 833,88	2 698,07	3 185,22	3 627,45	3 694,84	4 648,57	5 455,35	4 935,16	6 123,87	4 077,47
• Prešovský kraj	3 449,35	2 297,04	2 444,38	2 538,66	2 430,93	2 395,10	2 772,20	3 291,37	3 853,01	4 782,56	3 025,46
• Košický kraj	4 371,24	3 772,66	3 014,32	3 959,50	5 473,10	5 693,81	6 822,12	8 712,76	6 464,62	8 061,89	5 634,60

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 20: Vývoj produktivity práce na 1 miesto za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (bázické indexy)

Bázické indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priem.rast
Slovenská republika	100,00%	107,57%	108,51%	109,02%	131,85%	139,46%	159,00%	160,91%	171,81%	193,91%	107,64%
• Bratislavský kraj (NUTS)	100,00%	154,26%	161,91%	162,71%	191,60%	192,99%	213,36%	229,57%	239,96%	266,82%	111,52%
• Bratislavský kraj	100,00%	154,26%	161,91%	162,71%	191,60%	192,99%	213,36%	229,57%	239,96%	266,82%	111,52%
• Západné Slovensko	100,00%	64,79%	61,41%	52,59%	77,00%	108,82%	124,59%	112,12%	124,29%	148,37%	104,48%
• Trnavský kraj	100,00%	96,23%	77,33%	67,50%	119,92%	215,34%	242,37%	243,09%	264,36%	253,62%	110,89%
• Trenčiansky kraj	100,00%	82,91%	94,58%	69,67%	82,58%	126,21%	116,20%	80,91%	152,17%	197,95%	107,88%
• Nitriansky kraj	100,00%	53,33%	53,30%	54,10%	72,60%	71,31%	92,62%	70,63%	60,18%	82,97%	97,95%
• Stredné Slovensko	100,00%	91,73%	96,72%	97,14%	105,89%	110,53%	134,98%	114,54%	148,69%	155,38%	105,02%
• Žilinský kraj	100,00%	52,31%	56,55%	49,56%	64,40%	56,96%	71,80%	56,44%	81,37%	79,54%	97,49%
• Banskobystrický kraj	100,00%	132,37%	136,54%	155,81%	142,61%	180,52%	215,59%	209,34%	227,54%	258,17%	111,11%
• Východné Slovensko	100,00%	79,33%	75,53%	89,17%	101,55%	103,43%	130,13%	152,71%	138,15%	171,43%	106,17%
• Prešovský kraj	100,00%	66,59%	70,86%	73,60%	70,48%	69,44%	80,37%	95,42%	111,70%	138,65%	103,70%
• Košický kraj	100,00%	86,31%	68,96%	90,58%	125,21%	130,26%	156,07%	199,32%	147,89%	184,43%	107,04%

Zdroj: vlastné spracovanie

Vývoj produktivity práce na 1 miesto za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 pomocou základných indexov nám hovorí o tom, ako sa vyvíjala produktivita práce vzhľadom na rok 2009. V roku 2018 nedosiahli ani stav z roku 2009 dva kraje – Žilinský (79,54 %) a Nitriansky kraj (82,97 %). Tieto dva kraje nedosiahli ani priemerný ročný rast, ale pokles pri Žilinskom kraji o 2,51 % a pri Nitrianskom kraji o 2,05 %.

Najväčší prírastok za deväť rokov dosiahol Bratislavský kraj, a to až + 166,82 %, čo bolo 4 320,96 miest ročne. Najnižší už spomínaný Žilinský kraj, a to – 20,46 %, čo predstavovalo zníženie miest o – 1 040,76 pri stoloch.

3.5.3 Analýza produktivity práce na 1 m² odbytovej plochy za sieť pohostinstva

Produktivita práce na 1 m² odbytovej plochy za sieť pohostinstva predstavuje podiel tržieb a odbytovej plochy v m² daného zariadenia.

Tab. 21: Produktivita práce na 1 m² odbytového miesta za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018

PP na odbytové miesto	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priemer
Slovenská republika	1 405,65	1 512,54	1 531,60	1 577,05	1 722,18	1 689,82	1 907,45	1 942,30	2 066,54	2 283,48	1 763,86
• Bratislavský kraj (NUTS)	1 144,09	1 594,61	1 721,53	1 699,86	1 872,24	1 691,63	1 796,82	1 893,22	2 104,42	2 254,14	1 777,26
• Bratislavský kraj	1 144,09	1 594,61	1 721,53	1 699,86	1 872,24	1 691,63	1 796,82	1 893,22	2 104,42	2 254,14	1 777,26
• Západné Slovensko	2 125,71	1 398,99	1 247,49	1 209,23	1 328,59	1 885,98	2 307,40	2 381,62	2 304,27	2 559,45	1 874,87
• Trnavský kraj	1 547,86	1 229,22	1 049,82	1 110,69	1 371,31	2 426,85	3 299,54	3 834,84	4 222,24	3 608,50	2 370,09
• Trenčiansky kraj	1 198,77	1 158,89	1 175,30	908,86	940,39	1 525,26	1 403,63	1 110,13	1 697,72	1 687,26	1 280,62
• Nitriansky kraj	3 407,16	1 913,43	1 890,69	2 008,54	1 791,68	1 690,08	2 150,73	1 984,77	1 475,08	2 189,36	2 050,15
• Stredné Slovensko	1 259,96	1 340,99	1 247,25	1 450,11	1 433,69	1 532,81	2 031,18	1 662,37	1 945,11	2 218,73	1 612,22
• Žilinský kraj	2 103,61	1 438,04	1 330,74	1 333,20	1 399,60	1 297,09	1 763,90	1 427,40	2 106,90	1 974,96	1 617,54
• Banskobystrický kraj	898,86	1 272,06	1 157,70	1 561,87	1 478,92	1 877,72	2 473,31	2 084,63	1 788,87	2 553,40	1 714,73
• Východné Slovensko	1 374,54	1 379,74	1 335,91	1 565,83	1 751,81	1 626,68	1 985,96	2 049,66	1 815,68	2 183,58	1 706,94
• Prešovský kraj	1 296,41	1 238,56	1 315,26	1 309,79	1 218,25	1 051,69	1 354,82	1 320,19	1 387,21	1 741,89	1 323,41
• Košický kraj	1 989,56	1 570,33	1 357,45	1 842,34	2 502,81	2 516,95	2 543,75	2 988,74	2 454,26	2 789,97	2 255,62

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 22: Vývoj produktivity práce na 1 m² odbytového miesta za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (bázičné indexy)

Bázičné indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priem.rast
Slovenská republika	100,00%	107,60%	108,96%	112,19%	122,52%	120,22%	135,70%	138,18%	147,02%	162,45%	105,54%
• Bratislavský kraj (NUTS)	100,00%	139,38%	150,47%	148,58%	163,64%	147,86%	157,05%	165,48%	183,94%	197,03%	107,83%
• Bratislavský kraj	100,00%	139,38%	150,47%	148,58%	163,64%	147,86%	157,05%	165,48%	183,94%	197,03%	107,83%
• Západné Slovensko	100,00%	65,81%	58,69%	56,89%	62,50%	88,72%	108,55%	112,04%	108,40%	120,40%	102,08%
• Trnavský kraj	100,00%	79,41%	67,82%	71,76%	88,59%	156,79%	213,17%	247,75%	272,78%	233,13%	109,86%
• Trenčiansky kraj	100,00%	96,67%	98,04%	75,82%	78,45%	127,24%	117,09%	92,61%	141,62%	140,75%	103,87%
• Nitriansky kraj	100,00%	56,16%	55,49%	58,95%	52,59%	49,60%	63,12%	58,25%	43,29%	64,26%	95,20%
• Stredné Slovensko	100,00%	106,43%	98,99%	115,09%	113,79%	121,66%	161,21%	131,94%	154,38%	176,09%	106,49%
• Žilinský kraj	100,00%	68,36%	63,26%	63,38%	66,53%	61,66%	83,85%	67,85%	100,16%	93,88%	99,30%
• Banskobystrický kraj	100,00%	141,52%	128,80%	173,76%	164,53%	208,90%	275,16%	231,92%	199,01%	284,07%	112,30%
• Východné Slovensko	100,00%	100,38%	97,19%	113,92%	127,45%	118,34%	144,48%	149,12%	132,09%	158,86%	105,28%
• Prešovský kraj	100,00%	95,54%	101,45%	101,03%	93,97%	81,12%	104,51%	101,83%	107,00%	134,36%	103,34%
• Košický kraj	100,00%	78,93%	68,23%	92,60%	125,80%	126,51%	127,85%	150,22%	123,36%	140,23%	103,83%

Zdroj: vlastné spracovanie

Z pohľadu vývoja produktivity práce na 1 m² odbytovej plochy za sieť pohostinstva veľkých podnikov Slovenska môžeme skonštatovať, že iba Nitriansky kraj (64,26 %) a Žilinský kraj (93,88 %) nedosiahli v roku 2018 stav z roku 2009, pričom iba tieto dva kraje dosahovali priemerné ročné úbytky v danej produktivite práce. Najvyšší priemerný ročný prírastok (+ 12,30 %) zaznamenal Banskobystrický kraj, ktorý dosiahol aj najvyšší ročný rast až o + 184,07 % v roku 2018 oproti roku 2009.

Tab. 23: Prírastok produktivity práce na 1 m² odbytového miesta za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 (na základe reťazových indexov)

Δ Reťazové indexy	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	priem. Δ
Slovenská republika	-	106,89	19,06	45,45	145,13	-32,36	217,63	34,85	124,24	216,95	97,54
• Bratislavský kraj (NUTS)	-	450,52	126,93	-21,67	172,38	-180,61	105,19	96,39	211,20	149,72	123,34
• Bratislavský kraj	-	450,52	126,93	-21,67	172,38	-180,61	105,19	96,39	211,20	149,72	123,34
• Západné Slovensko	-	-726,72	-151,50	-38,26	119,36	557,39	421,42	74,22	-77,35	255,18	48,19
• Trnavský kraj	-	-318,65	-179,40	60,87	260,61	1 055,54	872,69	535,30	387,40	-613,74	228,96
• Trenčiansky kraj	-	-39,87	16,41	-266,44	31,53	584,87	-121,63	-293,50	587,59	-10,45	54,28
• Nitriansky kraj	-	-1 493,73	-22,74	117,86	-216,87	-101,60	460,65	-165,96	-509,69	714,28	-135,31
• Stredné Slovensko	-	81,02	-93,74	202,86	-16,42	99,13	498,36	-368,81	282,75	273,61	106,53
• Žilinský kraj	-	-665,57	-107,29	2,46	66,39	-102,51	466,81	-336,49	679,49	-131,94	-14,29
• Banskobystrický kraj	-	373,20	-114,36	404,17	-82,94	398,80	595,59	-388,68	-295,76	764,54	183,84
• Východné Slovensko	-	5,21	-43,84	229,92	185,98	-125,13	359,28	63,70	-233,98	367,90	89,89
• Prešovský kraj	-	-57,85	76,70	-5,47	-91,54	-166,56	303,14	-34,63	67,02	354,69	49,50
• Košický kraj	-	-419,23	-212,88	484,89	660,47	14,14	26,80	444,99	-534,47	335,71	88,93

Zdroj: vlastné spracovanie

Najväčší ročný absolútny prírastok produktivity práce na 1 m² odbytovej plochy za sieť pohostinstva veľkých podnikov Slovenska dosiahol Trnavský kraj v roku 2014, a to 1 055,54 €, čo prispelo tomuto kraju aj k dosiahnutiu najvyššieho priemerného ročného prírastku za sledované obdobie vo výške 228,96 € na 1 m² odbytovej plochy. Opačne, najnižšie, priemerné medziročné prírastky dosiahli už spomínané kraje: Nitriansky (- 135,31 €) a Žilinský (- 14,29 €).

Za sledované obdobie sa nevyskytol ani jeden kraj, v ktorom by nedošlo v niektorom roku k medziročnému poklesu produktivity práce na 1 m² odbytovej plochy. V roku 2014 takto prišlo aj k poklesu produktivity práce na 1 m² odbytovej plochy za celé Slovensko. V ostatných rokoch hoci dochádzalo k poklesom v rámci krajov, v súčte na Slovensku produktivita práce na 1 m² odbytovej plochy rástla. Kraje, kde produktivita rástla, vykryli záporné schodky krajov, kde produktivita klesala.

3.6 Analýza priemerných ukazovateľov za sieť pohostinstva

Priemerné ukazovatele (4), (5) a (6) udávajú jedným číslom priemerný vývoj za celé sledované obdobie. No a za celé sledované obdobie iba v Nitrianskom (vo všetkých ukazovateľoch), v Trenčianskom kraji (v produktivite práce na 1 miesto pri stole), v Žilinskom kraji (v produktivite práce na 1 miesto pri stole aj v produktivite práce na 1 m² odbytovej plochy) a v Prešovskom kraji (v produktivite práce na 1 miesto pri stole) došlo k priemernému poklesu sledovaných ukazovateľov.

Tab. 24: Priemerné rasty a priemerné prírastky produktivity práce za sieť pohostinstva na Slovensku za roky 2009 – 2018

Územie	Priemerná ročná produktivita práce					
	na 1 zamestnanca		na 1 miesto pri stole		na 1 m ² odbytovej plochy	
	priem. rast	priem. Δ	priem. rast	priem. Δ	priem. rast	priem. Δ
Slovenská republika	103,47%	1 367,09	105,43%	337,37	105,54%	97,54
•Bratislavský kraj (NUTS 2)	106,89%	2 572,72	109,67%	480,11	107,83%	123,34
•Bratislavský kraj	106,89%	2 572,72	109,67%	480,11	107,83%	123,34
•Západné Slovensko	100,84%	326,57	101,28%	229,06	102,08%	48,19
•Trnavský kraj	102,33%	877,39	110,37%	516,54	109,86%	228,96
•Trenčiansky kraj	103,78%	1 186,41	97,67%	265,99	103,87%	54,28
•Nitriansky kraj	98,81%	-508,09	96,21%	-130,31	95,20%	-135,31
•Stredné Slovensko	101,72%	672,52	101,52%	182,27	106,49%	106,53
•Žilinský kraj	101,27%	482,89	93,84%	-115,64	99,30%	-14,29
•Banskobystrický kraj	102,23%	905,04	108,55%	367,09	112,30%	183,84
•Východné Slovensko	100,93%	378,34	104,82%	283,51	105,28%	89,89
•Prešovský kraj	100,69%	278,95	99,48%	148,13	103,34%	49,50
•Košícký kraj	101,40%	565,03	107,97%	410,07	103,83%	88,93

Zdroj: vlastné spracovanie

Z tabuľky 24 môžeme vidieť, že produktivita práce za sieť pohostinstva najviac v priemere ročne narástla v Bratislavskom kraji, a to až o 6,89 %. Tento nárast priniesol v priemere zvýšenie produktivity práce každoročne o 2 572,72 €. Toto zvýšenie bolo dosiahnuté aj napriek tomu, že tržby ale aj počet zamestnancov rástli pomalšie ako v Košickom kraji. Košický kraj dosiahol za sledované obdobie nižší nárast až o 2 007,69 €.

V priemernej produktivite práce na 1 miesto pri stole najvyšší nárast dosiahol Trnavský kraj, a to až o 10,37 %, čím zvýšil danú produktivitu práce v priemere ročne o 516,54 €.

Najvyššia hodnota priemernej ročnej produktivity práce na 1 m² odbytovej plochy bola v Banskobystrickom kraji, a to až 112,30 %, čiže 1 m² odbytovej plochy vyprodukoval v priemere ročne 183,84 € tržieb. Táto suma (prírastok) však nebola najvyššia vrámci Slovenskej republiky, tou sa môže pochváliť Trnavský kraj (228,96 €), hoci priemerná ročná produktivita práce na 1 m² odbytovej plochy rástla iba o + 9,86 %.

4 Záver

Produktivitu práce možno charakterizovať ako pomer medzi hodnotou výstupu a hodnotou výrobného vstupu alebo vstupov. Na základe údajov zo Štatistického úradu Slovenskej republiky za roky 2009 – 2018 sme skúmali vývoj produktivity práce za sieť pohostinstva na Slovensku. Výstupným ukazovateľom výrobného procesu na Slovensku sú tržby za rok vrátane DPH (v eurách). Ako vstupné ukazovatele boli vybrané:

- evidenčný počet zamestnancov – tak sme dostali ukazovateľ produktivity práce na 1 zamestnanca,
- počet miest pri stole – dostaneme produktivitu práce na 1 miesto pri stole,
- odbytové plochy v m² – dostaneme produktivitu práce na 1 m² odbytovej plochy.

Na začiatok sme urobili analýzu týchto vstupných a výstupných ukazovateľov s následnými výsledkami:

- Za celú Slovenskú republiku sa tržby za sieť pohostinstva zvýšili o 167,11 %, čo bolo zvýšenie o 384 570 813 €, pričom najvyšším prírastkom (259 978 899 €) prispel Bratislavský kraj. Nitriansky a Prešovský kraj každoročne uberali z celkového prírastku.

- Celkový počet zamestnancov za sieť pohostinstva na Slovensku v rokoch 2009 – 2018 sa z 6 726 zvýšil na 13 214, čo bolo zvýšenie o 96,46 %, a teda o 6 488 zamestnancov. V sumáre sa evidenčný počet zamestnancov na Slovensku znížil oproti roku 2009 iba v roku 2010, a to na počet 6 616 zamestnancov. Toto zníženie predstavovalo pokles o 1,64 %, čiže pokles o 110 zamestnancov.
- Za celé Slovensko sa počet miest pri stoloch a stolíkoch zvýšil v roku 2018 na hodnotu 98 045 miest aj napriek tomu, že v roku 2017 to bolo už 104 373 miest. Najmenší prírastok miest za celé Slovensko bol v roku 2018, kedy sa táto veličina znížila o 6 328 miest, čo bolo zapríčinené hlavne poklesom v Bratislavskom kraji o 4 330 miest pri stoloch a stolíkoch.
- V celej Slovenskej republike, aj napriek zníženiam odbytových plôch v rokoch 2012 a 2018, bol priemerný medziročný nárast týchto plôch o 5,68 %, čo prinieslo ročne prírastok 11 719,56 m² odbytovej plochy.

Na základe predchádzajúcich analýz vstupného a výstupného ukazovateľa som pristúpil k tvorbe ukazovateľa produktivity práce. Najprv som zostrojil a následne analyzoval vývojročnej produktivity práce jedného zamestnanca podľa krajov, potom produktivitu práce na 1 miesto pri stole a nakoniec na 1 m² odbytovej plochy. Zhrnutie výsledkov je v nasledujúcich bodoch:

- Na základe vývoja produktivity práce v sieti pohostinstva môžem konštatovať, že najnižší stav produktivity práce oproti roku 2009 dosiahol Trnavský kraj, a to v roku 2010. Tento stav dosahoval iba 68,35 % výšky produktivity práce roku 2009 v Trnavskom kraji. Najvyššiu hodnotu, a tým aj najvyšší prírastok (23 154,44 €) dosiahol Bratislavský kraj v roku 2018, kedy sa zvýšila produktivita práce na jedného zamestnanca o 82,12 %.
- Z priemerných ukazovateľov môžeme vidieť, že produktivita práce na 1 zamestnanca za sieť pohostinstva najviac narástla v Bratislavskom kraji, a to o 6,89 %. Tento nárast priniesol v priemere zvýšenie produktivity práce každoročne o 2 572,72 €. Toto zvýšenie bolo dosiahnuté aj napriek tomu, že tržby ale aj počet zamestnancov rástol pomalšie ako v Košickom kraji. Košický kraj dosiahol za sledované obdobie vyšší priemerný ročný rast tržieb o 2,32 percentuálneho bodu (p.b.) a aj vyšší rast počtu zamestnancov o 8,28 p.b. oproti Bratislavskému kraju. Ale v priemernom raste produktivity práce dosiahol nižší nárast až o 2 007,69 € (2 572,72 – 565,03). Je to zapríčinené nižším základom v jednotlivých ukazovateľoch.
- Za celé sledované obdobie iba v Nitrianskom (vo všetkých ukazovateľoch) a v Prešovskom kraji (v ukazovateľoch tržby a počet zamestnancov) došlo k priemernému poklesu sledovaných čiastkových ukazovateľov, ale aj ukazovateľov produktivity práce.
- V produktivite práce na 1 miesto pri stole za sieť pohostinstva Slovenska najlepšie výsledky dosiahol Trnavský kraj a najhoršie (mínusové prírastky) zase Nitriansky a Žilinský kraj.
- Produktivita práce na 1 m² odbytovej plochy najviac vyhovuje z relatívneho pohľadu Banskobystrickému kraju a z absolútneho pohľadu Trnavskému kraju. Najhoršie na tom boli zase Nitriansky a Žilinský kraj.
- Za celé Slovensko produktivita práce zo všetkých pohľadov rástla každoročne od 3,47 % na 1 zamestnanca, cez 5,43 % na 1 miesto pri stole až po 5,54 % na 1 m² odbytovej plochy.

Vývoj produktivity práce v sieti pohostinstva veľkých podnikov za 20 a viac zamestnancov na Slovensku je iba čiastkový pohľad na sieť pohostinstva. Problematika tohto

článku nezahŕňa údaje napríklad za malé zariadenia, kde pri nízkom počte zamestnancov sa môžu dosahovať niekedy aj o veľa vyššie hodnoty produktivity práce práve na jedného zamestnanca. To by však už bolo na ďalšie analýzy.

Literatúra

- [1] Gali, J. (1999). *Technology, employment and the business cycle: Do technology shocks explain aggregate fluctuations*. American Economic Review, 89(1).
- [2] Chajdiak, J. a kol. (1989). *Ekonomická štatistika Príklady*. Bratislava: Alfa.
- [3] Klečka, J. (2008). Produktivita a její měření – nové přístupy. In *Ekonomika a management* [online]. <http://www.ekonomikaament.cz/cz/clanek-produktivita-a-jeji-mereni-nove-pristupy.html>.
- [4] Krauszová, A. (2007). Techniky a prístupy podporujúce rast produktivity. In *Novus scientia*.
- [5] Sodomová, E. a kol. (2013). *Štatistika pre bakalárov*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
- [6] Sodomová, E. a kol. (2019). *Hospodárska štatistika II*. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.
- [7] Vojtková, M. a kol. (2016). *Demografia podnikov. Teoretické aspekty a empiria*. In: Monografia vedeckých štátí projektu VEGA 1/0501/14 Teoretické a praktické aspekty podniku z pohľadu demografie – nástroj hodnotenia zmien v ekonomickom raste a zamestnanosti. Pardubice. Univerzita Pardubice.
- [8] www.statistics.sk

Alternatívne programové produkty na výučbu lineárneho programovania

Ivan Brezina¹, Juraj Pekár², Marian Reiff³

Abstrakt

Lineárne programovanie sa orientuje na modelovanie a optimalizáciu akéhokoľvek výrobného procesu alebo systému, ktorý možno opísať pomocou lineárnych funkcií a lineárnych rovníc, resp. nerovníc. Modely a metódy lineárneho programovania patria medzi najčastejšie používané kvantitatívne nástroje na podporu rozhodovacieho procesu. Jeho cieľom je nájsť extrém lineárnej účelovej funkcie pri stanovených obmedzeniach opísaných systémom lineárnych nerovností, resp. rovností. Modely a metódy lineárneho programovania predstavujú základ vzdelávania v oblasti využitia kvantitatívnych prístupov na ekonomických a technických univerzitách vo svete. Pri výučbe možno použiť rozličné softvérové produkty, ktoré umožňujú pochopiť podstatu lineárneho programovania tak v jeho grafickej, ako aj numerickej podstate. Na Fakulte hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave sa vo vzdelávacom procese používajú rôzne programové produkty, ako MS Excel, POM-QM for Windows a Simplex V4, ktoré sú v príspevku popísané a prezentované sú ich výhody a nevýhody.

Kľúčové slová

lineárne programovanie, MS Excel, POM-QM for Windows, Simplex V4

Abstract

Linear programming is focused on modeling and optimization of any manufacturing process or system that can be described by linear functions and linear equations or inequalities. Linear programming models and methods are among the most commonly used quantitative tools to support the decision-making process. It aims to find the extreme of linear objective function within the feasible region defined by constraints, the system of linear inequalities, respectively equalities. Linear programming models and methods belong to fundamental topics in quantitative methods field of education at economic and technical universities in the world. Various software products can be used in the classroom to understand the nature of linear programming and in its graphical and numerical fundamentals. At the Faculty of Economic Informatics of the University of Economics in Bratislava, various software products such as MS Excel, POM-QM for Windows, and Simplex V4 are used in the educational process and are described in this paper with their advantages and disadvantages.

Key words

Linear Programming, MS Excel, POM-QM for Windows, Simplex V4

JEL classification

C61, C63

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, ivan.brezina@euba.sk.

² Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, juraj.pekar@euba.sk.

³ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, marian.reiff@euba.sk.

1 Úvod

Ekonomické operácie a procesy možno transformovať na ekonomicko-matematické modely, ktoré sú založené na vysokej abstrakcii a predstavujú zjednodušený opis reálneho systému, ktorý je založený na najpodstatnejších prvkoch systému a väzbách medzi nimi. Ekonomicko-matematické modely sú veľmi rôznorodé, ale vo všeobecnosti medzi najviac používané patria modely a metódy matematického programovania. Teória matematického programovania bola pritom vypracovaná na riešenie optimalizačných úloh efektívneho využívania ohraničených disponibilných zdrojov, ktoré sa využívajú na dosiahnutie určených cieľov.

Modely a metódy matematického programovania patria medzi najčastejšie používané a najvýkonnejšie nástroje operačného výskumu, môžu byť aplikované na širokú škálu rôznych rozhodovacích problémov. Modely matematického programovania umožňujú pomerne jednoducho transformovať reálne ekonomické procesy do matematických modelov v tvare funkcií, nerovnic, resp. rovníc. Používajú sa predovšetkým v súvislosti s riešením efektívneho využívania ohraničených disponibilných zdrojov (surovín, materiálu, časového fondu strojov a zariadení, plôch, počtu pracovníkov, investičných a finančných prostriedkov a podobne), ktoré sú potrebné na dosiahnutie stanovených cieľov (maximalizácia zisku, minimalizácia nákladov, minimalizácia času a podobne). Ide o relatívne presné kvantitatívne hodnotenie výberu určitého riešenia z veľkého množstva možných riešení, ktoré je z hľadiska matematicky formulovaného cieľa najlepšie.

2 Úlohy lineárneho programovania

Každá úloha matematického programovania je konštruovaná s cieľom zobrazit' takú ekonomickú realitu, pre ktorú je charakteristické hľadanie najlepšieho riešenia pri ohraničujúcich predpokladoch. Model matematického programovania zobrazuje nejakú ekonomickú situáciu, v ktorom sa hľadá najlepšie (optimálne) riešenie (prostredníctvom účelovej funkcie) pri určitých ohraničujúcich predpokladoch (ohraničujúce podmienky úlohy). V prípade, ak sú všetky vzťahy v modeli matematického programovania lineárne, ide o model lineárneho programovania.

Model lineárneho programovania možno zapísať vo všeobecnom tvare:
extremalizovať (maximalizovať, resp. minimalizovať)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

kde

c_j – koeficienty účelovej funkcie (ÚF), $j = 1, 2, \dots, n$,

a_{ij} – technologické koeficienty sústavy ohraničení, $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$,

b_i – koeficienty pravej strany (PS), $i = 1, 2, \dots, m$,

x_j – rozhodovacie premenné, $j = 1, 2, \dots, n$.

Rozhodovacie premenné x_j ($j = 1, 2, \dots, n$) sú neznáme, ktorých hľadané hodnoty vyjadrujú cieľ rozhodovacieho procesu, teda také hodnoty, ktoré predstavujú tzv. *optimálne riešenie*. Koeficienty účelovej funkcie c_j ($j = 1, 2, \dots, n$) vyjadrujú určité „ocenenie“ rozhodovacích premenných (zvyčajne finančné, časové, vzdialenostné a podobne). Koeficienty pravej strany b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) vyjadrujú obmedzenia, ktorými sú determinované obmedzené zdroje (surovinové, časové, finančné a ďalšie kapacity). Technologické koeficienty sústavy ohraničení a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$) opisujú „spotrebu“ obmedzených disponibilných zdrojov a sú charakteristické „normami“ spotreby.

Pri riešení zodpovedajúcich úloh lineárneho programovania (ÚLP) sa hľadá taký vektor rozhodovacích premenných $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, pre ktorý je hodnota ÚF (1) maximálna (alebo minimálna) pri splnení predpokladov (2) a (3).

Najčastejšie používané základné pojmy pre riešenie ÚLP (Brezina, Pekár, 2018):

- *Prípustným riešením úlohy* (1) až (3) sa nazýva taký vektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, ktorý vyhovuje ohraničujúcim podmienkam (2) a (3).
- *Množinou prípustných riešení úlohy* (1) až (3) sa nazýva množina, $\Theta = \{ \mathbf{x} \in R^n \mid \mathbf{Ax} \{ \leq, =, \geq \} \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \}$, kde R^n je n -rozmerný euklidovský priestor, \mathbf{A} je matica technologických koeficientov sústavy ohraničení, \mathbf{b} je vektor koeficientov pravej strany, \mathbf{x} je vektor rozhodovacích premenných a $\mathbf{0}$ je nulový vektor.
- Za predpokladu, že hodnosť matice technologických koeficientov \mathbf{A} je m , riešenie $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ nazývame *bázickým riešením*, ak vyhovuje nerovniciam (2) upraveným na tvar $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad b_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$ a obsahuje maximálne m nenulových zložiek, ktorých prislúchajúca matica štruktúrnych koeficientov má hodnosť m .
- *Bázickým prípustným riešením úlohy* (1) až (3) sa nazýva také bázické riešenie, ktoré patrí do množiny Θ .
- *Optimálnym riešením úlohy* (1) až (3) je také prípustné riešenie, pre ktoré nadobúda účelová funkcia svoj extrém (ak je ÚF maximalizačná, tak svoje maximum, ak je ÚF minimalizačná, tak svoje minimum). To znamená, že vektor $\mathbf{x}^* \in \Theta$ je optimálnym riešením maximalizačnej úlohy vtedy, keď platí: $f(\mathbf{x}^*) \geq f(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \Theta$.

Metódy, ktoré boli vypracované v rámci teórie lineárneho programovania na riešenie následne definovaných úloh lineárneho programovania, sú pomerne jednoduché vo svojej matematickej štruktúre a zároveň použiteľné na riešenie veľkého počtu rôznych úloh. Vo všeobecnosti najpoužívanejšou metódou riešenia ÚLP je simplexová metóda so svojimi modifikáciami, ale na inom princípe sú založené metódy vnútorného bodu (napr. elipsoidná metóda, Karmarkarova metóda vychádzajúca z elipsoidnej metódy, sférické metódy ...).

Časová zložitosť simplexovej metódy je polynomiálna, pričom existuje mnoho numerických experimentov poukazujúcich na skutočnosť, že na riešenie ÚLP s m ohraničujúcimi podmienkami stačí m iterácií simplexovej metódy. Svojou podstatou je pritom simplexová metóda ľahko pochopiteľná a tak patrí medzi základné metódy používané na riešenie ÚLP. Elipsoidná metóda je založená na tom, že postupne iteruje k riešeniu tak, že objem elipsoidu sa v každej iterácii znižuje o faktor $e^{\frac{1}{2(n+1)}}$, takže výpočtová zložitosť je $O(n^2)$, ale v praxi sa tento druh nepoužíva často, pretože je pomalý. Karmarkarov algoritmus má polynomiálnu zložitosť, ale je na rozdiel od elipsoidnej metódy rýchly a je rýchlejší ako simplexová metóda pri ÚLP s veľkým množstvom vstupných údajov.

3 Geometrické riešenie úlohy lineárneho programovania

Grafická vizualizácia riešenia akejkoľvek úlohy predstavuje efektívny nástroj na pochopenie a prezentáciu väzieb medzi jednotlivými veličinami. Aj grafické riešenie ÚLP potvrdzuje pri výučbe lineárneho programovania skutočnosť, že jeden obrázok zvyčajne vyjadruje viac ako desiatky slov. Geometrické (grafické) riešenie ÚLP má len ilustračný charakter, zvyčajne sa graficky rieši ÚLP s dvoma premennými, ktorú možno jednoducho zobrazit' v dvojrozmernom priestore (graficky možno riešiť aj úlohu s tromi premennými v trojrozmernom priestore, ale pretože reálne ÚLP obsahujú zvyčajne desiatky až stovky premenných, geometrické riešenie ÚLP je len názorné).

Oblasť, ktorá vyhovuje všetkým nerovniciam (štruktúrnym ohraničeniam (2) a podmienkam nezápornosti (3)), predstavuje množinu prípustných riešení úlohy Θ . Táto množina vzniká ako prienik všetkých ohraničení a predstavuje konvexnú polyedrálnu množinu, ktorá vzniká ako prienik konečného počtu polpriestorov, definovaných jednotlivými nerovnicami. Prieniky hraničných priamok pritom reprezentujú množinu báziických riešení.

Počet bodov tvoriacich množinu prípustných riešení Θ je nekonečný. Pretože cieľom riešenia ÚLP je nájsť jej extrém, treba nájsť taký bod množiny prípustných riešení Θ , v ktorom účelová funkcia nadobúda extrémnu hodnotu. Je pritom zrejmé, účelová funkcia ÚLP (1) nadobúda svoju extrémnu hodnotu, ak existuje, v niektorom krajnom bode konvexnej polyedrálnej množiny, na ktorej je definovaná. Vo všeobecnosti však pri použití grafickej metódy riešenia nemusíme skúmať hodnoty ÚF vo všetkých krajných bodoch, ale pre nájdenie optimálneho riešenia úlohy treba geometricky interpretovať účelovú funkciu, ktorá je reprezentovaná úroveňou priamkou ÚF, ktorá na báze jej gradientu predstavuje smer jej najrýchlejšieho nárastu.

Geometrické riešenie ÚLP poskytuje nielen názornú predstavu o podstate riešeného optimalizačného problému, ale umožňuje aj jednoduchšie pochopenie základnej myšlienky, na ktorej spočíva riešenie ÚLP pomocou simplexovej metódy, ktorá je založená na preskúmaní krajných bodov konvexného polyédru, ktorý reprezentuje sústava ohraničujúcich podmienok (nerovnic).

4 Riešenie úlohy lineárneho programovania simplexovou metódou

Simplexová metóda (simplexový algoritmus) je všeobecná metóda na hľadanie optimálneho riešenia ÚLP, pričom neskúma všetky prípustné, ale len báziické prípustné riešenia. Ako už bolo uvedené, ak má ÚLP optimálne riešenie, tak sa toto optimálne riešenie nachádza v jednom z krajných bodov konvexnej polyedrálnej množiny, na ktorej je definovaná. Táto skutočnosť redukuje problém jeho nájdenia na konečný výpočet, pretože krajných bodov je konečné množstvo. Simplexová metóda je ďalej založená na skutočnosti, že pokiaľ nenadobúda účelová funkcia v krajnom bode extrémnu hodnotu, tak existuje taká hrana prípustného konvexného polyédru, ktorá obsahuje tento bod, po ktorej smerom od daného krajného bodu hodnota účelovej funkcie rastie, resp. klesá (podľa typu extremalizácie). Práve na týchto princípoch je založený postup simplexovej metódy, ktorý spočíva v prechode cez hrany do krajných bodov so stále väčšou, resp. menšou hodnotou účelovej funkcie.

Simplexová metóda predstavuje iteračný postup, ktorý po určitom konečnom počte iterácií umožňuje určiť optimálne riešenie ÚLP alebo poskytuje informáciu o tom, že optimálne riešenie neexistuje. Simplexová metóda je založená na troch základných pojmoch: na *prípustnosti*, *báziickosti* a *optimálnosti*. V každej iterácii možno získať prípustné báziické riešenie (ak prípustné báziické riešenie neexistuje, procedúra končí), ktoré sa testuje, či je optimálne. Ak je riešenie optimálne, výpočet končí, ak nie je, algoritmus pristúpi ku skúmaniu ďalšieho prípustného báziického riešenia. Prostredníctvom simplexovej metódy možno skúmať postupne len tie prípustné báziické riešenia (*prípustnému báziickému riešeniu* vo všeobecnosti

zodpovedá sústava m lineárne nezávislých vektorov), ktoré nie sú horšie ako predchádzajúce, a po konečnom počte krokov určiť buď optimálne riešenie, alebo zistiť, že optimálne riešenie neexistuje. Na testovanie optimálnosti sa využíva *kritérium optimálnosti* (preskúmanie tzv. čistých efektov účelovej funkcie).

V literatúre sa zvyčajne uvádzajú dva základné algoritmy simplexovej metódy – *primárny (priamy) algoritmus* a *duálny algoritmus* – spolu s niekoľkými modifikáciami ako primárno-duálny algoritmus, primárny revidovaný algoritmus, a ďalšie (Nelder a Mead, 1965, Routh a kol., 1977, Betteridge a kol., 1985 ...).

Aplikácia primárneho simplexového algoritmu spočíva v troch krokoch (základná schéma simplexovej metódy):

1. *preverovanie (testovanie) optimálnosti* na základe *kritéria optimálnosti* (overovanie zlepšenia hodnoty ÚF), ak je vypočítané riešenie optimálne, nemožno už dosiahnuť lepšiu hodnotu ÚF, výpočet sa končí, ak vypočítané riešenie nie je optimálne, výpočet pokračuje;
2. určenie *vstupujúcej premennej*, ktorá prinesie svojim zaradením do bázy riešenia najväčší jednotkový prírastok hodnoty ÚF, teda do bázy sa zaradí vektor zodpovedajúci premennej s najväčším jednotkovým prírastkom ÚF;
3. určenie *vystupujúcej premennej*, teda disponibilného zdroja (vektora zodpovedajúceho príslušnej premennej), ktorý determinuje realizáciu modelovaného procesu, teda vyradenie z bázy vektora bázikovej premennej, ktorej ohraničené množstvo disponibilných zdrojov a normy ich spotreby determinujú použiteľnosť týchto zdrojov.

Primárny algoritmus simplexovej metódy

Pre testovanie optimálnosti riešenia sa používa *kritérium optimálnosti* $c_j - z_j$ (resp. $z_j - c_j$ alebo z_j , $j = 1, 2, \dots, n$), ktoré predstavuje hodnoty potenciálneho prírastku ÚF (tzv. redukované ocenenia). Tento prírastok možno dosiahnuť z jednej jednotky príslušnej nebázikovej premennej po vstupe jej zodpovedajúceho vektora do bázy. Aby nájdené riešenie bolo optimálne, musia byť pri maximalizačnej úlohe všetky prvky riadku nekladné, to znamená

$$c_j - z_j = c_j - \mathbf{c}_B^T \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}_j \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

kde

\mathbf{c}_B – jednotkové ceny zodpovedajúce cenovým koeficientom príslušných bázikových premenných,

\mathbf{B}^{-1} – inverzná matica bázy,

\mathbf{A}_j – j -ty stĺpcový vektor matice štruktúrnych koeficientov \mathbf{A} .

Analogicky v minimalizačných úlohách je vypočítané riešenie optimálne práve vtedy, keď platí $c_j - z_j \geq 0$.

Pre ďalší výpočet treba určiť:

1. *vstupujúcu premennú*,
2. *vystupujúcu premennú*.

Vstupujúcu premennú x_k možno určiť pomocou vzťahu

$$c_j - z_j = c_j - \mathbf{c}_B^T \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}_j \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

a *vystupujúcu premennú* x_r pomocou vzťahu

$$x_{rk} = \min_i \left\{ \frac{x_{B_i}}{x_{ik}} \mid x_{ik} > 0 \right\} \quad (6)$$

kde

x_{B_i} – sú modifikované hodnoty bázičných premenných,

x_{ik} – modifikované koeficienty zodpovedajúce rozkladu vedúceho stĺpca podľa bázy,

x_{rk} – vedúci prvok.

Prvok ležiaci na priesečníku vedúceho stĺpca s vedúcim riadkom je *vedúci prvok*. Výpočet zmien, ktoré vznikajú pri hľadaní nového riešenia, sa uskutočňuje pomocou elementárnej zmeny bázy pre všetky hodnoty $i = 1, 2, \dots, m$ a $j = 1, 2, \dots, n$ na základe

$$x'_{ij} = x_{ij} - \frac{x_{rj}}{x_{rk}} \cdot x_{ik}, \quad i \neq r \quad (7)$$

kde r je index vedúceho riadka a k je index vedúceho stĺpca, x'_{ij} je nová hodnota príslušného koeficientu rozkladu zodpovedajúceho stĺpcového vektora \mathbf{A}_j podľa bázy.

Modifikácia pre prípad ÚLP s minimalizačnou ÚF spočíva v tom, že riešenie bude optimálne vtedy, keď pre všetky $j = 1, 2, \dots, n$ bude $c_j - z_j \geq 0$, pričom výber vstupujúcej premennej (kritérium pre vystupujúcu premennú sa nezmení) sa vykoná na základe vzťahu

$$c_k - z_k = \min_j \{c_j - z_j \mid c_j - z_j < 0\}. \quad (8)$$

Pri riešení úloh lineárneho programovania sa často vyskytujú riešenia s určitými špecifikami, *alternatívne riešenie, úloha s neohraničenou množinou prípustných riešení, úloha s prázdnu množinou prípustných riešení, úloha s degenerovaným riešením*. Tieto osobitosti sa tiež dajú dobre interpretovať pomocou grafického riešenia ÚLP.

5 Softvérové riešenie úloh lineárneho programovania

Reálne riešenia úloh lineárneho programovania sú vo všeobecnosti časovo náročné. Preto boli vyvinuté programy schopné extremalizovať lineárne obmedzenia dané lineárnymi rovnicami a nerovnosťami tak, aby bolo možné získať optimálnu hodnotu účelovej funkcie. Pre riešenie praktických úloh boli vyvinuté profesionálne softvérové produkty ako sú GAMS, LINDO, LINGO, Python, Gurobi, atď., avšak problematika výučby je praktickejšie vysvetliteľná na nástrojoch, pri ktorých sú študenti schopní analyzovať jednotlivé kroky riešenia, ako aj ich grafickú interpretáciu. Softvér pri výučbe matematického programovania využívajú aj svetoví autori (Anderson, Sweeney, Williams, Camm and Cochran, 2018, Stevenson and Sum, 2014, Taha, 2011 a ďalší).

Podľa windowsreport.com/linear-programming-software patria pre windows medzi najlepšie softvéry:

- Gurobi (<https://www.gurobi.com/>)
- CPLEX (<https://www.ibm.com/products/ilog-cplex-optimization-studio>)
- XPRESS (<https://www.fico.com/en/products/optimization>)
- Lingo (<https://www.lindo.com/index.php/products/lingo-and-optimization-modeling>)
- GAMS (General Algebraic Modeling System) (<https://www.gams.com/>)
- Visual Math (<http://www.visualmath.com/>) a ďalšie.

Ale v praxi, aj na akademickej pôde sa používa mnoho ďalších softvérov a softvérových jazykov na riešenie ÚLP (napr. MATLAB, jazyk R, Python a pod.). Ďalej uvedieme spôsob riešenia úlohy lineárneho programovania v najdostupnejšom softvérovom produkte MS Excel, výučbovom programom balíku POM-QM for Windows a novovyvinutom nástroji na výučbu lineárneho programovania Simplex V4, pričom uvedené produkty sú využívané pri výučbe na

univerzitách pri úvodných kurzoch zameraných na matematické programovanie (ako príklad vytvorenia vlastného softvéru na Slovensku možno uviesť, že na UPJŠ v Košiciach bol za účelom riešenia úloh lineárnej optimalizácie vyvinutý program CASSIM (Computer ASsisted Simplex Method), na SPÚ v Nitre softvér GeoGebra, ktorý je vhodný na vizualizáciu aplikovaných problémov).

5.1 Riešenie úloh lineárneho programovania v MS Excel

Pri výučbe lineárneho programovania možno využiť všeobecne dostupný programový produkt MS Excel a to aplikáciou optimalizačného doplnku *Riešiteľ*. Všeobecne možno v programe MS Excel pomocou optimalizačného doplnku *Riešiteľ* riešiť úlohy matematického programovania a teda aj úlohy lineárneho programovania. Na nasledujúcej úlohe lineárneho programovania bude prezentovaný spôsob jej riešenia v uvedenom programe.

Predpokladajme úlohu lineárneho programovania (z dôvodu nasledujúcej grafickej interpretácie výpočtu predpokladáme ÚLP s dvomi rozhodovacími premennými):

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{x}) &= 70x_1 + 80x_2 \rightarrow \max \\
 11x_1 + 8x_2 &\geq 1000 \\
 5x_1 + 10x_2 &\leq 900 \\
 13x_1 + 9x_2 &\leq 1400 \\
 4x_1 + 6x_2 &\geq 450 \\
 x_1, x_2 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

Na riešenie optimalizačnej úlohy (9) v tabuľkovom procesore treba pripraviť vstupné dáta v tvare zápisu ÚLP (1) až (3). Ich usporiadanie môže byť v podstate ľubovoľné, musia však byť dodržané určité pravidlá, ktoré vyžaduje optimalizačný doplnok (*Riešiteľ*). Na obr. 2 je prezentovaná možnosť rozloženia vstupných dát pre príklad (9) v tabuľke MS Excel. Na obr. 1 je uvedené zadanie a optimálne riešenie príkladu (9) po spustení optimalizačného doplnku.

Obr. 1: Optimálne riešenie úlohy (9) v MS Exceli

	A	B	C	D
1	70	80	9282,353	
2	11	8	1205,882	1000
3	5	10	900	900
4	13	9	1400	1400
5	4	6	609,4118	450
6	69,41176	55,29412		
7				

Zdroj: Vlastné spracovanie

V zadanej úlohe lineárneho programovania sú definované dve rozhodovacie premenné. Pre tieto premenné je rezervovaný blok A6:B6. Každý rozhodovacej premennej je priradená počiatočnú hodnotu 0. Na obr. 2 sú prezentované vzorce pre výpočet hodnôt jednotlivých buniek.

Obr. 2: Zápis podmienok úlohy (9) v MS Exceli

	A	B	C	D
1	70	80	=SUMPRODUCT(A1:B1;\$A\$6:\$B\$6)	
2	11	8	=SUMPRODUCT(A2:B2;\$A\$6:\$B\$6)	1000
3	5	10	=SUMPRODUCT(A3:B3;\$A\$6:\$B\$6)	900
4	13	9	=SUMPRODUCT(A4:B4;\$A\$6:\$B\$6)	1400
5	4	6	=SUMPRODUCT(A5:B5;\$A\$6:\$B\$6)	450
6	69,4117	55,29411		

Zdroj: Vlastné spracovanie

Zápis jednotlivých obmedzujúcich podmienok vyžaduje, aby boli vyjadrené ako funkcia ľavej strany podmienky porovnaná s koeficientmi pravej strany. V programe MS Excel je na výpočet skalárneho súčinu k dispozícii funkcia, ktorá sa dá v tejto súvislosti využiť. V slovenskej verzii MS Excel ide o funkciu *SUMPRODUCT(a; b)*, kde *a* a *b* sú bloky obsahujúce vektory (príp. matice), pre ktoré sa má vypočítať skalárny súčin. V nasledujúcej tabuľke 1 (zodpovedá obr. 2) sú uvedené obmedzujúce podmienky podľa zadania a príslušný vzorec ich výpočtu pre ľavú stranu rovnice.

Tab. 1: Zápis obmedzujúcich podmienok a vzorce pre výpočet ľavej strany rovnice

Obmedzujúca podmienka	Bunka	Vzorec
$11x_1 + 8x_2$	C2	=SUMPRODUCT(A2:B2; \$A\$6: \$B\$6)
$5x_1 + 10x_2$	C3	=SUMPRODUCT(A3:B3; \$A\$6: \$B\$6)
$13x_1 + 9x_2$	C4	=SUMPRODUCT(A4:B4; \$A\$6: \$B\$6)
$4x_1 + 6x_2$	C5	=SUMPRODUCT(A5:B5; \$A\$6: \$B\$6)

Zdroj: Vlastné spracovanie

Posledným krokom pri príprave vstupných údajov je definícia pozície optimalizačného kritéria (účelovej funkcie). Toto kritérium musí byť zapísané v tvare vzorca a umiestnené do niektorej bunky. V našom príklade je to bunka C2 (Obr. 2), v ktorej sa optimalizačné kritérium vyjadří ako skalárny súčin vektora očakávaného zisku za 1 kus (blok A1:B1) s vektorom rozhodovacích premenných (blok A6:B6).

Po ukončení prípravy vstupných údajov môže byť aktivovaný vlastný optimalizačný doplnok – *Riešiteľ*. Po jeho spustení (*Údaje – Riešiteľ*) je používateľovi ponúknuté dialógové okno „*Parametre doplnku Riešiteľ*“ určené na zadávanie parametrov riešenej úlohy.

Po definovaní všetkých potrebných údajov v dialógovom okne „*Parametre doplnku Riešiteľ*“ možno spustiť spracovanie pomocou tlačidla „*Riešiť*“. V závislosti od rozsahu riešenej úlohy vlastný výpočet môže trvať rôzne dlho podľa toho, či sú do úlohy zahrnuté podmienky celočíselnosti, a samozrejme, takisto v závislosti od výkonnosti počítača používaného pri spracovaní.

Po skončení výpočtu sa zobrazí dialógové okno, v ktorom je uvedená informácia, či bolo alebo nebolo nájdené riešenie spĺňajúce všetky ohraničujúce podmienky (optimálne riešenie).

Nevýhodou uvedeného riešenia prostredníctvom programu MS Excel je, že nemožno sledovať jednotlivé kroky programu a nie je k dispozícii ani grafické riešenie úlohy. Výhodou je, že je to bežne dostupný program, ktorého profesionálna verzia umožňuje riešiť aj pomerne rozsiahle ÚLP s dostatočne širokou ponukou výstupov (analýza citlivosti, redukované ocenenia, duálne ceny ...).

5.2 Riešenie úloh lineárneho programovania v POM-QM for Windows

Zaujímavým a pomerne dobrým nástrojom vhodným pre výučbu riešenia ÚLP je aj voľne dostupný produkt POM-QM for Windows (známy tiež ako POM pre Windows alebo QM pre

Windows). POM-QM for Windows je užívateľsky prívetivý softvérový balík určený na riešenie úloh z oblasti riadenia výroby, riadenia operácií, kvantitatívnych metód, operačného výskumu a z oblasti management science. POM-QM for Windows bol navrhnutý tak, aby pomohol študentom lepšie porozumieť uvedeným oblastiam operačného výskumu. Softvér možno použiť buď priamo na riešenie úloh, alebo na kontrolu odpovedí, ktoré boli riešené ručne. POM-QM for Windows obsahuje pomerne veľké množstvo modulov zodpovedajúcich jednotlivým oblastiam operačného výskumu, ako napríklad modul pre teóriu hier, lineárne programovanie, cieľové programovanie, celočíselné a zmiešané programovanie, zásoby, obsluhu, výpočet rozvrhu pre job shop, sieťovú analýzu, Markovove reťazce, riadenie projektov, atď.

Možnosti riešenia ÚLP v POM-QM for Windows budú taktiež prezentované na príklade (9). Zadanie úlohy v softvéri je veľmi jednoduché, intuitívne a je zobrazené na Obr. 3. Výhodou POM-QM for Windows je skutočnosť, že okrem iného poskytuje grafické riešenie ÚLP, ako aj možnosť sledovať jednotlivé iteračné kroky simplexovej metódy (Obr. 4), analýzu citlivosti, konštrukciu aj riešenie duálnej úlohy a taktiež upozorní na alternatívne riešenie (Obr. 5). Podstatnou nevýhodou však je, že poskytuje výsledky v tvare desatinných čísel a tiež, že numerické riešenie nie je v niektorých špeciálnych prípadoch korektné. Pri grafickom riešení (Obr. 6) neposkytuje možnosť jednoducho vysvetliť základné pojmy lineárneho programovania ako sú bázické riešenie, prípustné bázické riešenie a podobne.

Obr. 3: Zadanie úlohy (9) v POM-QM for Windows

Objective						
<input checked="" type="radio"/> Maximize <input type="radio"/> Minimize						
(untitled)						
	X1	X2		RHS	Equation form	
Maximize	70	80			Max 70X1 + 80X2	
Constraint 1	11	8	>=	1000	11X1 + 8X2 >= 1000	
Constraint 2	5	10	<=	900	5X1 + 10X2 <= 900	
Constraint 3	13	9	<=	1400	13X1 + 9X2 <= 1400	
Constraint 4	4	6	>=	450	4X1 + 6X2 >= 450	

Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 4: Iteračné kroky simplexovej metódy v POM-QM for Windows

(untitled) Solution										
Cj	Basic Variables	Quantity	70 X1	80 X2	0 artfcl 1	0 surplus 1	0 slack 2	0 slack 3	0 artfcl 4	0 surplus 4
1	artfcl 4	86.3636	0	3.0909	-0.3636	0.3636	0	0	1	-1
	zj	86.3636	0	-3.09	2.36	-0.36	0	0	1	1
	cj-zj		0	3.0909	-1.3636	0.3636	0	0	0	-1
Iteration 3										
0	X1	70.5882	1	0	0.1765	-0.1765	0	0	-0.2353	0.2353
0	slack 2	267.64...	0	0	0.2941	-0.2941	1	0	-2.0588	2.0588
0	slack 3	230.88...	0	0	-1.2353	1.2353	0	1	0.1471	-0.1471
0	X2	27.9412	0	1	-0.1176	0.1176	0	0	0.3235	-0.3235
	zj	0	0	0	2	0	0	0	2	0
	cj-zj		0	0	-1.0	0	0	0	-1.0	0
Phase 2										
70	X1	70.5882	1	0	0.1765	-0.1765	0	0	-0.2353	0.2353
0	slack 2	267.64...	0	0	0.2941	-0.2941	1	0	-2.0588	2.0588
0	slack 3	230.88...	0	0	-1.2353	1.2353	0	1	0.1471	-0.1471
80	X2	27.9412	0	1	-0.1176	0.1176	0	0	0.3235	-0.3235
	zj	7 176....	70	80	2.94	-2.94	0	0	9.41	-9.41
	cj-zj		0	0	-2.9412	2.9412	0	0	-9.4118	9.4118
Iteration 5										
70	X1	40.0	1	0	0.1429	-0.1429	-0.1143	0	0	0
0	surplus 4	130.0	0	0	0.1429	-0.1429	0.4857	0	-1	1
0	slack 3	250.0	0	0	-1.2143	1.2143	0.0714	1	0	0
80	X2	70.0	0	1	-0.0714	0.0714	0.1571	0	0	0
	zj	8 400	70	80	4.29	-4.29	4.57	0	0	0
	cj-zj		0	0	-4.2857	4.2857	-4.5714	0	0	0
Iteration 6										
70	X1	69.4118	1	0	0	0	-0.1059	0.1176	0	0
0	surplus 4	159.41...	0	0	0	0	0.4941	0.1176	-1	1
0	surplus 1	205.88...	0	0	-1	1	0.0588	0.8235	0	0
80	X2	55.2941	0	1	0	0	0.1529	-0.0588	0	0
	zj	9 282....	70	80	0	0	4.82	3.53	0	0
	cj-zj		0	0	0	0	-4.8235	-3.5294	0	0

Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr 5: Riešenie úlohy (9) v POM-QM for Windows

Objective: Maximize Minimize

Note: Multiple optimal solutions exist

	X1	X2		RHS	Dual
Maximize	70	80			
Constraint 1	11	8	>=	1000	0
Constraint 2	5	10	<=	900	4.82
Constraint 3	13	9	<=	1400	3.53
Constraint 4	4	6	>=	450	0
Solution	69.41	55.29		9282.35	

Variable	Value	Reduced C.	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	69.41	0	70	40	115.56
X2	55.29	0	80	48.46	140
Dual Value		Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	205.88	1000	-Infinity	1205.88
Constraint 2	4.82	0	900	577.38	1555.56
Constraint 3	3.53	0	1400	1150	2340
Constraint 4	0	159.41	450	-Infinity	609.41

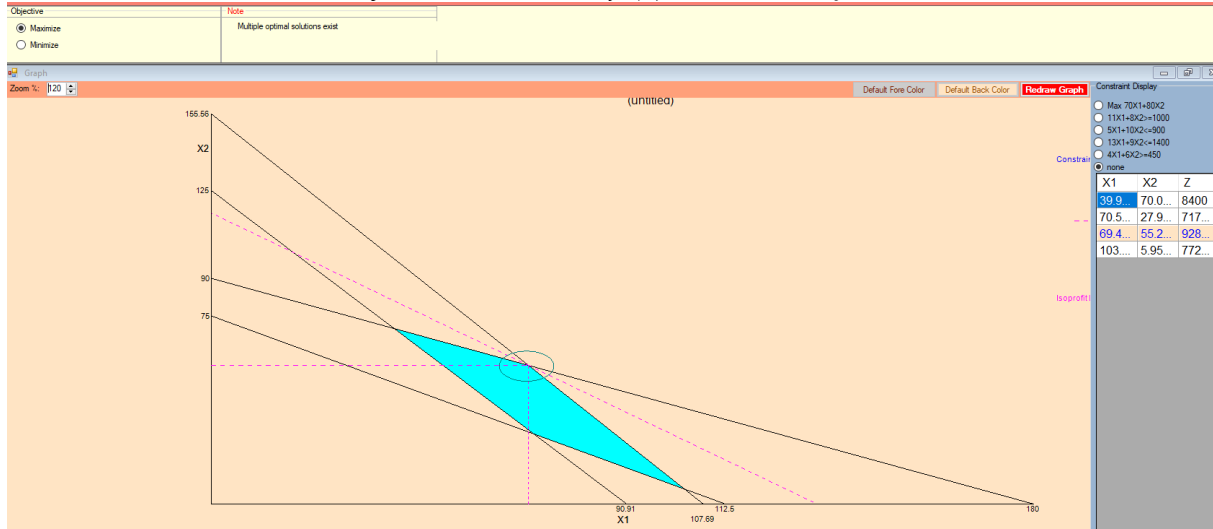
Original Problem	X1	X2			
Maximize					
Constraint 1	11	8	>=	1000	
Constraint 2	5	10	<=	900	
Constraint 3	13	9	<=	1400	
Constraint 4	4	6	>=	450	

Dual Problem	Constr...	Constr...	Constr...	Constr...	
Minimize	-1000	900	1400	-450	
X1	-11	5	13	-4	>= 70
X2	-8	10	9	-6	>= 80

Variable	Status	Value
X1	Basic	69.41
X2	Basic	55.29
surplus 1	Basic	205.88
slack 2	NONBasic	0
slack 3	NONBasic	0
surplus 4	Basic	159.41
Optimal Value (Z)		9282.35

Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 6: Grafické riešenie úlohy (9) v POM-QM for Windows



Zdroj: Vlastné spracovanie

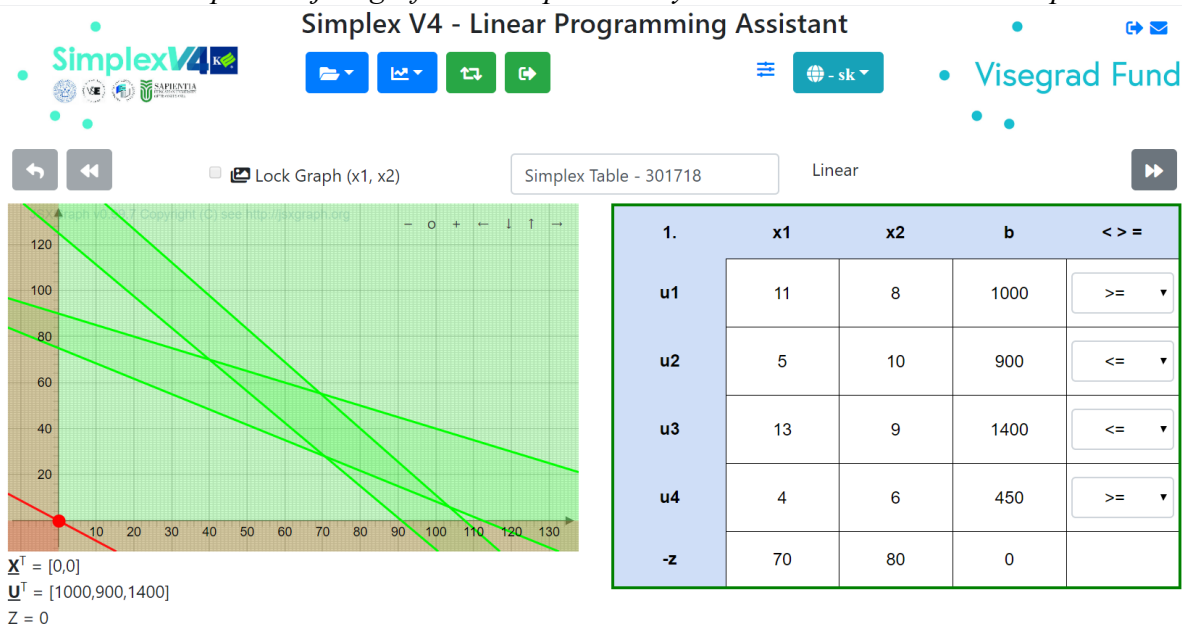
5.3 Riešenie úloh lineárneho programovania v Simplex V4

Pre potreby vyučovacieho procesu v oblasti lineárneho programovania bol v rámci projektu ID: 21830031, „SimplexV4 common free Tool development and Day“ vyvinutý program Simplex V4, ktorý je zameraný na prezentáciu základných operácií elementárnej zmeny bázy v zlomkovom tvare. Tento program tiež umožňuje sledovať grafické riešenie ÚLP a predovšetkým interpretovať základné pojmy lineárneho programovania, ako sú bázičné riešenie, bázičné prípustné riešenie, výber vedúceho prvku.

Zápis vstupných údajov je opäť veľmi intuitívny a umožňuje zápis všetkých druhov možných ohraničení. Kritérium optimálnosti je v Simplex V4 v riadku $-z$ v dolnej časti tabuľky (Obr. 7).

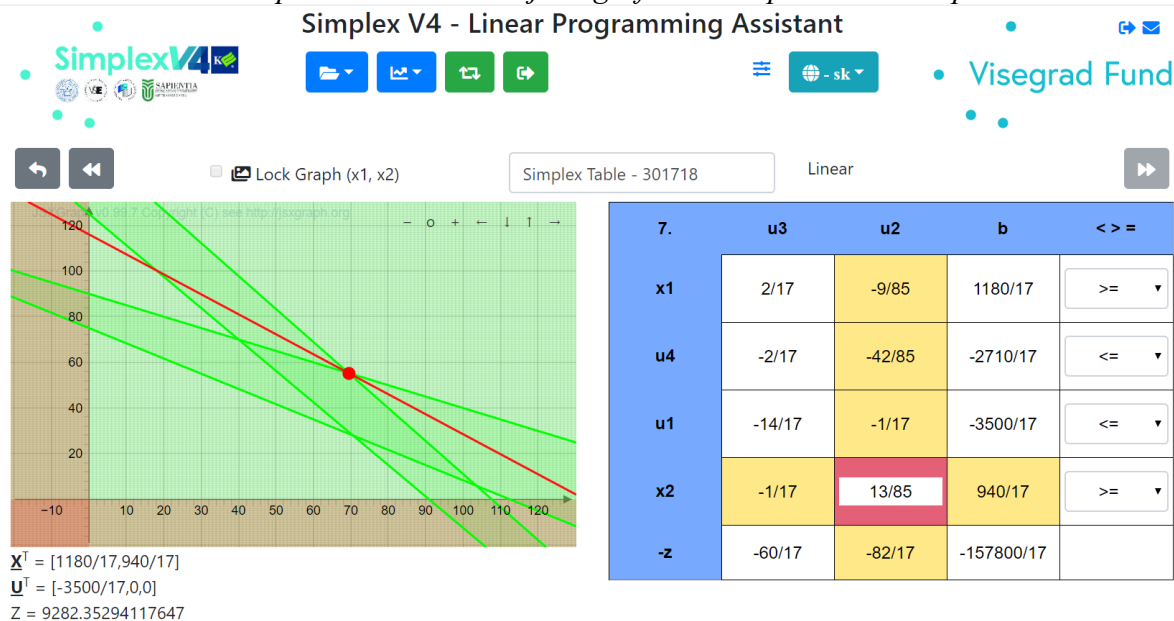
Po realizácii elementárnej zmeny bázy možno vždy získať nové riešenie tak v tabuľkovej, ako aj v grafickej podobe a po príslušnom počte krokov dospieť k optimálnemu riešeniu (Obr. 8).

Obr. 7: Vstupné údaje a grafická interpretácia východiskového riešenia v Simplex V4



Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 8: Optimálne riešenie a jeho grafická interpretácia v Simplex V4



Zdroj: Vlastné spracovanie

Uvedený program Simplex V4 umožňuje interpretovať popísaný postup grafického riešenia ÚLP tak, ako bol opísaný v časti 2 príspevku – Geometrické riešenie úlohy lineárneho programovania. Oblasť, ktorá vyhovuje všetkým nerovniciam (štruktúrnym ohraničeniam (2) a podmienkam nezápornosti (3)), predstavuje množinu prípustných riešení úlohy Θ a na obrázku predstavuje prienik všetkých šiestich polrovín (4 štruktúrne ohraničenia, 2 podmienky nezápornosti). Táto množina vzniká ako prienik konečného počtu polpriestorov (v uvedenom príklade šiestich) definovaných jednotlivými nerovnicami. Prieniky hraničných priamok pritom reprezentujú množinu bázických riešení.

Počet bodov tvoriacich túto množinu prípustných riešení Θ je nekonečný, ale pretože cieľom riešenia ÚLP je nájsť jej extrém, treba nájsť taký bod množiny prípustných riešení Θ , v ktorom účelová funkcia nadobúda extrémnu hodnotu. Účelová funkcia ÚLP (1) nadobúda svoju

extrémnu hodnotu v niektorom krajnom bode konvexnej polyedrálnej množiny, na ktorej je definovaná a pre jeho nájdenie treba geometricky interpretovať účelovú funkciu, ktorá je reprezentovaná úroveňou priamkou ÚF, ktorá na báze jej gradientu predstavuje smer jej najrýchlejšieho nárastu. Na Obr. 6 a Obr. 7 je reprezentovaná červenou priamkou.

Program Simplex V4 ako nástroj na podporu výpočtov realizovaných študentami vyžaduje od študentov na báze vzťahu (5) určiť vedúci stĺpec (vstupujúcu premennú) a na báze vzťahu (6) vedúci riadok (vystupujúcu premennú) a po ich výbere realizovať elementárnu zmenu bázy na základe vzťahu (7).

6 Záver

Príspevok vznikol ako výsledok spolupráce krajín V4 v rámci projektu ID: 21830031, „SimplexV4 common free Tool development and Day“ ako programový produkt určený na výučbu najrozšírenejšej disciplíny operačného výskumu, výučbu lineárneho programovania. Výučba lineárneho programovania je v súčasnosti založená na pochopení základnej metódy riešenia úloh lineárneho programovania, na aplikácii simplexovej metódy. Klasický výpočet pomocou simplexovej metódy je pomerne časovo náročný a vyžaduje niektoré základné matematické vedomosti.

V príspevku sú prezentované 3 softvérové produkty, ktoré sa v súčasnosti používajú pri výučbe lineárneho programovania na Ekonomickej univerzite v Bratislave. Samozrejme, ide o prezentáciu softvéru na výučbu, na riešenie výskumných úloh je používaný profesionálny softvér, predovšetkým GAMS, MATLAB atď. Výhody jednotlivých prezentovaných softvérov možno analyzovať na základe cieľov sledovaných pri výučbe.

Pri použití doplnku *Riešiteľ* pod *MS Excelom* je hlavnou výhodou jeho dostupnosť, ale nie je vhodný ako pedagogická pomôcka pri vysvetľovaní podstaty simplexovej metódy. Preto treba pri vysvetľovaní postupu výpočtu pomocou simplexovej metódy vysvetliť jednotlivé kroky riešenia osobitne. V rámci tohto doplnku MS Excelu tiež nie je dostupná zodpovedajúca grafická interpretácia.

Programový balík *POM-QM for Windows* na druhej strane zobrazuje celý postup riešenia, spolu s grafickou interpretáciou, čo je výhodou pri kontrole postupu riešenia študentmi. Jeho nevýhodou je výpočet s desiatinnými číslami, čo znižuje jeho numerickú presnosť, problémy pri interpretácii niektorých špeciálnych prípadov riešenia ÚLP (predovšetkým alternatívnosť a degenerovanosť riešenia) a takisto neoposkytuje možnosť jednoducho vysvetliť základné pojmy lineárneho programovania ako sú bazické riešenie, prípustné bazické riešenie a podobne.

Ako posledný bol charakterizovaný výsledok spolupráce univerzít v rámci V4, softvér *Simplex V4*. Tento softvér bol vytvorený ako doplnok k existujúcim softvérom s cieľom grafickej aj numerickej interpretácie jednotlivých krokov riešenia ÚLP pomocou simplexovej metódy. Umožňuje samostatnú prácu študentov so znalosťami postupu riešenia bez zložitých numerických výpočtov. Ako prednosť tohto softvéru sa nám javia jeho výsledky v zlomkovom tvare bez zaokrúhľovania, čo zodpovedá výpočtom na báze elementárnej zmeny bázy. Výhodou je aj možnosť grafického zobrazenia jednotlivých riešení, čo umožňuje jednoduché pochopenie základných pojmov lineárneho programovania ako sú bazické riešenie, prípustné bazické riešenie a elementárna zmena bázy. Zatiaľ je jeho hlavnou nevýhodou, že automaticky neobsahuje možnosť zobrazenia celého postupu riešenia, teda automatický výber vstupujúcej a vystupujúcej premennej a následnú elementárnu zmenu bázy.

Výber každého výučbového softvéru treba realizovať na základe cieľov výučby. K úspešnému pochopeniu podstaty metód riešenia úloh lineárneho programovania, grafickej metódy a simplexovej metódy, sa javí ako veľmi vhodný softvérový nástroj *Simplex V4*, ktorý núti študentov implementovať teoretické vedomosti získané v priebehu výučby k dosiahnutiu optimálneho riešenia úlohy lineárneho programovania.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy Visegrad fund ID: 21830031, "SimplexV4 Common Free Tool Development and Day".

Literatúra

- [1] Anderson, D. R., Sweeney, D. J., Williams, T. A., Camm, J. D. & Cochran, J. J. (2018). *An introduction to management science: quantitative approach*. Cengage learning.
- [2] Betteridge, D. Wade, A.P. & Howard, A.G. (1985). *Reflections on the modified simplex I, II*. *Talanta*, 32(8), 709-734.
- [3] Brezina, I. & Pekár, J. (2019). *Úvod do operačného výskumu I*. Bratislava: LetraEdu.
- [4] CPLEX (<https://www.ibm.com/products/ilog-cplex-optimization-studio>).
- [5] Drábeková, J. (2019). *Geogebra a grafické riešenie úloh lineárneho programovania*. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, Fakulta ekonomiky a manažmentu, Katedra matematiky.
- [6] Džama, J. (2015): *Podpora pre riešenie úlohy lineárneho programovania*. Košice: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta.
- [7] GAMS (General Algebraic Modeling System) (<https://www.gams.com/>).
- [8] Gurobi (<https://www.gurobi.com/>).
- [9] Jablonský, J. (2002). *Operační výzkum*. Praha: Professional Publishing.
- [10] Lingo (<https://www.lindo.com/index.php/products/lingo-and-optimization-modeling>).
- [11] Nelder, J.A. & Mead, R. (1965). *A simplex method for function minimization*. *Comput. J.*, 7, pp. 308–313.
- [12] Routh, M.W., Swartz, P.A. & Dentón, M.B. (1977). *Performance of the super modified simplex*. *Analyt. Chem.* 49, pp. 1422-1428.
- [13] Stevenson, W. J., & Sum, C. C. (2014). *Operations management* (Vol. 10). New York, NY: McGraw-Hill/Irwin.
- [14] Taha, H. A. (2011). *Operations research: an introduction* (Vol. 790). Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson/Prentice Hall.
- [15] Visual Math (<http://www.visualmath.com/>)
- [16] Weiss, H. J. (2009). *POM-QM for Windows: including POM for Windows and QM for Windows*.
- [17] windowsreport.com/linear-programming-software.

Analýza vplyvu demografických faktorov na ekologické cítenie obyvateľov Slovenska

Ondrej Dúžik¹, Romana Šipoldová²

Abstrakt

V súčasnosti je veľmi aktuálna otázka ochrany životného prostredia a popularita ECO (priateľských ku životnému prostrediu) produktov narastá. Po celom svete sú známe rôzne združenia a protestné stretnutia na ochranu planéty. Je pravda, že príroda je v skutočnom ohrození. Vnímate však, že táto téma je skutočne prijímaná iba určitou skupinou obyvateľov a na to, aby sme dokázali uskutočniť radikálnejšie riešenia je potrebné identifikovať reálnych promotérov (vyznávačov) a druhú skupinu ľudí, ktorým nie je táto otázka blízka. Existuje mnoho štúdií, ktoré sa tejto téme venujú. My sme sa zamerali na údaje o slovenskej populácii. Skúmali sme, čo sú demografické a geografické faktory, ktoré významne charakterizujú ekologické cítenie ľudí. Je stále aktuálne tvrdenie, že preferovanie produktov priateľských ku životnému prostrediu je len otázkou financií?

Pre zistenie významných charakteristík sme zvolili metódu logistickej regresie. Pomocou nej sme dokázali významnosť, resp. nevýznamnosť jednotlivých faktorov, ale aj rozdiely v príslušných kategóriách.

Výsledky nášho výskumu prinesú lepšie pochopenie charakteristík obyvateľov Slovenska, ktorí sú ochotní žiť zdravšie a priplatiť si za produkty priateľského ku životnému prostrediu.

Kľúčové slová

environmentálne faktory, ekologické cítenie, logistická regresia

Abstract

The issue of environmental protection is very actual topic and the popularity of ECO (environmentally friendly) products is increasing. Various associations and protest meetings are known around the world to protect the planet. It is true that nature is in real danger. However, we perceive that this topic is only really accepted by a certain group of people, and in order to make more radical solutions it is necessary to identify real promoters and a second group of people who are not familiar with this idea. There are many studies on this topic. We focused on data of the Slovak population. We examined what are the demographic and geographical factors that significantly characterize the ecological feeling of people. It is still a current statement that the preference of environmentally friendly products is only a matter of money.

We have chosen the method of logistic regression to determine significant characteristics. With it we proved the significance / insignificance of individual factors, but also differences in relevant categories.

The results of our research will provide a better understanding of the characteristics of Slovak citizens who are willing to live healthier and pay more for environmentally friendly products.

Key words

Environmental factors, ecological feeling, logistic regression

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: ondrej.duzik@euba.sk.

² Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: romana.sipoldova@euba.sk.

JEL classification
C8, C13, Q50

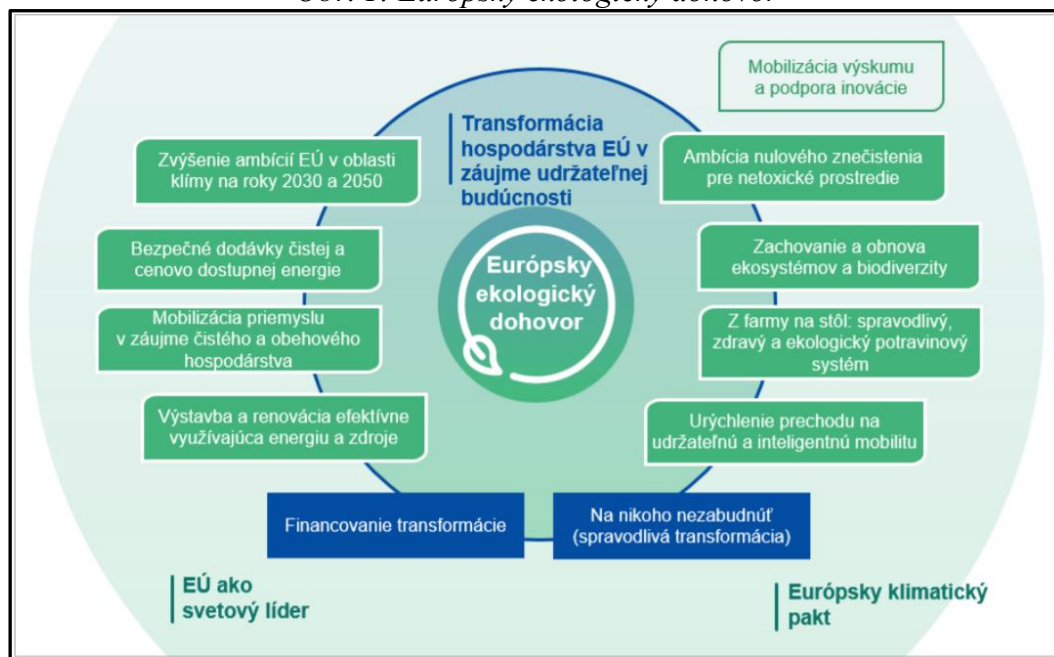
1 Úvod

Krajiny po celom svete sa menia. Vplyvom globálneho otepľovania sa mení klíma a životné podmienky. Ľudia postupne prispôbujú svoje spotrebiteľské správanie smerom ku väčšej ochrane životného prostredia. Toto prispôbovanie závisí od vyspelosti krajiny, ekonomickej úrovne, vzdelania, ale aj množstva iných faktorov.

Slovenská populácia napreduje v prijímaní razantnejších opatrení pre ochranu životného prostredia pomalšie ako ostatné vyspelé európske krajiny. V rámci každej krajiny existujú skupiny obyvateľov, ktorí dokážu a chcú žiť zdravšie a správať sa zodpovedne voči životnému prostrediu.

Súčasťou Agendy 2030 Európskej komisie je aj Európsky ekologický dohovor z novembra 2019. Ekologický dohovor je neoddeliteľnou súčasťou stratégie tejto Komisie na naplnenie cieľov udržateľného rozvoja formulovaných OSN (DSDG, 2015), ako aj ostatných priorit oznámených v politických usmerneniach predsedníčky Von der Leyenovej (Von der Leyen, 2018). Jednou z významných častí dohovoru je aj časť Mobilizácia výskumu a podpora inovácie (Obr. 1), ktorá nás inšpirovala sa viac venovať vo výskume práve tejto oblasti. (Európska komisia, 2019, p. 3)

Obr. 1: Európsky ekologický dohovor



Zdroj: Európska komisia, 2019, p. 3.

V našej štúdií sme sa zamerali na analýzu demografických a geografických faktorov, ktoré významne ovplyvňujú ekologické cítěnie ľudí na Slovensku. K dispozícii sme mali prieskum *Live panel*, ktorý realizuje každoročne spoločnosť GroupM vo viacerých krajinách na svete. Na Slovensku sa v roku 2018 tejto štúdií zúčastnilo 3.300 respondentov vo veku 18-64 rokov. Ide o online prieskum. Vzorka je vyberaná kvótnym spôsobom a reprezentatívna podľa veku, pohlavia a regiónu so zohľadnením váh pre celú online populáciu³ vo veku 18-64 rokov na Slovensku.

³ Online populáciu definujeme ako časť obyvateľov, ktorí využívajú internet aspoň raz za dva dni.

2 Štruktúra údajov

Ako závislú premennú sme využili odpoveď respondentov na otázku, ako veľmi sa stotožňujú s výrokom: *Bol by som ochotný/á priplatiť si za produkty priateľské ku životnému prostrediu*. Ak s týmto výrokom respondenti súhlasili úplne, alebo čiastočne, priradili sme cieľovej premennej *ECO_friendly* hodnotu 1 (*ECO_friendly* = 1). Ak s týmto výrokom respondenti nesúhlasili úplne, čiastočne, alebo sa nevedeli rozhodnúť, vytvorenej skúmanej premennej *ECO_friendly* sme priradili hodnotu 0 (*ECO_friendly* = 0).

Dostupné skúmané demografické a geografické faktory – nezávislé premenné:

- Pohlavie (Gender)
- Veková kategória (Age_category)
- Urbanistické usporiadanie miesta bydliska (Urban_Rural)
- Kraj VÚC (Region)
- Veľkosť miesta bydliska (Size_of_residence)
- Rodinný stav (Marital_status)
- Typ bývania (Living_arrangements)
- Existencia detí v domácnosti (Children_in_HH)
- Pracovný status (Working_status)
- Čistý príjem domácnosti (HH_Income)
- Najvyššie dosiahnuté vzdelanie respondenta (Education)

Podrobnejší popis kategórií premenných sa nachádza v **prílohe A**.

3 Základná charakteristika ECO ctenia vo svete a na Slovensku

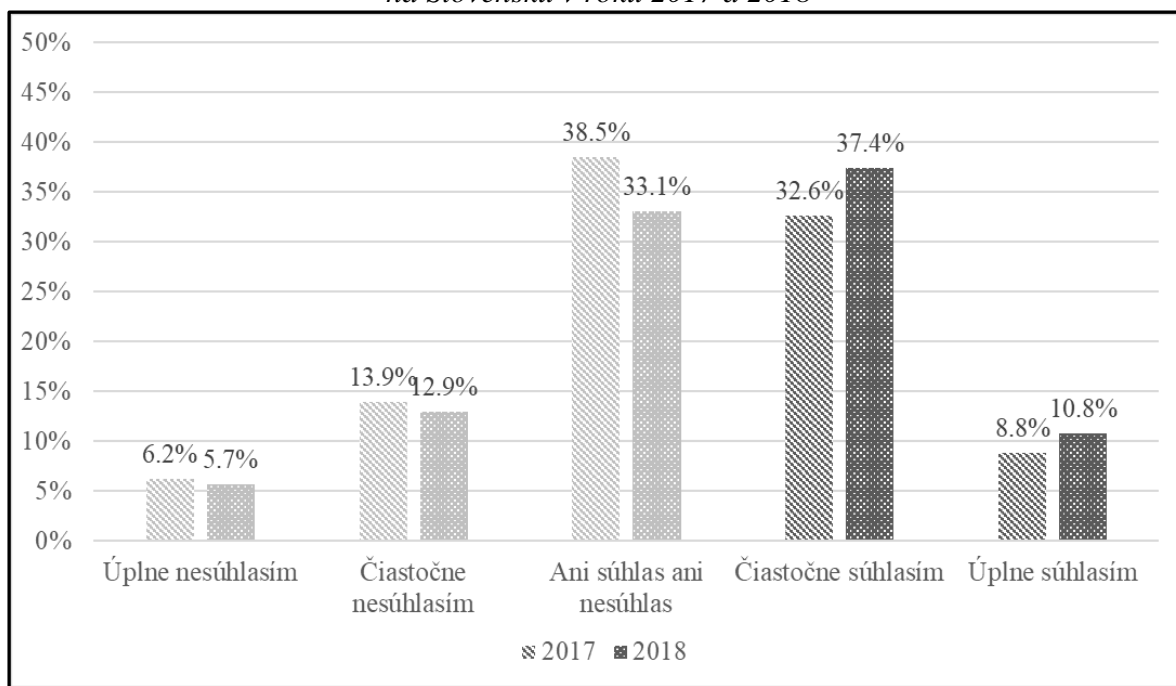
Enormnú stopu, ktorú obyvateľstvo zanecháva na životnom prostredí, najmä v posledných dekádach sa nám nepodarí zredukovať včas, ak sa nespoja všetci kompetentní, ktorí majú dosah na reálne kroky a opatrenia, ktoré môžu prispieť ku redukcii nežiaducich vplyvov. „Napríklad aj dobre navrhnuté daňové reformy môžu podporiť hospodársky rast a odolnosť proti klimatickým otrasom a prispieť ku spravodlivejšej spoločnosti a spravodlivej transformácii. Zohrávajú priamu úlohu tým, že vysielajú správne cenové signály a náležite podnecujú udržateľné správanie výrobcov, používateľov a spotrebiteľov.“ (Európska komisia, 2019, p. 18)

V tejto oblasti aj Európska únia (EÚ) v poslednom období začala podnikat' razantnejšie kroky, ku ktorým určite patrí aj vymedzenie ekologického dohovoru pre Európsku úniu a jej občanov. Predstavuje nový začiatok v boji Európskej komisie proti zmene klímy a riešení environmentálnych výziev. EÚ dokáže spoločným úsilím transformovať svoje hospodárstvo a spoločnosť a vydať sa udržateľnou cestou. „V rámci tohto dohovoru vznikla aj stratégia s názvom „Z farmy na stôl“, ktorej cieľom je v neposlednom rade aj stimulovať udržateľnú spotrebu potravín a podporovať cenovo dostupné zdravé potraviny pre všetkých. Komisia navrhne opatrenia, ktoré pomôžu spotrebiteľom pri výbere zdravých a udržateľných potravín a prispedia k obmedzeniu plytvania potravinami.“ (Európska komisia, 2019, p. 13)

Ak sa pozrieme späť v čase, o celú dekádu, vo svete sa už vtedy prejavovali pozitívne trendy vo vývoji spotrebiteľského správania, vzhľadom na ochotu priplatiť si za produkty priateľské ku životnému prostrediu. Podľa veľkej štúdie spoločnosti BCG/Lightspeed organizovanej v októbri roku 2007 a v októbri 2008, ktorej sa zúčastnilo približne 9.000 respondentov vo veku 18-65 rokov v 9 krajinách sveta (Kanada, Francúzsko, Nemecko, Taliansko, Japonsko, Španielsko, Veľká Británia a USA) sa už v týchto rokoch preukázal pozitívny potenciál. Kým v roku 2007 bolo ochotných priplatiť si za ECO produkty 20 % respondentov, v roku 2008 to už bolo 24 %. (Magnet & Roche & Munnich, 2009, p. 7)

Na Slovensku evidujeme v posledných rokoch zvýšený záujem a ochotu ľudí priplatiť si za produkty priateľské ku životnému prostrediu (Obr. 2). V roku 2017 by si za ECO produkty priplatilo 41,4 % obyvateľov (spolu odpovede: čiastočne, alebo úplne súhlasím). V roku 2018 vzrástol počet takýchto ľudí o 6,8 percentuálneho bodu, na hodnotu 48,2 %.

Obr. 2: Podiel ľudí, ktorí sú ochotní si priplatiť za ECO produkty evidovaný na Slovensku v roku 2017 a 2018



Zdroj: GroupM Live panel 2017 a 2018, vlastné spracovanie v MS Excel.

Stále sa nám hodnota, ktorú sme evidovali na Slovensku v roku 2018 (< 50 %) zdá príliš nízka. Preto sme sa rozhodli viac preskúmať faktory, ktoré signifikantne charakterizujú ľudí, ktorí sú ECO spôsobi životní.

Pre analýzu faktorov, ktoré významne ovplyvňujú environmentálne cítanie ľudí sme využili metódu logistickej regresie (Stankovičová & Vojtková, 2007, p. 202-241).

4 Analýza významných premenných ovplyvňujúcich environmentálne cítanie ľudí

S využitím softvéru SAS Enterprise Guide sme zostrojili úplný model logistickej regresie (Tab. 1). Z otázok, v ktorých mohol respondent zadať aj viac odpovedí (multiple choice) sme vytvorili umelé dummy premenné (1/0). Ide o typ bývania (*Living_arrangements*) a pracovný status (*Working_status*). Tabuľku analýzy efektov sme zoradili podľa Waldovej Chí-kvadrát charakteristiky zostupne – od najvýznamnejšej premennej až po najmenej významnú.

Na hladine významnosti $\alpha = 0,1$ považujeme premenné vzdelanie (*Education*), pohlavie (*Gender*) a vekové kategórie (*Age*) za štatisticky významné a ovplyvňujú ekologické cítanie ľudí a zároveň ochotu priplatiť si za produkty priateľské ku životnému prostrediu (*ECO_friendly*). Medzi štatisticky nevýznamné nezávislé premenné patrili typ bývania (*Living_arrangements*), pracovný status (*Working_status*) a ďalšie, pri ktorých *p*-value dosiahla hodnotu vyššiu ako hladina významnosti $\alpha = 0,1$.

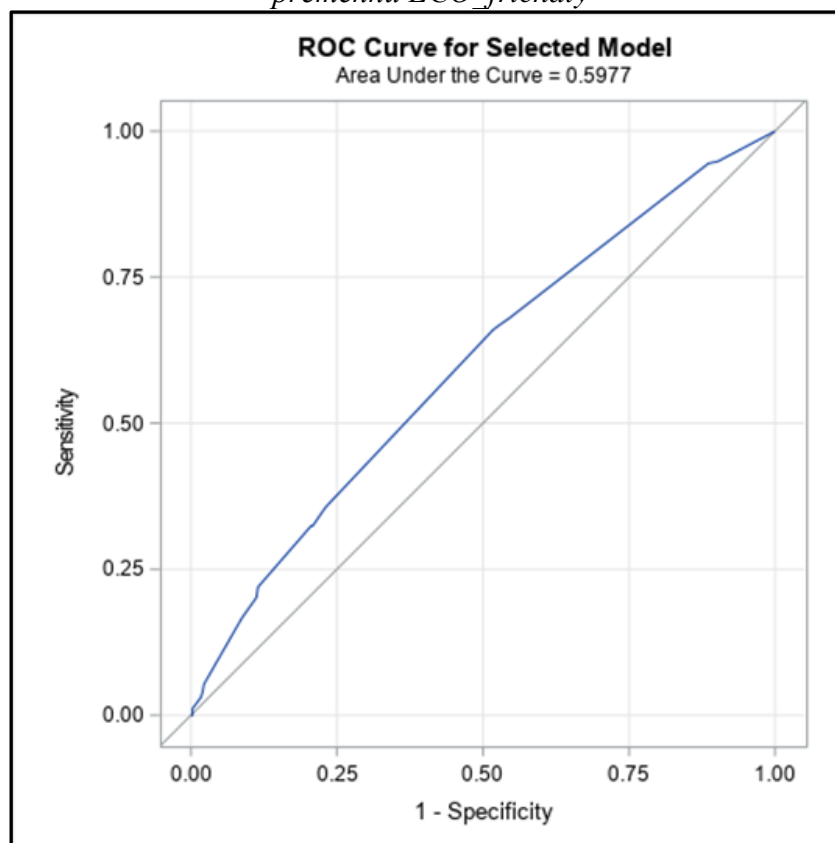
Tab. 1: Úplný model logistickej regresie pre závislú premennú *ECO_friendly*

Type 3 Analysis of Effects			
Effect	DF	Wald	Pr > ChiSq
		Chi-Square	
Education	4	16.67	0.0022
Gender	1	15.52	<0.0001
Age	4	9.43	0.0513
Size_of_residence	4	6.02	0.1976
Urban_Rural	3	5.72	0.1258
HH_Income	7	5.50	0.5997
Region	7	4.56	0.7138
Marital_status	4	4.50	0.3424
Living_arrangements: I liveonmyown	1	2.51	0.1133
Living_arrangements: Ilivewithother	1	2.30	0.1294
Working_status: Other	1	1.98	0.1597
Children_in_HH	1	1.45	0.2291
Living_arrangements: Ilivewithfriends	1	0.99	0.3207
Working_status: Self-employed	1	0.62	0.4317
Working_status: Fulltimehomemaker	1	0.56	0.4546
Living_arrangements: Ilivewithmychildren	1	0.38	0.5369
Working_status: Fulltimeworker	1	0.38	0.5392
Working_status: Retired	1	0.29	0.5934
Living_arrangements: Ilivewithmypartner	1	0.14	0.7072
Working_status: Freelancer	1	0.13	0.7138
Working_status: Infulltimeeducation	1	0.11	0.7390
Working_status: Parttimeworker	1	0.07	0.7860
Working_status: Unemployed	1	0.06	0.8142
Working_status: Inpart-timeeducation	1	0.01	0.9371
Living_arrangements: Ilivewithmyparents	1	0.00	0.9499

Zdroj: GroupM Live panel 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide.

V ďalšom kroku sme využili metódu krokovej regresie (stepwise selection method) s obmedzujúcou podmienkou $\alpha = 0,1$ na vstupe, aj na výstupe z modelu. Vo výsledku sme získali model, pri ktorom plocha pod ROC krivkou má hodnotu 59,77 % (Obr. 3).

Obr. 3: Plocha pod ROC krivkou modelu získaného metódou krokovej regresie pre závislú premennú *ECO_friendly*



Zdroj: GroupM Live panel 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide.

V procese selekcie (Tab. 2) sa pri kombinácii premenných vzdelanie (Education) a pohlavie (Gender) preukázala ako významná, na hladine významnosti $\alpha = 0,1$ aj umelá premenná pracovný status: študent denného štúdia (Working status: In full time education). Prekvapujúco sa do modelu nedostala premenná veková kategória (Age), ktorá bola na hladine významnosti $\alpha = 0,1$ významná pri úplnom regresnom modeli.

Tab. 2: Selektívny model logistickej regresie pre závislú premennú *ECO_friendly*

Type 3 Analysis of Effects			
Effect	DF	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Education	4	18.74	0.0009
Gender	1	12.46	0.0004
Working status: In full time education	1	10.57	0.0011

Zdroj: GroupM Live panel 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide.

V nasledujúcom výstupe zo softvéru SAS Enterprise Guide (Tab. 3) sme zobrazili odhady pomerov šanci (Odds Ratio Estimates) medzi dvojicami kategórií štatisticky významných nezávislých premenných.

Veľmi zaujímavým zistením je fakt, že študenti sú významne uvedomelejší pri ochote priplatiť si za produkty priateľské ku životnému prostrediu. Šanca, že je človek *ECO_friendly*, oproti tomu, že nie je *ECO_friendly*, je približne 2,12 násobne väčšia, ak je osoba študentom denného štúdia (Working_status: In full time education = 1_Yes) oproti tomu, ak nie je študentom (Working_status: In full time education = 2_No).

Tab. 3: Odds Ratio pre selektívny model logistickej regresie pre premennú *ECO_friendly*

Odds Ratio Estimates			
Effect	Point Estimate	95% Wald Confidence Limits	
Working_status: In full time education 1_Yes vs 2_No	2.123	1.349	3.342
Education 4_Bachelors_degree vs 5_University_degree	1.049	0.624	1.761
Education 3_Full_secondary_with_maturity vs 5_University_degree	0.712	0.561	0.904
Education 1_Completed_basic_education vs 5_University_degree	0.667	0.306	1.454
Gender 1_Male vs 2_Female	0.627	0.484	0.812
Education 2_Apprenticeship_or_secondary_vocational_without_maturity vs 5_University_degree	0.467	0.315	0.694

Zdroj: GroupM Live panel 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide.

Environmentálna uvedomelosť preukázateľne súvisí s úrovňou vzdelania obyvateľov. Ak má obyvateľ najvyššie možné dosiahnuté vzdelanie univerzitné (Education: 5_University degree), je:

- 2,14 násobne vyššia šanca *ECO_friendly* postoja, oproti opozitnému postoju, ako keď má ukončené učňovské alebo stredoškolské vzdelanie bez maturity (Education: 2_Apprenticeship or secondary vocational without maturity),
- 1,50 násobne vyššia šanca *ECO_friendly* postoja, oproti opozitnému postoju, ako keď má ukončenú iba povinnú školskú dochádzku (Education: 1_Completed_basic_education),
- 1,40 násobne vyššia šanca *ECO_friendly* postoja, oproti opozitnému postoju, ako keď má ukončené úplné stredoškolské vzdelanie s maturitou (Education: 3_Full_secondary_with_maturity).

Preukázateľný rozdiel sme z údajov z roku 2018 zistili aj v postoji ku ochote priplatiť si za produkty priateľské ku životnému prostrediu pri populácii žien. Šanca toho, že bol respondent ochotný si priplatiť za *ECO* produkty, oproti nechote priplatiť si za *ECO* produkty bola 1,59 násobne väčšia, ak bol respondent žena, oproti mužom respondentom.

5 Záver

Naším príspevkom poukazujeme na to, že postoj ku ochrane životného prostredia, v našom prípade – ochote, priplatiť si za produkty priateľské ku životnému prostrediu, nemusí byť nutne otázkou financií, regiónu, resp. urbanistického usporiadania miesta bydliska. Spoločnosť, v ktorej sa osoba pohybuje, má určite vplyv na jeho správanie, no ako môžeme vidieť z našich výsledkov, nemusí to nutne meniť jeho vnútorný postoj ku životnému prostrediu.

Fakt, že niekto obetuje svoje pohodlie a je ochotný si priplatiť za *ECO* produkty súvisí najmä s jeho vzdelaním. Ak je človek dostatočne vzdelaný, a teda má všeobecný prehľad aj o globálnych problémoch, ovplyvňuje ho to najviac. Preto chceme upriamiť na naše zistenia a apelovať na väčší dôraz na všetky formy vzdelávania, ak sa chceme ako spoločnosť naučiť správať zodpovednejšie voči životnému prostrediu.

Keďže muži sú viac praktickí, v niektorých prípadoch ľahostajní, otázku ochoty priplatiť si za ekologickejšie produkty nevnímajú ako príliš dôležitú. Na druhú stranu ženy sú viac emocionálne založené, viac myslia na budúcnosť seba, ale najmä svojich detí a reálne chcú preto, aby sa žilo zdravšie, sú aj ochotnejšie si za takéto produkty priplatiť.

Aj na základných demografických a geografických charakteristikách sme s využitím logistickej regresie dokázali odhaliť veľmi zaujímavé zistenia. Veríme, že tieto zistenia budú inšpiráciou pre širokú aj odbornú verejnosť. V ďalšom výskume sa zameriame na širšiu bázu faktorov, ktoré by mohli ešte detailnejšie zostaviť profil ekologicky cítiaceho človeka a poukázať na výraznejšie rozdiely s čo najväčšou mierou vysvetlenej variability.

Literatúra

- [1] DSDG (2015). *Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development. : Sustainable Development Knowledge Platform*. Retrieved January 30, 2020, from <https://sustainabledevelopment.un.org/post2015/transformingourworld>.
- [2] Európska komisia (2019). *Ekologický dohovor - Oznámenie Komisie Európskemu parlamentu, Európskej rade, Rade, Európskemu hospodárskemu a sociálnemu výboru a výboru regiónov* (COM 2019 640 final, 25 p.). Brusel: Európska komisia. Retrieved January 2020, from https://eur-lex.europa.eu/resource.html?uri=cellar:b828d165-1c22-11ea-8c1f-01aa75ed71a1.0018.02/DOC_1&format=PDF.
- [3] Manget, J., Roche, C., & Munnich, F. (2009). *Capturing the Green Advantage for Consumer Companies* (Vol. 1, 26 p.). Boston, MA: The Boston Consulting Group, Inc. Retrieved January 2020, from <https://www.bcg.com/documents/file15407.pdf>.
- [4] Stankovičová, I. & Vojtková, M. (2007). *Viacrozmerne štatistické metódy s aplikáciami*. (261 p.). Bratislava: IURA Edition.
- [5] Von der Leyen, U. (2018). *Ambicióznejšia Únia – Môj plán pre Európu*. (2018). Retrieved January 22, 2020, from https://ec.europa.eu/commission/sites/beta-political/files/political-guidelines-next-commission_sk.pdf.

Príloha A

ECO_friendly	code	<i>I would be prepared to pay more for environmentally friendly products</i>	Target Variable Code
(single choice)	1	Completely disagree	0
	2	Somewhat disagree	0
	3	Neither agree nor disagree	0
	4	Somewhat agree	1
	5	Completely agree	1

Gender	1	Male
(single choice)	2	Female

Age	1	18-24
(single choice)	2	25-34
	3	35-44
	4	45-54
	5	55-64

Urban_Rural	1	Urban
(single choice)	2	Suburban
	3	Rural (within a country town or village)
	4	Rural (not within a country town or village)

Region	1	Bratislava
(single choice)	2	Trnava
	3	Nitra
	4	Trenčín
	5	Žilina
	6	Banská Bystrica
	7	Prešov
	8	Košice

Size_of_Residence	1	Up to 1.000 people
(single choice)	2	1.000 to 5.000 people
	3	5.001 to 20.000 people
	4	20.001 to 100.000 people
	5	More than 100.000 people

Marital_Status	1	Single
(single choice)	2	In relationship
	3	Married
	4	Divorced
	5	Widowed

Living Arrangements	1	I live on my own
(multiple choice)	2	I live with friends
	3	I live with my partner
	4	I live with my children
	5	I live with my parents
	6	I live with other relatives

Children in HH	1	Yes
(single choice)	2	No

Working Status	1	Full time worker
(multiple choice)	2	Part timer worker
	3	Freelancer
	4	Self-employed
	5	Retired
	6	Full time homemaker
	7	In full time education
	8	In part time education
	9	Unemployed
	10	Other

HH Income	1	Up to 450 EUR
(single choice)	2	450 to 749 EUR
	3	750 to 1.049 EUR
	4	1.050 to 1.349 EUR
	5	1.350 to 1.799 EUR
	6	1.800 to 2.549 EUR
	7	2.550 to 3.600 EUR
	8	More than 3.600 EUR

Education	1	Completed basic education
(single choice)	2	Apprenticeship or secondary vocational without maturity
	3	Full secondary with maturity
	4	Bachelor's degree
	5	University degree

Využitie replikačného portfólia pre určenie trhového rizika

Ivana Faybíková¹

Abstrakt

Príspevok sa venuje replikačnému portfóliu a jeho významu pri určovaní trhového rizika v rámci životného poistného portfólia vybranej komerčnej poisťovne. V príspevku definujeme replikačné portfólio, podmienky pre jeho použitie ako aj ekonomické a neekonomické predpoklady. V závere príspevku je ukázaný reálny príklad výpočtu trhového rizika pre tri modely – kapitálovú požiadavku na solventnosť podľa direktívy Solventnosť II, švajčiarsky model Swiss Solvency Test a interný model komerčnej poisťovne Zurich Insurance Group, Ltd. – Zurich Economic Capital Model. Trhové riziko a jeho určenie tvorí významnú časť pri odhadovaní ekonomického kapitálu poisťovne.

Kľúčové slová

replikačné portfólio, trhové riziko, finančný nástroj, hodnota v riziku

Abstract

The article shows the replicating portfolio and its purpose in the determination of market risk within the risk portfolio of a selected commercial insurance company. In the article we define replicating portfolio, conditions for its use as well as economic and non-economic assumptions. Conclusion of the contribution shows real case of calculation of market risk for three models – Solvency Capital and its probability regarding the estimated economic capital of the insurance company.

Key words

Replicating portfolio, Market risk, Financial instruments, Value at Risk

JEL classification

G220, G280

1 Úvod

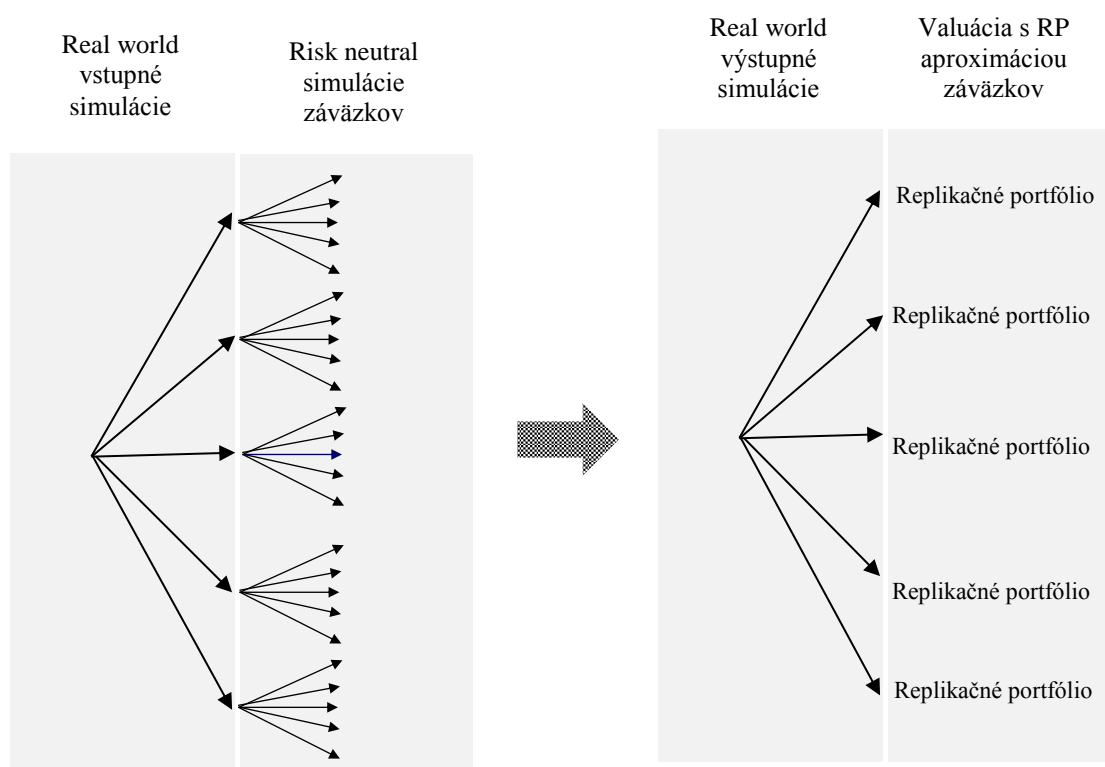
Trhové riziko sa stalo jedným z najväčších rizík, ktorým poisťovňa čelí a teda aj jedným z najvýznamnejších pre stabilitu poisťovní a finančných trhov. Trhové riziko je vo všeobecnosti definované ako potenciálne straty subjektu v dôsledku nepriaznivých zmien trhových cien a iných finančných premenných ovplyvnených cennými papiermi. Patria sem napríklad ceny akcií, úrokové sadzby, ceny dlhopisov, výmenné kurzy a podobne. Inými slovami, trhové riziko predstavuje kľúčový podiel investičného rizika. Strana aktív súvahy poisťovne pozostáva najmä z finančných investícií vo forme dlhopisov, akcií, pôžičiek pre klientova nehnuteľností, pričom všetky podliehajú trhovému riziku. Z tohto dôvodu môžu mať neočakávané zmeny v cenách akcií, výmenných kurzoch a fluktuácie úrokových sadzieb masívny dopad na spoločnosť. V príspevku bude predstavený jeden z najúčinnějších prostriedkov na odhad trhového rizika a to pomocou replikačného portfólia.

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej univerzity, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemska cesta 1/b, 825 35 Bratislava, ivana.faybikova@euba.sk.

2 Replikačné portfólio

Replikačné portfólio (*Replicating portfolio*, RP) je vysoko efektívny nástroj pri procese určovania trhového rizika. Vo všeobecnosti je replikačné portfólio definované ako „*portfólio tvorené z finančných nástrojov, ktoré má rovnaký alebo podobný peňažný tok (Cash Flow) alebo súčasnú hodnotu ako portfólio záväzkov, ktoré replikujeme*” [7]. Na to, aby sme mohli vytvoriť kvalitné replikačné portfólio, potrebujeme mať k dispozícii vhodne ocenené aktíva, ekonomické predpoklady a cash flow poisteného portfólia (záväzok), ktoré chceme replikovať. Replikačné portfólio v procese určovania trhového rizika aproximuje záväzky a nahradí best estimate hodnotu záväzkov.

Obr. 1: Nahradenie simulácie záväzkov replikačným portfóliom



Zdroj: vlastné spracovanie, podľa [10]

Na ocenenie záväzkov je používaná *Risk neutral* valuácia. Predpokladáme teda, že všetky aktíva na finančných trhoch zarábajú bezrizikový výnos a budúce cash flow-y sú diskontované bezrizikovým úrokom. Avšak, ak záväzok obsahuje finančnú garanciu, valuáciu musíme robiť stochasticky, aby sme určili jej časovú hodnotu. Pri danom stochastickom výpočte jednotlivé triedy aktív zarábajú rôzne výnosy v jednotlivých scenároch v závislosti od volatility danej triedy aktív. Scenáre pre každú triedu aktív sú nakalibrované tak, aby v priemere dali daný bezrizikový výnos. Nakoľko je takýto výpočet náročný, nahradíme ho replikačným portfóliom, pričom potrebujeme zistiť trhovú hodnotu aktív replikujúcich daný záväzok.

Takáto metóda môže byť veľmi efektívna pri výpočte kapitálu, kedy je potrebné nasimulovať zmenu aktív a záväzkov napríklad po jednom roku pri rôznych *Real world* simuláciách. Následne je pre každú simuláciu nutné urobiť stochastickú *Risk neutral* valuáciu, aby sme zistili, ako sa nám zmenila hodnota záväzku pre danú *Real world* simuláciu.

V zjednodušenom matematickom vyjadrení si replikačné portfólio môžeme predstaviť ako model [7]:

$$y = a \cdot x + \varepsilon$$

kde:

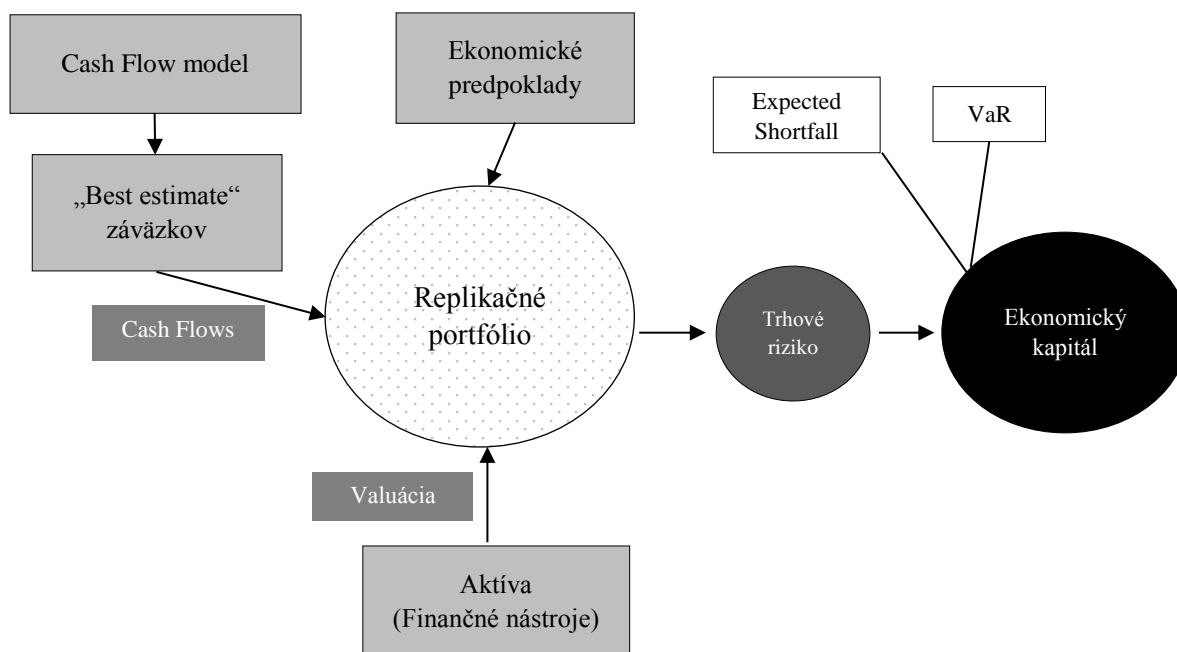
- y je cieľová premenná modelu reprezentujúca cash flow záväzku,
- a je parameter modelu reprezentujúci váhu finančného inštrumentu,
- x je vstupná premenná reprezentujúca cash flow finančného inštrumentu,
- ε je chyba kalibrácie modelu.

Aby sme vedeli určiť kvalitu vytvoreného portfólia, je potrebné otestovať ho na stresových scenároch (senzitivitách), ktoré reprezentujú rôzne trhové podmienky. V nasledujúcej schéme sú uvedené všetky potrebné vstupy (sivé obdĺžniky) a procesy (šedé obdĺžniky), aby sme mohli pre portfólio (záväzok) vytvoriť replikačné portfólio a určiť ekonomický kapitál na trhové riziko.

Vstupmi do replikačného procesu sú *Best estimate* hodnoty záväzkov, ktoré predstavujú súčasnú hodnotu budúcich peňažných tokov pre dané portfólio zmlúv, ktoré boli naprojektované v cash flow modeli za použitia najlepších (*Best estimate*) ekonomických a neekonomických predpokladov v danom čase valuácie. Do procesu nám taktiež vstupujú samotné ekonomické úredpoklady (*Yield curves, Exchange rates*) a vhodne nacenené aktíva – finančné nástroje.

Kalibračný proces je rovnica, v ktorej je cash flow (alebo súčasná hodnota) vhodných aktív pre daný scenár prenášobný váhami a výsledkom je cash flow (alebo súčasná hodnota) záväzku pre daný scenár s dodatočnými obmedzeniami.

Obr. 2: Replikačné portfólio, vstupy a výstupy v rámci určovania trhového rizika



Zdroj: vlastné spracovanie

V čase t si predstavme [7]:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{cash flow aktív} & \text{váhy} & \text{cash flow záväzkov} \\
 \begin{pmatrix} CF_{1,1}^A & CF_{1,2}^A & \dots & CF_{1,K}^A \\ CF_{2,1}^A & CF_{2,2}^A & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ CF_{S,1}^A & \dots & \dots & CF_{S,K}^A \end{pmatrix} & \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_K \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} CF_1^Z \\ CF_2^Z \\ \vdots \\ CF_S^Z \end{pmatrix} \\
 & & \begin{array}{l} \text{scenár 1} \\ \text{scenár 2} \\ \vdots \\ \text{scenár S} \end{array}
 \end{array}$$

Matematicky môžeme kalibráciu zapísať ako [6]:

$$\min_{x_1, x_2, \dots, x_n} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S \left\| CF_{s,t}^L - \sum_{k=1}^K w_k CF_{s,t,k}^A \right\|$$

Replikácia je kvalitný nástroj pri reprezentácii záväzkov životnej poisťovne pri [11]:

- kalkulácii ekonomického kapitálu (Z-ECM interný model, SCR – *Solvency Capital Requirement*, SST – *Swiss Solvency Test*), pri určovaní rozdielu medzi aktívami a záväzkami poisťovne a pri určovaní trhového rizika,
- detailnejšom informovaní o záväzkoch a ich vzťahu k trhovému riziku,
- analýzach vhodnej alokácie aktív poisťovne.

2.1 Teoretické replikačné portfólio

Životné teoretické replikačné portfólio (TRP) je replikačné portfólio, ktoré najlepšie replikuje záväzky zo životného poistenia bez ohľadu na ich dostupnosť. Cieľom je použiť také aktíva, ktoré najlepšie kopírujú záväzky pri kalibrácii. To znamená, že v procese kalibrácie sa môžu používať obchodované aktíva, aj aktíva, ktoré nie sú obchodované a ktoré nie sú dostupné prostredníctvom investičných bánk.[10]

2.2 Investovateľné replikačné portfólio

Investovateľné replikačné portfólio (IRP) je také, ktoré sa skladá len z finančných nástrojov, ktoré sú dostupné na trhu, alebo z aktív, ktoré dobre aproximujú dané finančné nástroje. IRP pozostáva z kandidátskych aktív, ktoré sú podobné aktívam dostupným na trhu pre určité skupiny aktív, čiže s podobnými lehotami a vlastnosťami. Aktíva povolené v IRP sú obmedzené faktormi ako je doba trvania, splatnosť, strike, typ majetku atď. Exotické nástroje nie sú vo všeobecnosti povolené a existujú limity na najdlhší termín (splatnosť plus tenor) každej jednotlivéj triedy aktív. Na základe kalibrovaného a testovaného TRP je odvodené IRP, ktoré tvorí základ pre výpočet nezabezpečeného trhového rizika. IRP sa kalibruje smerom k TRP len pomocou vhodných a investovateľných finančných nástrojov.

Investovateľné finančné nástroje definujeme ako nástroje, ktoré sú likvidné a dostupné na finančnom trhu.[10]

2.3 Stresové scenáre

Pojem scenár, alebo tiež senzitivita môžeme chápať ako potenciálny (niekedy extrémny) stav na trhu. Keďže portfóliá tvorené zo životných poistných zmlúv sú dlhodobé (uvažujeme 40 rokov, niektoré portfóliá sa modelujú aj na 60 rokov), tak potrebujeme mať zabezpečené situácie, kedy by sa poisťovňa mohla stať insolventnou a to v ktoromkoľvek roku počas životnosti daného portfólia. Aby sa poisťovňa takejto situácii vyhla, testuje vstupy do kalibračného procesu aj samotný výstup na stresových scenároch.

Základný scenár, ktorý je formovaný základnými trhovými podmienkami, je scenár *Base* a pri testovaní portfólia sledujeme odchýlky senzitivít práve od *Base* scenára. Senzitivity môžeme rozdeliť do niekoľkých kategórií [10]:

- senzitivita na zmeny úrokových sadzieb:
 - paralelný posun úrokových sadzieb smerom nahor o 300 a 100 bazických bodov (označenie IR_300/100bp_up),
 - paralelný posun úrokových sadzieb smerom nadol o 200 a 100 bazických bodov (označenie IR_200/100bp_dn),
- senzitivita na zmeny cien akcií:
 - zníženie o 10 % a 60 % (označenie EQ_10/60pc_up),
- senzitivita na zmeny cien nehnuteľností:
 - zníženie o 10 % a 40 % (označenie PROP_10/40pc_dn),
- senzitivita na volatility úrokových sadzieb:
 - zvýšenie volatility o 75 % (označenie IR_Vol_75pc_up),
 - zníženie volatility o 50 % (označenie IR_Vol_50pc_dn).

2.4 Finančné nástroje

Finančné nástroje (*Financial Instruments*) sú aktíva, s ktorými možno obchodovať na finančnom trhu. Môžu byť tiež považované za "balíky" s kapitálom, s ktorými možno obchodovať. Väčšina druhov finančných nástrojov poskytuje efektívny tok a prevod kapitálu na celom svete. Tieto aktíva môžu byť hotovosťou, zmluvným právom dodať alebo prijať hotovosť alebo iný druh finančného nástroja či potvrdenie o vlastníctve subjektu. Finančné nástroje môžu byť skutočné alebo virtuálne dokumenty, ktoré predstavujú právnu dohodu zahŕňajúcu akúkoľvek peňažnú hodnotu. Finančné nástroje založené na akciách predstavujú vlastníctvo aktíva. Finančné nástroje založené na dlhu predstavujú pôžičku, ktorú investor realizuje pre majiteľa majetku. Devízové nástroje zahŕňajú jedinečný typ finančného nástroja. Medzinárodné účtovné štandardy (IAS) [5] definujú finančné nástroje ako "každú zmluvu, ktorá vedie k vzniku finančného aktíva jedného subjektu a finančného záväzku alebo nástroja vlastného imania iného subjektu".

V ďalšom uvádzame finančné nástroje použiteľné pre replikáciu podľa triedy aktív (uvádzané v aglickom ekvivalente) [8]:

- Nástroje s pevným výnosom:
 - **Zero Coupon Bonds** – ide o dlhopisy, ktoré vyplatia iba nominálnu hodnotu pri splatnosti dlhopisu a nevyplácajú žiaden kupón počas doby trvania dlhopisu. Dlhopisy s nulovým kupónom sú vhodné na replikáciu peňažných tokov modelovaných ako fixné. Zahŕňajú zaručené peňažné toky a peňažné toky s netrhovými korelovanými rizikami, ako je úmrtnosť. Tieto dlhopisy nenesú kreditné riziko a krivka výnosových cien je bezriziková výnosová krivka (ak berieme do úvahy vládne ZCB dlhopisy).
 - **Cash Index** – hotovostný účet, ktorého počiatočná investícia každý rok narastá s rastúcim hotovostným indexom a kumuluje sa do roku výplaty.
 - **Swaps** – sú úrokové swapy, kde si jednotlivé strany obchodu vymieňajú pevné a pohyblivé úrokové platby. Súbory pohyblivých a pevných úrokových platieb v rámci swapu sa označujú ako pohyblivé a pevné úseky. Swapy sú doplnky dlhopisov s nulovým kupónom pri replikácii portfólia a používajú sa na zavedenie vyššej úrovne lineárnej závislosti od úrokových sadzieb.
 - **Swaptions** – sú možnosti, ktoré majiteľovi udeľujú právo, ale nie povinnosť uzatvoriť podkladový swap, ako je definované vyššie. Swaptiony sú napísané na

swapoch s rôznymi tenormi, čo znamená podmienky podkladových swapov. Swap-opcie sa môžu použiť pri replikácii na vyrovnanie peňažných tokov, ktoré sú nelineárne závislé od termínovej štruktúry úrokových sadzieb v čase splatnosti. Príkladom takýchto peňažných tokov sú náklady na garantované možnosti anuity.

- **Akcie a nehnuteľnosti:**

- **Index sales** – sú investície do akcií alebo majetku, ktoré sú preddefinované na predaj v konkrétnom čase. Z pohľadu súčasnej hodnoty nie je relevantné, že sa index bude predávať v konkrétnom čase. Avšak z pohľadu cash flow je to rozdiel, preto sú tieto nástroje zavedené do replikácie záväzkov, aby dokázali vyrovnať peňažné toky, ako napríklad peňažné toky závislé od budúcich úrovni akciového indexu.
- **European Options** – opcie predstavujú právo, no nie povinnosť kúpiť alebo predat' aktívum, na ktoré je opcia vypísaná. Opcie sú založené na indexoch akcií a nehnuteľností a sú štandardnými európskymi opciami. Základom je buď akciový index alebo majetkový index. Európske opcie sa používajú na replikovanie peňažných tokov, ktoré sú nelineárne závislé od budúcej hodnoty indexov, akcií alebo majetku, napríklad účasť na zisku splatných prostredníctvom prémie. Na rozdiel od americkej opcie, ktorá dáva právo predat' alebo kúpiť v ľubovoľnom čase, európska opcia dáva túto možnosť iba v konkrétnom čase.

V tabuľke 1 sú priradené vhodné finančné nástroje pre konkrétny typ záväzku (poistného plnenia) uvádzané v anglickom ekvivalente:

Tab. 1: Vhodné finančné nástroje v portfóliu pre konkrétny typ výplaty

Finančný nástroj	Typ záväzku
Zero Coupon Bond	Fixné výplaty
Cash Index	Hotovostné investície
Interest Rate Swaps	Závislosť od úrokových sadzieb
Swaptions	Garancia závislá od úrokových sadzieb
Equity and Property Index sales	Majetková účasť bez opcie
European options	Garancia závislá od fondu
Asian options	Dynamické zmeny

Zdroj: vlastné spracovanie, podľa [11]

2.5 Miery rizika

Hodnota v riziku VaR (*Value-at-Risk*) je odhadom maximálnej straty, ku ktorej môže dôjsť s predpokladanou spoľahlivosťou v stanovenom budúcom období. V poisťovníach sa jedná o jeden z najpoužívanejších prístupov v rámci interných modelov pre výpočet kapitálových požiadaviek. Pre inštitúciu predstavuje maximálnu stratu pozície počas určitého obdobia a pre danú pravdepodobnosť. Hodnota v riziku (VaR) a podobné miery rizika sú používané finančnými inštitúciami na riadenie rizík a výpočet ekonomického kapitálu.

Vo všeobecnosti môžeme zadefinovať VaR ako budúcu stratu vzniknutú počas príslušného časového horizontu Δ ako náhodnou premennou X s distribučnou funkciou $F_x(x) = P(X \leq x)$. Ak požadovanú spoľahlivosť označíme α , potom príslušná hodnota VaR_α je určená vzťahom [1]:

$$\begin{aligned} VaR_\alpha &= VaR_\alpha(X) = \inf\{x \in (-\infty, \infty): P(X \leq x) \geq \alpha\} \\ &= \inf\{x \in (-\infty, \infty): F_x(x) \geq \alpha\} \end{aligned}$$

Vyjadrené v termínoch matematickej štatistiky je VaR_α $100\cdot\alpha$ -percentný kvantil q_α náhodnej premennej X alebo pomocou kvantilovej funkcie.

Očakávaná strata ES (*Expected Shortfall*, ES), niekedy označovaná aj ako očakávaný deficit alebo podmienená hodnota v riziku $CVaR$ (*Conditional Value-at-Risk*) je ďalšia miera rizika používaná pre výpočet kapitálu. ES sa považuje za užitočnejšie opatrenie rizika ako VaR , pretože je koherentným a navyše spektrálnym meradlom rizika finančného portfólia. *Expected Shortfall* oceňuje riziko straty X so spoľahlivosťou α a je definovaná ako [1]:

$$ES_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_u du$$

kde miery VaR_u sa vzťahujú k strate X .

Pretože hodnoty ES sú odvodené z výpočtu vlastného VaR , predpoklady, na ktorých je založená hodnota v riziku ako napríklad tvar distribúcie výnosov, použitá hraničná hodnota, periodicita údajov a predpoklady o stochastickom kolísaní, všetky ovplyvnia hodnotu ES , respektíve $CVaR$ [6].

2.6 Potrebné predpoklady pre určenie trhového rizika

Určenie trhového rizika je komplexný proces zložený z menších procesov. Aby sa menšie procesy mohli uskutočniť, je potrebné mať vhodné predpoklady. To, aké predpoklady sa použijú, je závislé od typu modelu a metodológie v konkrétnej poisťovni. Predpoklady všeobecne môžeme rozdeliť na:

- **neekonomické predpoklady** – medzi ktoré by sme zaradili mortalitu, natalitu či dlhovekosť, stornovanosť poisťných zmlúv, náklady a podobne.
- **ekonomické predpoklady** – môžu vo všeobecnosti byť inflácia, menové kurzy, úrokové sadzby a diskontné faktory, hodnoty finančných nástrojov na trhu či kreditné rozpätie.

Poisťovne môžu čerpať tieto predpoklady z rôznych zdrojov. Interným zdrojom môžu byť vlastné modely a výpočty, externým zdrojom spoločnosti zaoberajúce sa zberom a výpočtom štatistických informácií (napríklad Bloomberg). Okrem samotných predpokladov sa výpočty môžu líšiť aj v pohľade poisťovne na dané predpoklady. Pohľad môže byť prudentný, mierne optimistický, odhad *best estimate* alebo trhovo konzistentný (tzv. predpoklady *Market Consistent Economic Assumptions*).

3 Trhové riziko a ALM

ALM (*Asset Liability Mismatch*) je riziko zmeny hodnoty z odchýlky medzi peňažnými tokmi aktív a záväzkov, cenami alebo účtovnými hodnotami spôsobenými [2]:

- zmenou skutočných peňažných tokov (pre aktíva a / alebo pasíva),
- zmenou očakávaní o budúcich peňažných tokoch (pre aktíva a / alebo pasíva),
- nezrovnalosťami v účtovníctve.

Kapitálová požiadavka založená na riziku RBC (*Risk-Based Capital*) sa vzťahuje na nariadenie, ktoré stanovuje minimálny regulačný kapitál pre finančné inštitúcie. Tento požadovaný kapitál sa najrozšírenejšie využíva v USA. RBC kapitál zohľadňuje rôzne riziká vrátane rizika umiestnenia finančných aktív či kreditného rizika. ALM RBC môžeme teda chápať ako rizikový požadovaný kapitál, ktorý vzniká zo zmeny hodnoty medzi peňažnými tokmi aktív a záväzkami. V našom prípade bude ALM RBC požadovaný kapitál vznikajúci zo zmeny medzi peňažnými tokmi teoretického replikačného portfólia a investovateľného replikačného portfólia. Na výpočet ekonomického kapitálu a kapitálu ALM RBC pre vytvorené portfólio budú použité [9]:

- **plánované trhové hodnoty** – predpokladaná trhová hodnota finančného nástroja je jeho trhovou hodnotou po určitom projekčnom období (obvykle 1 rok). Všetky peňažné toky, ktoré sa vyskytnú počas obdobia projekcie sa časovo rozlišujú do konca a pripočítavajú k trhovej hodnote všetkých budúcich peňažných tokov. Predpokladaná trhová hodnota expirovaného nástroja je najmä časovo rozlíšený súčet všetkých jeho peňažných tokov. Vyjadrené ako vzorec to znamená [10]:

$$\text{projektovaná } MV^i = \sum_{t=\tau}^{P-\tau} \left(CF_t^i \cdot \prod_{\substack{u=t \\ \text{step } \tau}}^{P-\tau} i_{0,\tau}^{i,u} \right) + MV^i$$

kde namiesto scenárov $s = 1 \dots, S$ máme simulácie v reálnom svete $i = 1 \dots, N$ a MV^i je trhovú hodnotu všetkých peňažných tokov po čase P . V niektorých prípadoch môžu byť budúce peňažné toky známe, preto je potrebné upraviť výpočet podľa:

$$MV^i = \widetilde{MV}^i + \sum_{\substack{t=P+\tau \\ CF \text{ v } t \text{ je známy}}^{T+P}} CF_t^i \cdot \delta_{P,t}^{i,P}$$

kde \widetilde{MV}^i je trhovú hodnotu peňažných tokov, ktorých vývoj je pre nás neznámy. Pre potreby tohoto článku budeme pracovať už s vytvorenými plánovanými trhovými hodnotami pre teoretické replikačné portfólio aj pre investovateľné replikačné portfólio.

- **menové kurzy** – vhodný menový kurz medzi menou portfólia a menou aktív.
- **dostupné finančné aktíva pre portfólio** – hodnoty finančných nástrojov pre senzitivity úrokových sadzieb, akcií a nehnuteľností.

Samotný výpočet trhového rizika nie je príliš náročný, ale vysoká náročnosť celého procesu spočíva v potrebnej príprave ekonomických vstupov, ich vhodného výberu či simulovaní na 20 000 situácií.

V našom prípade bola aplikovaná miera VaR 99,5 %, ktorá korešponduje s kapitálovou požiadavkou na solventnosť SCR a miera VaR 99,95 %, ktorá finančnej inštitúcii zabezpečí hodnotenie na úrovni „AA“ finančnej dostatočnosti. Pri výpočte trhového rizika budeme postupovať podľa nasledujúcich krokov [9]:

1. **Barra aktíva** – finančné aktíva modelované v softvéri Barra. Príprava dát pre skupiny senzitivít: úrokové sadzby a hotovosť, akcie a nehnuteľnosti. Barra aktíva pre všetkých 20 000 simulácií je potrebné prepočítať z lokálnej meny.
2. **surplus** – výpočet prebytku (rozdiel medzi aktívami a záväzkami poisťovne) pre 20 000 simulácií pre 3 skupiny:

- aktíva a teoretické replikačné portfólio:

$$spls_{aktíva-TRP,sim} = celkové aktíva_{sim} + PTH1_{sim} + PTH2_{sim} + PTH3_{sim} \quad (1)$$

- aktíva a investičné replikačné portfólio:

$$spls_{aktíva-IRP,sim} = celkové aktíva_{sim} + PTH1_{sim} + PTH2_{sim} + PTH3_{sim} \quad (2)$$

- investičné replikačné portfólio a teoretické replikačné portfólio:

$$spls_{TRP-IRP} = sum_{TRP}(PTH1_{sim}, PTH2_{sim}, PTH3_{sim}) + sum_{IRP}(PTH1_{sim}, PTH2_{sim}, PTH3_{sim}) \quad (3)$$

kde PTH je plánovaná hodnota daného replikačného portfólia pre 1 – úrokové sadzby a hotovostný index, 2 – akcie, 3 – nehnuteľnosti;

3. **trhové riziko** – zistíme ho ako k-tu (k závisí od zvolenej spoľahlivosti výpočtu) najhoršiu hodnotu surplusu z bodu 2. Matematický zápis výpočtu trhového rizika:

$$TR = VaR_{\alpha=99,5\%}(surplus) \quad (4)$$

kde za surplus môžeme dosadiť vzorece (1), (2) a (3).

4. **nezabezpečené trhové riziko** – NHMR (*Non-hedgeable Market risk*) je vyjadrené ako percento celkového trhového rizika (TR) a je aproximované pomocou nasledujúcich zložiek:

- a) Hodnota v riziku na úrovni 99,5 % prebytku vyplývajúci z rozdielu medzi súčasnými držbami aktív a TRP na základe 20 000 stochastických scenárov odvodených z Barra. Matematicky:

$$VaR_{\alpha=99,5\%}(aktíva - TRP) \quad (5)$$

- b) Hodnota v riziku na úrovni 99,5 % prebytku vyplývajúci z rozdielu medzi IRP (investičné portfólio) a TRP na základe 20 000 stochastických scenárov odvodených z Barra. Matematicky:

$$VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) \quad (6)$$

- c) Hodnota v riziku na úrovni 99,5 % prebytku vyplývajúci z rozdielu medzi TRP a záväzkami na základe aproximácie vykonanej pre odvedenie TRP. Matematicky:

$$err = VaR_{\alpha=99,5\%}(TRP - záväzok) \quad (7)$$

Predpokladáme, že korekcia *err* je správne odhadnutá a validovaná. Nezabezpečenú časť trhového rizika potom vypočítam ako:

$$\begin{aligned} NHMR &= VaR_{\alpha=99,5\%}(ORP - liabs) \leq VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - \\ &záväzok) = VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP + TRP - záväzok) \leq \\ &VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) + VaR_{\alpha=99,5\%}(TRP - záväzok) = \\ &VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) + err \end{aligned} \quad (8)$$

kde hodnotu trhového rizika z bodu 3:

$$TR = VaR_{\alpha=99,5\%}(aktíva - TRP)$$

dosadíme a dostaneme nezabezpečenú časť trhového rizika (9):

$$\frac{NHMR}{MR} \approx \frac{VaR_{\alpha=99,5\%}(IRP - TRP) + err}{VaR_{\alpha=99,5\%}(aktíva - TRP)}$$

4 Aplikácia výpočtov

Výpočty prezentované nižšie sme vypracovali v spolupráci s komerčnou poisťovňou Zurich Insurance Group, Ltd. a jej servisným centrom umiestneným na území Slovenska. Pri výpočtoch sme pracovali s internými modelmi a nástrojmi spoločnosti, ktoré slúžia na tvorbu peňažných tokov portfólií záväzkov, na oceňovanie aktív, proces kalibrácie (replikácie portfólií) a na určenie trhového rizika. Aktíva boli ocenené trhovou hodnotou (*Market Value*) a záväzky na trhovo konzistentných hodnotách (*Market-Consistent Values*).

Na aplikáciu sme sa rozhodli využiť dáta portfólia záväzkov tvoreného zo šiestich produktov životného poistenia v mene Euro, pričom päť produktov je stochasticky modelovaných, keďže poskytujú finančné garancie, a jeden produkt je modelovaný deterministicky. Pre oba typy nám boli vygenerované peňažné toky na časový interval 40 rokov (po ročnom rozdelení) v programe Prophet. Celková trhovú hodnotu portfólia pri základnom scenári *Base* je 9,1 miliardy EUR.

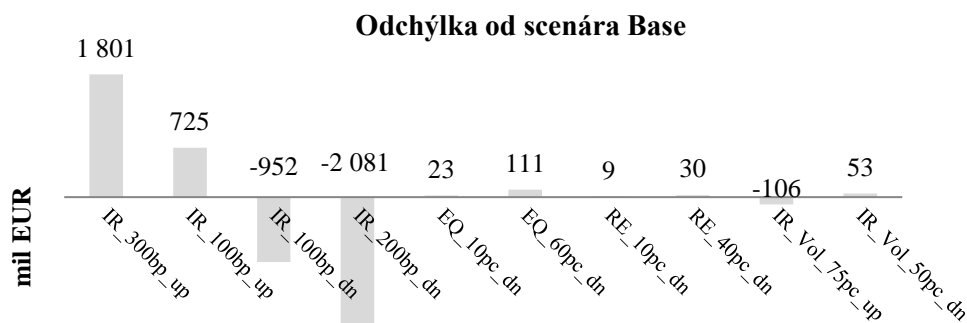
Na grafoch 1 a 2 nižšie môžeme vidieť trhovú hodnotu portfólia záväzkov pre všetky produkty spolu (ďalej portfólio záväzkov) a odchýlky konkrétnych scenárov od základného scenára – *Base*. Portfólio záväzkov je senzitivne na všetky typy senzitivít a teda na zmeny úrokových sadzieb, cien akcií, nehnuteľností aj volatilitu úrokových sadzieb. Hodnoty všetkých scenárov sa pohybujú smermi, ako by sme očakávali a preto môžeme dáta považovať za kvalitné a vhodné na replikáciu.

Graf 1: Trhovú hodnotu portfólia záväzkov pre všetky sledované scenáre



Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Graf 2: Odchýlky trhovej hodnoty portfólia záväzkov pre všetky sledované scenáre od scenára Base

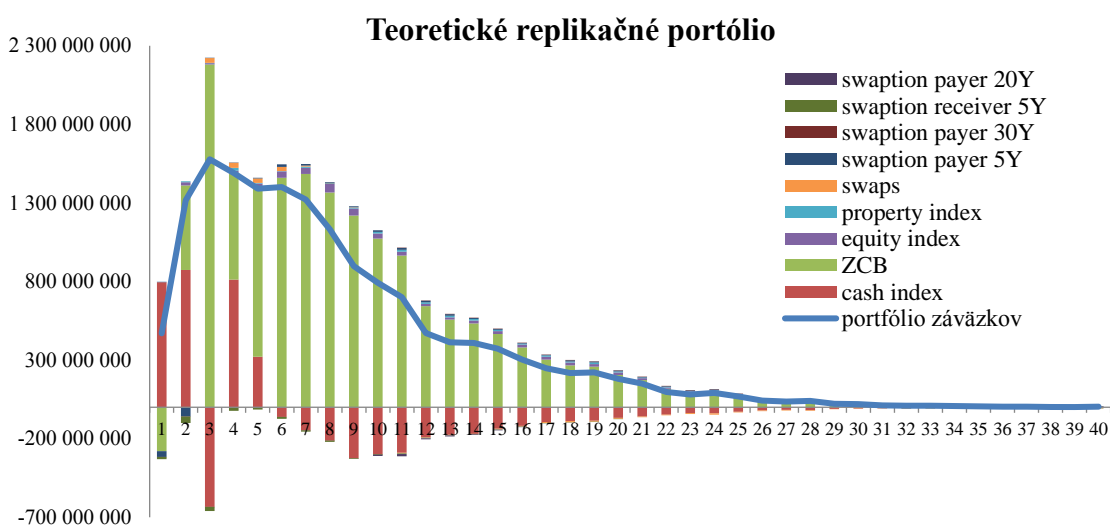


Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Na záver analýzy portfólia záväzkov môžeme povedať, že pri procese kalibrácie sme sa sústredili na prvé roky peňažných tokov, kedy záväzky dosahujú najvyššie hodnoty. Výhodou takto správaného sa portfólia záväzkov je práve pri tvorbe investovateľného replikačného portfólia, kedy sa všetky nástroje so splatnosťou presahujúcou 30-ty rok z kompozície vyberajú. Môžeme teda predpokladať, že hodnoty teoretického replikačného portfólia a investovateľného replikačného portfólia budú veľmi podobné. Teoretické replikačné portfólio sme pripravili pomocou nástroja „Optimizátor“, ktorý existujúcim záväzkom priradil vhodné finančné inštrumenty. Vďaka analýze sme sa rozhodli pre replikáciu teoretického portfólia TRP použiť nasledovné finančné nástroje:

- dlhopis s nulovým kupónom (ZCB),
- hotovostný index,
- úrokové swapy (IRS),
- akciový index a index nehnuteľností,
- swap-opcie na kúpu aj predaj s rôznymi splatnosťami.

Graf 3: TRP a trhové hodnoty jednotlivých finančných inštrumentov



Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Pre určenie hodnoty trhového rizika a non-hedgeable zložky postupujeme podľa krokov 1 – 4. Hodnoty z výpočtov sú zaznamenané v tabuľkách nižšie.

Tab. 2: Plánované hodnoty a surplus pre aktíva a TRP

simulácia	TRP_IR			aktíva - TRP
	úrokové sadzby a hotovostný index	akcie	nehnutel'nosti	SURPLUS
0	-	-	-	-
1	- 9 165 358 916	- 215 476 502	- 71 514 594	750 931 104
2	- 9 481 322 541	- 165 191 635	- 63 969 771	986 480 218
3	- 8 969 008 798	- 152 496 230	- 62 418 726	1 292 084 247
4	- 9 229 994 129	- 161 611 195	- 65 672 228	- 56 205 925
5	- 8 475 563 601	- 99 162 492	- 55 291 874	1 218 256 109
...
20 000	- 8 981 328 047	- 121 854 395	- 58 949 462	46 792 347

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Tab. 3: Plánované hodnoty a surplus pre aktíva a TRP

simulácia	IRP_IR			aktíva - IRP
	úrokové sadzby a hotovostný index	akcie	nehnutel'nosti	SURPLUS
0	-	-	-	-
1	- 9 167 280 304	- 214 294 913	- 72 261 677	1 243 127 270
2	- 9 483 221 441	- 164 285 789	- 64 638 036	763 862 733
3	- 8 971 231 806	- 151 660 000	- 63 070 788	215 109 032
4	- 9 231 194 894	- 160 724 982	- 66 358 278	389 995 921
5	- 8 474 028 242	- 98 618 724	- 55 869 485	1 152 686 648
...
20 000	- 8 983 017 508	- 121 186 193	- 59 565 283	- 9 163 768 983

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Keďže hodnoty teoretického a investovateľného replikačného portfólia sa môžu líšiť, je pre nás dôležitý práve surplus IRP a TRP pre všetkých 20 000 simulácií. Pre výpočet budeme opäť využívať plánované trhové hodnoty pre teoretické aj investovateľné portfólio. Surplus vypočítame podľa vzorca (6).

Tab. 4: Plánované hodnoty a surplus IRP – TRP

IRP - TRP	
simulácia	SURPLUS
0	-
1	1 486 883
2	1 661 320
3	2 038 841
4	1 000 603
5	- 1 501 515
...	...
20 000	1 637 080

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Akonáhle máme vypočítaný surplus pre všetky možnosti, vieme vypočítať trhovú riziko. Trhovým rizikom (TR) chápeme hodnotu chvosta rozdelenia, ku ktorému sme sa dopracovali prostredníctvom predchádzajúcich výpočtov a vzorca (4) pre jednotlivé surplusy.

Tab. 5: Hodnoty trhového rizika pre SCR, Z-ECM a SST

		SCR	Z-ECM	SST
		VaR 99,5%	VaR 99,95%	ES 99,0%
aktíva - TRP	hodnota chvosta (TR)	- 388 728 374	- 776 153 504	- 440 595 180
aktíva - IRP	hodnota chvosta (TR)	-892 885 649	-1 384 587 742	- 992 102 193
IRP - TRP	hodnota chvosta (TR)	- 9 470 323	- 19 816 343	- 11 006 277

Zdroj: vlastné spracovanie (zdroj údajov: Zurich Insurance Group, Ltd.)

Výpočet trhového rizika je vstupom pre výpočty ekonomického kapitálu.

5 Záver

V príspevku sme čitateľovi predstavili metódu replikačných portfólií, vďaka ktorej je komerčná poisťovňa schopná premeniť svoje cash flow-y portfólií životného poistenia (záväzkov) na finančné nástroje, ktoré sú pre dané portfólio vhodné. Takéto replikačné portfólio je vhodným nástrojom pre určenie trhového rizika ako podklad pre ďalšie analýzy a odhad ekonomického kapitálu. Ekonomický kapitál predstavuje množstvo finančných prostriedkov, ktoré musí poisťovňa držať, aby sa nestala insolventnou počas skúmaného obdobia a to prevažne na 1 rok. Trhové riziko bolo určené pre tri rôzne modely – kapitálovú požiadavku na solventnosť podľa direktívy Solventnosť II, švajčiarskeho modelu solventnosti Swiss Solvency Test a interného modelu komerčnej poisťovne Zurich Insurance Group, Ltd. – Zurich-Economic Capital Model. Čitateľa sme oboznámili s potrebnými krokmi a predpokladmi pre uskutočnenie kalibrácie a následný odhad.

Na základe výpočtov a vstupov od komerčnej poisťovne Zurich Insurance Group, Ltd. sme vytvorili replikačné portfólio pre cash flow záväzku tvoreného zo záväzkov 5-tich produktov. Kým sme sa dopracovali k hodnotám trhového rizika pre vybrané modely (SCR, SST a Z-ECM), použili sme existujúce ekonomické predpoklady (krivky, výmenné kurzy) počítané komerčnou poisťovňou, cash flow-y z programu Prophet a program na replikáciu záväzkov, tzv. optimizátor. Následné výpočty trhového rizika boli uskutočnené s Barra aktívami, ktoré pochádzajú z oddelenia investičného manažmentu komerčnej poisťovne v programe Barra.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0120/18 *Moderné nástroje riadenia rizika v interných modeloch poisťovní v kontexte direktívy Solvency II*

Literatúra

- [1] Cipra, T. (2015). *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*. Praha : Ekopress.
- [2] European Commission. Asset-liability Mismatch Risk. [online]. *Solvency II Glossary*. Dostupné na: <https://definedterm.com/asset_liability_mismatch_risk/166746>
- [3] Faybíková, I. (2017). Vybraná finančná analýza komerčnej poisťovne. [bakalárska práca]. Ekonomická univerzita v Bratislave.
- [4] Faybíková, I. (2019). *Odhad kapitálovej požiadavky na solventnosť pre trhovú riziko použitím replikácie portfólia*. [diplomová práca]. Ekonomická univerzita v Bratislave.

- [5] IAS 32 – Finančné nástroje : prezentácia. Finančný nástroj. [online]. Dostupné na: <<https://www.uad.sk/33/ias-32uniqueiduchxzASYZNYM2jRostDarzwaZNcZb4hj/>>
- [6] James Chen. Conditional Value at Risk (CVaR). [online]. Investopedia. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/c/conditional_value_at_risk.asp>
- [7] Zürich Insurance Group, Ltd. (2018). *Life Actuarial Autumn School: Risk Quantification*. Bratislava.
- [8] Zürich Insurance Group, Ltd. (2017). *Life Replicating Portfolios: Technical Documentation*. Zurich.
- [9] Zürich Insurance Group, Ltd. (2017). Non-hedgeable Market risk Methodology. Zurich.
- [10] Zürich Insurance Group, Ltd. (2015). *RP Optimizer: Mathematical Document*. Zurich.
- [11] Zürich Insurance Group, Ltd. – Replicating portfolio team (2018). *Replicating Portfolios with Applications*. Bratislava.

Metodologické aspekty niektorých multiplikátorov v input-output analýze

Marián Goga¹

Abstrakt

Autor v článku analyzuje postavenie jednotlivých odvetví v ekonomike Slovenska z hľadiska rôznych ukazovateľov a merateľných výstupov založených na input-output analýze. V prvej časti ukazuje metodologické problémy modelovania multiplikátorov v input-output analýze a v druhej časti aplikuje a porovnáva niektoré multiplikátory pri analýze ekonomiky Slovenska z použitej input-output tabuľky za roky 2000 a 2014. Porovnáva efekty, ktoré vyvolávajú zložky konečnej spotreby vzhľadom na domácu produkciu, pridanú hodnotu a dovoz produkcie do niektorých odvetví slovenskej ekonomiky. Aplikuje Leontiefov štruktúrny model v ekonomike Slovenska a na jeho základe vysvetľuje niektoré štrukturálne súvislosti v slovenskej ekonomike.

Kľúčové slová: input-output model, maticový multiplikátor, multiplikátor pridanej hodnoty, multiplikátor produkcie, dovozný multiplikátor

Abstract

The article analyses the position of individual industries in the Slovak economy in terms of different indicators and measurable outputs based on input-output analysis. The first section shows methodological problems of modelling multipliers in input-output analysis and in the second section applies and compares some multipliers in the analysis of Slovakia's economy from the used input-output table for years 2000 and 2014. It compares the effects that trigger components of final consumption with respect to domestic production, added value and imports of production into some sectors of the Slovak economy. It is applied by the Leontiefov structural model in the economy of Slovakia and explains some structural context in the Slovak economy.

Keywords: Input-output model, matrix multiplier, value-added multiplier, production multiplier, import multipliers

JEL classification

C67

1 Úvod

Analýza medziodvetvových vzťahov (input–output analýza) sa v súčasnosti úspešne aplikuje takmer vo všetkých hospodársky vyspelých štátoch, ale aj v mnohých menej rozvinutých krajinách. Z uplatňovania na národohospodárskej úrovni neskoršie vznikali aplikácie na úrovni podniku (firmy), odvetvia, regiónu a potom sa začala táto metóda využívať aj na úrovni medzinárodnej. Je prirodzené, že uplatňovanie input–output analýzy v rôznych ekonomických systémoch viedlo k rozvinutiu alebo modifikácii niektorých zložiek tejto metódy. Využitie input-output analýzy umožňuje preskúmať medziodvetvové väzby a zlepšiť kvalitu analýzy s ohľadom na sledovanie významu jednotlivých odvetví v ekonomike.

Vo všeobecnosti multiplikátory v input – output modeli predstavujú podiel celkového efektu určitej zmeny veličiny k počiatočnému efektu exogénnej zmeny. Pričom exogénna

¹ doc. Ing. Marián Goga, PhD., Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska 1/b, Bratislava, goga@euba.sk.

zmena (napr. zmena v konečnom dopyte jednotlivých odvetví) predstavuje hodnotu, na základe ktorej sa postupným narastaním počiatočný efekt transformuje do celkového efektu. V podmienkach input – output analýzy sa rozlišujú celkové efekty v otvorených modeloch (priame + nepriame efekty) a v uzavretých modeloch (priame + nepriame + indukované efekty) (Isard, W., Azis I. J., Drennan, M. P., Miller, R. E., Saltzman, S., Thorbecke, E., 1998, s. 59). Pri identifikácii a definovaní jednotlivých multiplikátorov sa v odbornej literatúre môžeme stretnúť s istými odlišnosťami, i keď ich základná myšlienka zostáva rovnaká. Najznámejšie a najpoužívanejšie sú multiplikátor výroby (produkcie), multiplikátor príjmov, multiplikátor zamestnanosti, multiplikátor pridanej hodnoty a multiplikátor dovozných koeficientov. Rozdielnosť v názve jednotlivých multiplikátorov spočíva vo výbere počiatočného efektu, resp. exogénnej zmeny.

V článku sa zameriame v prvej časti na metodologické problémy modelovania multiplikátorov v input-output analýze a v druhej časti aplikujeme a porovnáme niektoré multiplikátory pri analýze ekonomiky Slovenska z použitej input-output tabuľky za roky 2000 a 2014.

2 Princíp multiplikátorov v input-output analýze

Input-output multiplikátory sú nástroje, vďaka ktorým je možné predvídať dôsledky zmeny dopytu po produkcii jedného odvetvia na celú ekonomiku. Poskytujú rýchle odpovede na možné vplyvy rastúceho alebo klesajúceho dopytu po odvetvovej produkcii, na možné dôsledky nových projektov a na výsledky stratégií zameraných na nahrádzanie dovozu, a to nielen v samotnom odvetví, ale aj vo všetkých ostatných odvetviach hospodárstva. Ich použitie je pomerne jednoduché a relatívne účinné. Pretože multiplikátory opisujú priemerné dôsledky, nezohľadňujú výnosy z rozsahu, nevyužitú kapacitu ani technologické zmeny. Najjednoduchším a najčastejšie používaným input-output multiplikátorom je multiplikátor výstupu (produkcie), ktorý vyjadruje vzťah medzi počiatočným nárastom produkcie (alebo dopytu) jedného odvetvia a konečným nárastom produkcie všetkými odvetviami hospodárstva. Preto, ak sa zmení dopyt po produkcii daného odvetvia o jednotku, celková produkcia vo všetkých odvetviach sa zvýši presne o hodnotu multiplikátora. Pri interpretácii je dôležité poznamenať, že multiplikátor produkcie započíta tiež celú medzispotrebu, a preto niektoré vstupy môžu byť započítané opakovane v celom dodávateľsko-odberateľskom reťazci. Multiplikátory produkcie bývajú teda značne nadhodnotené pre interpretáciu výsledkov. Okrem uvedeného multiplikátora môžeme pre každé odvetvie vypočítať aj multiplikátor zamestnanosti, multiplikátor príjmov, multiplikátor pridanej hodnoty a multiplikátor dovozu.

Multiplikátor zamestnanosti vyjadruje počet pracovných miest, ktoré v celom hospodárstve vytvára jednotka konečnej spotreby j -tej komodity. Ináč povedané, tento multiplikátor vyjadruje, koľko vznikne nových pracovných miest pri zvýšení produkcie určitého odvetvia napr. o tisíc eur. Multiplikátor príjmov predstavuje hodnotu príjmov, ktoré v celej ekonomike vygeneruje zvýšenie konečnej spotreby j -tej komodity o jednotku. Multiplikátor pridanej hodnoty je definovaný ako pridaná hodnota, ktorú v celej ekonomike vygeneruje zvýšenie konečnej spotreby j -tej komodity o jednotku. Multiplikátor dovozu určuje celkovú hodnotu dovozu potrebnú na to, aby bolo v danej ekonomike možné zvýšiť hodnotu konečnej spotreby j -tej komodity o jednotku (Husár, J., Mokrášová, V., Goga, M., 2007).

Analýza ekonomických dôsledkov zmien v parametroch, ktoré sú pre Leontiefov input-output model dané exogénne je jedným z jeho hlavných využití. Na účely takejto analýzy sa ako veľmi vhodný javí práve Leontiefov input-output model. Na základe tohto modelu vieme pomocou príslušnej Leontiefovej inverznej matice vypočítať, aký dôsledok má daná okamžitá zmena v konečnej spotrebe na objemy produkcie všetkých komodít v hospodárstve (Adams, A. A., Stewart, I. G., 1956).

Pri analýze vychádzame z maticovo – vektorového zápisu sústavy distribučných rovníc v tvare:

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{y} = \mathbf{x}, \quad (1)$$

resp.
$$(\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{x} = \mathbf{y}, \quad (2)$$

kde $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{nn}$, $\mathbf{x} = [x_i]_{n1}$, $\mathbf{y} = [y_i]_{n1}$ a \mathbf{I} je jednotková matica.

Vzťahy (1) a (2) predstavujú sústavy lineárnych rovníc, ktoré tvoria základ otvoreného statického leontiefovského input–output modelu (Leontief, W., 1951).

Tento input–output model zobrazuje systém, ktorého zložkami sú odvetvia. Otvorený je preto, lebo produkcia odvetví sa spotrebúva nielen vo výrobnjej sfére, ale aj mimo nej, vo sfére konečnej (finálnej) spotreby. Na druhej strane do systému vstupujú zložky, vytvárané mimo vlastného systému (primárne zdroje). Sú to najmä pracovné sily, kapitál, produkcia z dovozu a pod. Systém je teda spojený určitými väzbami so svojim okolím tak na strane výstupu (outputu), ako aj na strane vstupu (inputu).

Na výpočet multiplikátorov, ktoré vyhodnocujú efekty niektorých premenných na hodnotu ekonomickej aktivity sa používajú väzby jednotlivých sektorov zachytené v Leontiefovej inverznej matici. Pri riešení sa využíva vzťah (2) modifikovaný do tvaru:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}, \quad (3)$$

resp.
$$\mathbf{x} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{y}, \quad (4)$$

kde $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_{ij}] = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$.

Prvky inverznej matice r_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) nazývame celkovými (komplexnými) koeficientmi spotreby. Závisia iba od technických koeficientov a_{ij} a majú charakter parametrov.

Systém lineárnych rovníc predstavujúci Leontiefov input-output model teda zachytáva priame aj nepriame efekty zmeny v objeme konečnej spotreby danej komodity. Prostredníctvom jednotlivých stĺpcov Leontiefovej inverznej matice tento model umožňuje vyčíslit' dôsledky zmeny v konečnej spotrebe jednej z komodít na jednotlivé objemy produkcie všetkých komodít v hospodárstve.

Sústavu (4) možno zapísať aj v tvare

$$x_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} \cdot y_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Koeficienty r_{ij} vyjadrujú teda nutný rozsah výroby v i -tom odvetví ($i = 1, 2, \dots, n$) potrebný na zabezpečenie výroby jednotky produkcie j -tého odvetvia pre konečnú spotrebu.

Komplexné koeficienty spotreby (koeficienty celkovej spotreby) r_{ij} vyjadrujú tiež prírastok produkcie i -tého odvetvia na jednotkový prírastok konečnej spotreby produkcie j -tého odvetvia. Vyplýva to z derivácie vzťahu (5)

$$\frac{\partial x_i}{\partial y_j} = r_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Medzi prírastkom konečnej spotreby Δy a prírastkom objemu celkovej produkcie Δx platí teda vzťah

$$\Delta x = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \Delta y \quad (7)$$

Matica $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ sa preto tiež nazýva maticovým multiplikátorom, ktorý transformuje zmeny v konečnej spotrebe na zmeny v objeme výroby. Koeficienty r_{ij} sa vzťahujú na konečnú spotrebu; na rozdiel od koeficientov priamej spotreby a_{ij} (tie sa vzťahujú na celkový objem produkcie odvetví), preto sa nazývajú aj koeficientmi celkovej materiálnej spotreby (Goga, M., 2009).

Zmena konečného dopytu generuje nielen priame, ale aj nepriame efekty, ktoré vzniknú touto zmenou dopytu. Priame efekty vyjadrujú, že ak sa zvýši konečná spotreba v i -tom odvetví o jednotku, musí odvetvie i vyrobiť o jednotku viac. Avšak toto zvýšenie výroby v odvetví i spôsobené zvýšením spotreby i -tého odvetvia je podmienené zvýšením výroby aj v ostatných $(n - 1)$ odvetviach, ktoré sú dodávateľmi vstupov do odvetvia i . Tieto zmeny spôsobujú, že konečný efekt na ekonomiku je väčší ako počiatočná zmena konečného dopytu.

Komplexné koeficienty spotreby r_{ij} sú vždy nezáporné a väčšie alebo rovnajúce sa zodpovedajúcim technickým koeficientom. Medzi koeficientmi priamej a celkovej spotreby a_{ij} a r_{ij} platí vzťah:

$$\begin{aligned} r_{ij} &\geq a_{ij}, & i, j &= 1, 2, \dots, n \\ r_{ii} &\geq 1 + a_{ii}, & i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (8)$$

Tento vzťah bezprostredne vyplýva z možnosti rozkladu matice $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ do konvergujúcej postupnosti matíc (Sojka, J., Šimkovic, J., Hatrák, M., 1981, s. 291)

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} &= \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \dots + \mathbf{A}^k + \dots \\ (\mathbf{A}^k &\rightarrow 0, \text{ pre } k \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (9)$$

Je dokázané, že konvergencia tohto súčtu a zároveň platnosť rovnosti sú ekvivalentné so splnením Hawkinsovej – Simonovej podmienky, ktorá je nutnou a zároveň postačujúcou podmienkou pre samotnú existenciu Leontieffovej inverznej matice (Takayama, A., 1985, s. 363).

Takýto rozklad je možný vtedy, ak platí

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{A}^{k+1} = \mathbf{0}. \quad (10)$$

Ďalej vo vzťahu (9) sčítame všetky matice, okrem prvej a druhej a súčet označíme \mathbf{R}^* :

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \dots + \mathbf{A}^k + \dots \quad (11)$$

Maticu komplexných koeficientov \mathbf{R} môžeme potom napísať v tvare, v ktorom sa dá použiť na skúmanie štruktúry hospodárstva:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{R}^* \quad (12)$$

Pretože matica \mathbf{A} je nezáporná ($a_{ij} \geq 0$), sú nezáporné aj mocniny matice \mathbf{A} a tiež matica \mathbf{R}^* , ktorá je súčtom mocnín matice \mathbf{A} , je nezáporná ($r_{ij}^* \geq 0$, $i, j = 1, 2, \dots, n$).

Pre jednotlivé komplexné koeficienty spotreby r_{ij} platí:

$$r_{ij} = a_{ij} + r_{ij}^* + \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (13)$$

kde $a_{ij} \geq 0$, $r_{ij}^* \geq 0$ a $\delta_{ij} = 1$, pre $i = j$,
 $\delta_{ij} = 0$, pre $i \neq j$.

Odtiaľ vyplýva, že komplexné koeficienty spotreby r_{ij} sú nezáporné a sú väčšie alebo rovnajúce sa zodpovedajúcim technickým koeficientom a_{ij} . Tie koeficienty, ktoré v matici \mathbf{R} ležia na hlavnej diagonále (r_{ij} , pre $i = j$), sú väčšie alebo rovnajúce sa 1, lebo $\delta_{ij} = 1$, pre $i = j$.

Na analytické účely z input-output tabuľky za rok 2000 a 2014 využijeme v ďalšej časti tohto článku pri analýze a porovnaní zmien vo vývoji v niektorých odvetviach slovenskej ekonomiky tri typy multiplikátorov: multiplikátor produkcie (výroby), multiplikátor pridanej hodnoty a multiplikátor dovozu.

1. Multiplikátor produkcie

Na výpočet multiplikátora produkcie $m(p)_j$ za odvetvie j , ktorý vyhodnocuje efekty niektorých premenných na hodnotu ekonomickej aktivity použijeme väzby jednotlivých odvetví zachytené v Leontiefovej inverznej matici:

$$m(p)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij} \quad (14)$$

Pre input-output analýzu je zaujímavá aj hodnota produkcie, ktorú generujú jednotlivé zložky konečnej spotreby. Túto hodnotu možno získať vynásobením inverznej Leontiefovej matice jednotlivými zložkami konečnej spotreby (konečnou spotrebou domácností C , konečnou spotrebou štátnej správy G , investíciami I a exportom E):

$$\mathbf{x}_C = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_C ; \mathbf{x}_G = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_G ; \mathbf{x}_I = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_I ; \mathbf{x}_E = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}_E \quad (15)$$

Súčet generovaných hodnôt produkcie jednotlivými zložkami konečnej spotreby sa rovná celkovej produkcii, čiže $\mathbf{x} = \mathbf{x}_C + \mathbf{x}_G + \mathbf{x}_I + \mathbf{x}_E$.

Multiplikátory jednotlivých zložiek konečnej spotreby sa dajú vyčíslieť ako podiel novej generovanej hodnoty jednotlivých zložiek konečnej potreby a pôvodnej hodnoty zložiek konečnej spotreby. Teda:

- a) Multiplikátor konečnej spotreby domácností: $m(p)_C = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^C}{\sum_{j=1}^n y_j^C}$,
- b) Multiplikátor konečnej spotreby štátnej správy: $m(p)_G = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^G}{\sum_{j=1}^n y_j^G}$,
- c) Multiplikátor investícií: $m(p)_I = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^I}{\sum_{j=1}^n y_j^I}$,
- d) Multiplikátor exportu: $m(p)_E = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^E}{\sum_{j=1}^n y_j^E}$.

Hodnota týchto multiplikátorov musí byť väčšia ako jednotka.

2. Multiplikátor pridanej hodnoty

Skúma vzťah medzi pridanou hodnotou a konečnou spotrebou a pre vybrané odvetvie určuje akú pridanú hodnotu vytvorilo zvýšenie konečnej spotreby odvetvia j o jednotku.

Pri výpočtoch vychádzame z koeficientov pridanej hodnoty zapísaných v tvare diagonálnej matice $\hat{\mathbf{A}}_{ph}$ použitých v tomto vzťahu:

$$\mathbf{R}^{ph} = \hat{\mathbf{A}}_{ph} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (16)$$

Matica \mathbf{R}^{ph} predstavuje maticu kumulatívnych koeficientov pridanej hodnoty a vyjadruje priame a nepriame efekty pridanej hodnoty na zmenu v konečnej spotrebe.

Multiplikátoru pridanej hodnoty zodpovedá súčet prvkov v j -tom stĺpci matice \mathbf{R}^{ph} :

$$m(ph)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^{ph} \quad (17)$$

Ak sa vynásobí matica kumulatívnych koeficientov pridanej hodnoty s príslušnými vektormi konečnej spotreby, dostaneme celkovú pridanú hodnotu, ktorá je generovaná danými zložkami konečnej spotreby:

$$\mathbf{ph}_C = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_C; \quad \mathbf{ph}_G = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_G; \quad \mathbf{ph}_I = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_I; \quad \mathbf{ph}_E = \mathbf{R}^{ph} \cdot \mathbf{y}_E. \quad (18)$$

Súčet týchto vektorov generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby sa rovná vektoru celkovej pridanej hodnoty, t. j. $\mathbf{ph} = \mathbf{ph}_C + \mathbf{ph}_G + \mathbf{ph}_I + \mathbf{ph}_E$.

Multiplikátor pridanej hodnoty vypočítame na základe generovaných hodnôt jednotlivých zložiek konečnej spotreby:

- a) multiplikátor konečnej spotreby domácností: $m(ph)_C = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^C}{\sum_{j=1}^n y_j^C}$,
- b) multiplikátor konečnej spotreby štátnej správy: $m(ph)_G = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^G}{\sum_{j=1}^n y_j^G}$,
- c) multiplikátor investícií: $m(ph)_I = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^I}{\sum_{j=1}^n y_j^I}$,
- d) multiplikátor exportu: $m(ph)_E = \frac{\sum_{j=1}^n ph_j^E}{\sum_{j=1}^n y_j^E}$.

Tieto multiplikátory pomáhajú určiť závislosť zmeny v objeme zložky konečnej spotreby na pridanú hodnotu v ekonomike.

3. Multiplikátor dovozu

Tento multiplikátor pre vybrané odvetvie určuje, aké množstvo dovozu je potrebné na zvýšenie konečnej spotreby odvetvia j o jednotku. Na výpočet sa používa matica priamych dovozných koeficientov v diagonálnom tvare $\widehat{\mathbf{A}}_d$ dosadená do tohto vzťahu:

$$\mathbf{R}^d = \widehat{\mathbf{A}}_d \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (19)$$

Matica \mathbf{R}^d predstavuje maticu kumulatívnych dovozných koeficientov, pričom jej koeficienty určujú celkovú hodnotu produkcie, ktorú potrebuje odvetvie i doviezť na to, aby mohlo pre konečnú spotrebu odvetvia j vyprodukovať jednotku produkcie.

Multiplikátor dovozu je tvorený súčtom prvkov v j -tom stĺpci matice \mathbf{R}^d :

$$m(d)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^d \quad (20)$$

Priamy a nepriamy dovoz potrebný na konečnú spotrebu dostaneme vynásobením matice kumulatívnych dovozných koeficientov \mathbf{R}^d s príslušnými vektormi konečnej spotreby:

$$\mathbf{d}_C = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_C; \quad \mathbf{d}_G = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_G; \quad \mathbf{d}_I = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_I; \quad \mathbf{d}_E = \mathbf{R}^d \cdot \mathbf{y}_E \quad (21)$$

Súčet vypočítaných vektorov dovozu generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby sa musí rovnať vektoru celkového dovozu, t. j. $\mathbf{d} = \mathbf{d}_C + \mathbf{d}_G + \mathbf{d}_I + \mathbf{d}_E$.

Multiplikátor dovozu sa dá na základe generovaných hodnôt jednotlivých zložiek konečnej spotreby vypočítať takto:

- a) multiplikátor konečnej spotreby domácností: $m(d)_C = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^C}{\sum_{j=1}^n y_j^C}$,
- b) multiplikátor konečnej spotreby štátnej správy: $m(d)_G = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^G}{\sum_{j=1}^n y_j^G}$,
- c) multiplikátor investícií: $m(d)_I = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^I}{\sum_{j=1}^n y_j^I}$,
- d) multiplikátor exportu: $m(d)_E = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^E}{\sum_{j=1}^n y_j^E}$.

Uvedené multiplikátory dovozu kvantifikujú objemy dovozu, generovaného jednotkovým objemom danej zložky konečnej spotreby. Umožňujú určiť dôsledky zmien v jednotlivých zložkách konečnej spotreby na celkový objem dovozu v ekonomike.

3 Aplikácia multiplikátorov vo vybraných odvetviach ekonomiky Slovenska

V tejto časti článku sa v rámci analýzy vybraných odvetví ekonomiky Slovenska zameriame na aplikovanie metodologických a teoretických úvah a numerický výpočet ukazovateľov z predchádzajúcej časti. Porovnáme efekty, ktoré vyvolávajú zložky konečnej spotreby vzhľadom na domácu produkciu, pridanú hodnotu a dovoz produkcie do niektorých odvetví slovenskej ekonomiky.

Zaujímá nás aj to, ako zložky konečnej spotreby ovplyvnili produkciu jednotlivých komodít a najmä to, aký bol pomer generovanej produkcie ku konečnej spotrebe. Aplikujeme Leontiefov štruktúrny model v ekonomike Slovenska a na jeho základe vysvetlíme niektoré štrukturálne súvislosti slovenskej ekonomiky, vypočítame jednotlivé multiplikátory z predchádzajúcej časti článku a vysvetlíme ich vplyv na ekonomiku Slovenska (Lábaj, M., Luptáčik, M., Rumpelová, D., 2008).

Poznamenávame, že analýza a výpočty boli v rámci výskumu robené za všetkých 56 odvetví, pričom odvetvia sú zoskupené do jednotlivých kategórií a oddielov, ktoré korešpondujú s klasifikáciou ekonomických činností EU NACE. Input-output tabuľka, ktorá bola k dispozícii pre Slovensko za roky 2000 a 2014 bola získaná z webovej stránky WIOD.org – world input-output database a údaje v tabuľkách boli v mil. dolárov. Výpočty boli realizované v MS Exceli. Do tohto článku, vzhľadom na rozsiahlosť výpočtov, sme vybrali analýzu 10 odvetví: **A02** – Lesníctvo a ťažba dreva, **B** – Ťažba a dobývanie, **C17** – Výroba papiera a papierových výrobkov, **C20** – Výroba chemikálií a chemických produktov, **C24** – Výroba a spracovanie kovov, **C27** – Výroba elektrických zariadení, **C28** – Výroba strojov a zariadení, **C29** – Výroba motorových vozidiel, návesov a prívesov, **F** – Stavebníctvo a H51 – Letecká doprava.

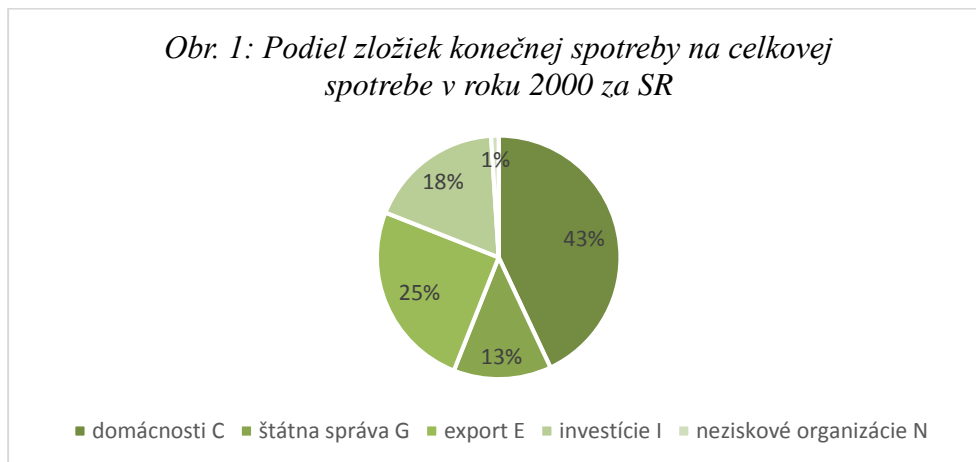
Na výpočet multiplikátorov boli zostavené za každý z uvedených rokov matice priamych koeficientov spotreby **A**, z ktorých boli vypočítané leontiefovské inverzné matice **R** tvoriace základ na výpočet jednotlivých multiplikátorov. Okrem toho na výpočet multiplikátorov boli potrebné aj koeficienty pridanej hodnoty a dovozné koeficienty. Vypočítané vektory týchto koeficientov boli zapísané v tvare diagonálnych matic a upravené na matice kumulovaných koeficientov.

Vývoj podielu zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe v roku 2000 a 2014 zobrazujú *obrázky 1 a 2*. V roku 2000 bola najväčšia časť vyrobenej produkcie spotrebovaná v domácnostiach (43 %), pričom na export išlo 25 % produkcie, na hrubú tvorbu kapitálu (investície) 18 % a štátna správa spotrebovala 13 % vytvorenej celkovej produkcie.

V roku 2014 bol podiel zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe iný – najväčšia časť vyrobenej produkcie išla na export (48 %), pričom domácnosti spotrebovali 29 %, na hrubú tvorbu kapitálu bolo spotrebovaných 12 % a štátna správa spotrebovala 11 % vytvorenej celkovej produkcie v ekonomike Slovenska.

Z porovnania výsledkov vyplýva, že v roku 2000 bola slovenská ekonomika orientovaná na spotrebu a v roku 2014 bola orientovaná na export.

Obr. 1: Podiel zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe v roku 2000 za SR



Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 2: Podiel zložiek konečnej spotreby na celkovej spotrebe v roku 2014 za SR



Zdroj: vlastné spracovanie

V *tabuľke 1* sú vypočítané údaje koeficientov pridanej hodnoty, ktoré vyjadrujú podiel pridanej hodnoty na celkovej produkcii a koeficienty dovozu, ktoré vyjadrujú veľkosť spotreby dovezenej produkcie na výrobu jednotky celkovej produkcie v danom odvetví.

Z vypočítaných koeficientov pridanej hodnoty a dovozu v *tabuľke 1* vyplýva, že napríklad v odvetví **A02** – Lesníctvo a ťažba dreva tvorila pridaná hodnota v roku 2000 56,15 % v roku 2014 59,07 % z hodnoty celkovej produkcie, čo je mierny nárast. Dovozný koeficient v tomto odvetví ukazuje, že na výrobu jednotky celkovej produkcie v roku 2000 bolo dovezených 0,0016 jednotiek surovín a v roku 2014 tento podiel stúpol na 0,0044 jednotiek surovín. Iná situácia bola v odvetví **C28** – Výroba strojov a zariadení, v ktorom pridaná hodnota v roku 2000 bola 36,25 % a v roku 2014 klesla na 28,92 %, pričom veľkosť dovezenej produkcie do odvetvia v roku 2000 bola 0,0186 a roku 2014 vzrástla na 0,0248.

Tab. 1: Koeficienty pridanej hodnoty a dovozu za SR

	Koeficienty			
	Pridanej hodnoty		Dovozu	
	2000	2014	2000	2014
A02	0,5615	0,5907	0,0016	0,0044
B	0,4881	0,6047	0,0124	0,0142
C17	0,3021	0,2523	0,0096	0,0183
C20	0,2619	0,1964	0,0164	0,0273
C24	0,1902	0,1962	0,0236	0,0394
C27	0,2254	0,2130	0,0298	0,0256
C28	0,3625	0,2892	0,0186	0,0248
C29	0,1560	0,1247	0,0342	0,0317
F	0,3574	0,4699	0,0068	0,0065
H51	0,0893	0,2742	0,0109	0,0084

Zdroj: vlastné spracovanie

Výpočet multiplikátorov za niektoré odvetvia je uvedený v *tabuľke 2*. Ich význam je dôležitý najmä v situácii, keď sa vládne orgány rozhodujú, do ktorého odvetvia viac investovať, aby sa zvýšila celková produkcia v ekonomike. Vtedy by sa malo vybrať odvetvie s najvyššou hodnotou multiplikátora.

Tab. 2: Hodnoty multiplikátorov za SR

	Multiplikátory					
	Produkcie		Pridanej hodnoty		Dovozu	
	2000	2014	2000	2014	2000	2014
A02	1,8916	1,7337	0,9783	0,9767	0,0070	0,0108
B	2,2546	1,8242	0,9455	0,9394	0,0267	0,0285
C17	2,7619	2,7258	0,9532	0,9159	0,0269	0,0455
C20	2,8410	2,9357	0,8453	0,8444	0,0457	0,0734
C24	3,1745	2,8139	0,9139	0,8841	0,0528	0,0769
C27	3,1265	3,2231	0,8908	0,8767	0,0707	0,0973
C28	2,7280	2,8282	0,9267	0,9080	0,0460	0,0663
C29	3,6097	3,7830	0,8787	0,8691	0,0891	0,1021
F	2,6404	2,1709	0,9319	0,9506	0,0259	0,0234
H51	3,2112	2,6328	0,8450	0,9034	0,0458	0,0396

Zdroj: vlastné spracovanie

Z *tabuľky 2* vidieť, že na zabezpečenie jednotky celkovej produkcie napríklad v odvetví **A02** – Lesníctvo a ťažba dreva musela ekonomika SR v roku 2000 vytvoriť 1,8916 jednotiek produkcie, pričom v roku 2014 sa táto hodnota znížila na 1,7337 jednotiek celkovej produkcie.

Ak sa v tomto odvetví zvýšil dopyt po produkcii o 1 000 jednotiek, potom sa pridaná hodnota v roku 2000 v celej ekonomike zvýšila o 978,3 jednotiek a v roku 2014 to bolo o 976,7 jednotiek produkcie. Pri multiplikátore dovozu bol potrebný na zvýšenie konečnej spotreby

o 1 000 jednotiek produkcie v roku 2000 celkový objem dovozu do ekonomiky SR vo výške 7,0 jednotiek produkcie a v roku 2014 sa táto hodnota zvýšila na 10,8 jednotiek produkcie.

Pri multiplikátoroch zložiek konečnej spotreby (*tabuľka 3*) je kvantifikované množstvo celkovej produkcie, pridanej hodnoty a dovozu v ekonomike SR, ktoré je generované jednotkou zložky konečnej spotreby v rokoch 2000 a 2014.

Z údajov v *tabuľke 3* vyplýva, že najvyšší vplyv na zmenu celkovej produkcie v ekonomike Slovenska mal v oboch analyzovaných obdobiach export – v roku 2000 to bolo 2,9163 a v roku 2014 to bolo 2,9315 jednotiek produkcie. Nízky vplyv na zmeny celkovej produkcie v ekonomike SR mala spotreba štátnej správy a neziskových organizácií (1,8524 a 1,7971, resp. 2,0109 a 1,6837).

Tab. 3: Multiplikátory zložiek konečnej spotreby za SR

	Multiplikátory zložiek konečnej spotreby					
	Produkcie		Pridanej hodnoty		Dovozu	
	2000	2014	2000	2014	2000	2014
C	2,5173	2,4052	0,9229	0,9251	0,0286	0,0414
G	1,8524	1,7971	0,9554	0,9633	0,0117	0,0152
I	2,6262	2,2467	0,9325	0,9468	0,0081	0,0308
E	2,9163	2,9315	0,9133	0,8953	0,0494	0,0743
N	2,0109	1,6837	0,9498	0,9675	0,0134	0,0100

Zdroj: vlastné spracovanie

V *tabuľke 3* ďalej vidieť, že najväčší vplyv na zmenu objemu pridanej hodnoty v ekonomike SR mala spotreba štátnej správy a neziskových organizácií (0,9554 a 0,9633, resp. 0,9498 a 0,9675). Najmenší vplyv na zmenu pridanej hodnoty mal export krajiny, ktorý z hodnoty 0,9133 v roku 2000 klesol v roku 2014 na hodnotu 0,8953 (Reichlová, M., 2019).

Najvyššie hodnoty multiplikátora dovozu v ekonomike SR (*tabuľka 3*) generoval v oboch analyzovaných obdobiach export krajiny. Od roku 2000 do roku 2014 zaznamenal export nárast z hodnoty 0,0494 jednotky produkcie na hodnotu 0,0743 jednotiek celkovej produkcie. Nárast zaznamenala aj hrubá tvorba kapitálu (investície), pričom hodnota multiplikátora sa od roku 2000 do roku 2014 zvýšila z 0,0081 na 0,0308 jednotiek. Najmenší vplyv na zmeny dovozu mala spotreba štátnej správy a neziskových organizácií.

4 Záver

Cieľom článku v rámci výskumu bolo analyzovať postavenie jednotlivých odvetví v ekonomike Slovenska z hľadiska rôznych ukazovateľov a merateľných výstupov založených na input-output analýze. Ukázali sme možnosti odvodenia multiplikátorov a ich využitie pri tvorbe analýzy ekonomických prínosov. Analyzovali sme efekty jednotlivých zložiek konečného použitia alebo celkovej spotreby na produkciu, pridanú hodnotu a dovoz v ekonomike Slovenska. Naše závery potvrdili významnú úlohu domáceho dopytu pri tvorbe celkovej produkcie a pridanej hodnoty v ekonomike, pričom jednoduché štatistiky jeho význam skôr podceňujú. K podobným záverom dospeli Habrman, M., (2013) pri analýze efektov exportu na pridanú hodnotu a zamestnanosť na Slovensku, Vintrová, R., (2012) pri analýze významu domáceho dopytu v Českej republike, či Kubala, J., Lábaj, M., Silanič, P., (2015) pri analýze významu jednotlivých odvetví v slovenskej ekonomike v roku 2010.

V článku sme identifikovali význam niektorých odvetví v slovenskej ekonomike v roku 2000 a 2014. Niektoré odvetvia prinášajú pre ekonomiku malé celkové efekty, vzhľadom na ich veľkosť, ale výrazné prínosy z jednej dodatočnej jednotky celkovej spotreby. Iné sú dôležité

práve svojou veľkosťou alebo previazanosťou s inými odvetvami. Ani kľúčové odvetvia by neprinášali pre rozvoj celého národného hospodárstva pozitívne výstupy, ak by dobre nefungovali komplexné väzby medzi odvetvami navzájom. Uvedené súvislosti a empirické výsledky v článku môžu byť podkladom pri tvorbe priemyselnej politiky Slovenska alebo pri nadväzujúcich empirických štúdiách.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0248/17: *Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie.*

Literatúra

- [1] Adams, A. A., Stewart, I. G. (1956). Input-Output Analysis: An Application. In: *The Economic Journal*, No. 263, Sept., s. 442-454.
- [2] De March, M., Bernar, O., De Bour, S., Beutel, J., Brainbant, M. (2008). *Eurostat Manual of Supply Use and Input-Output Tables*. Luxembourg: Office for Official Publications of European Communities.
- [3] Fecanin, J. a kol. (1985). *Štruktúrna analýza a rozmiestňovacie modely*. Bratislava – Praha: Alfa – SNTL.
- [4] Goga, M. (2009). *Input-output analýza*. Bratislava: IURA EDITION.
- [5] Habrman, M. (2013). *Vplyv exportu na pridanú hodnotu a zamestnanosť v slovenskej ekonomike*. [Working Papers 53.] Bratislava: Ekonomický ústav SAV.
- [6] Husár, J., Mokrášová, V., Goga, M. (2007). *Input-output analýza a systém národných účtov*. Bratislava: EKONÓM.
- [7] Isard, W., Azis, I. J., Drennan, M. P., Miller, R. E., Saltzman, S., Thorbecke, E. (1998). *Methods of Interregional and Regional Analysis*. England: Ashgate, 490 s.
- [8] Kubala, J., Lábaj, M., Silanič, P. (2015). Štruktúrne väzby v slovenskej ekonomike v roku 2010: identifikácia kľúčových odvetví. In: *Ekonomický časopis*, 63(8), s. 795- 816.
- [9] Lábaj, M. (2013). Vývoj slovenskej ekonomiky v rokoch 2008 a 2009 z pohľadu input-output analýzy. In: *Ekonomický časopis*, 61(10), s. 994-1010.
- [10] Lábaj, M., Luptáčík, M., Rumpelová, D. (2008). Štruktúrne súvislosti slovenskej ekonomiky na báze input-output analýzy. In: *Ekonomický časopis*, 56(5), s. 477-494.
- [11] Leontief, W. (1951). *The Structure of American Economy 1919 – 1929*. New York: Oxford University Press.
- [12] Leontief, W. (1953). *Studies in the Structure of the American Economy*. New York: Oxford University Press.
- [13] Reichlová, M. (2019). *Modelovanie ekonomiky SR pomocou input-output tabuľky*. Diplomová práca. Bratislava: EU FHI, 57 s.
- [14] Sojka, J., Šimkovic, J., Hatrák, M. (1981). *Modelovanie národohospodárskych procesov*. Bratislava: Alfa.
- [15] Takayama, A. (1985). *Mathematical Economics*. 2nd Edition. New York: Cambridge University Press.
- [16] *United Nations Industrial Development Organization*. (1985). Input-output tables for developing countries. Volume I. UNITED NATIONS, 325 s.
- [17] *United Nations Industrial Development Organization*. (1985). Input-output tables for developing countries. Volume II. UNITED NATIONS, 325 s.
- [18] Vintrová, R. (2012). Podceňovanie domácí poptávky v Českej republike. In: *Scientia et Societas*, VIII(2), s. 113-123.
- [19] www.wiod.org/database/wiots16 (10.10.2018)
- [20] <http://www.infostat.sk/ELIS/RES/okec.html> (10.10.2018)
- [21] www.nace.sk (10.10.2018)

Porovnanie krajín Európskej únie na základe vybraných ukazovateľov aplikáciou metódy normovanej premennej

Lubica Hurbánková¹

Abstrakt

Cieľom príspevku je porovnanie a usporiadania krajín Európskej únie na základe vybraných sociálno-ekonomických a demografických ukazovateľov za rok 2016. Na analýzu sú vybrané ukazovatele ako hrubý domáci produkt na obyvateľa, štátny dlh ako percento z hrubého domáceho produktu, miera inflácie, miera nezamestnanosti, celková plodnosť, miera dojčenskej úmrtnosti a hrubá miera rozvodovosti. Jedným z prínosov príspevku je zoradenie analyzovaných krajín na základe vyššie spomenutých indikátorov od najlepšej po najhoršiu pomocou jednej z metód viackriteriálneho porovnávania – metódy normovanej premennej. Keďže použité indikátory nemajú rovnaké váhy, pri výpočtoch sa využijú údaje prevážené váhami I (vypočítanými pomocou variačného koeficienta) a váhami II (vypočítanými na základe korelačnej matice). Aplikácia metódy normovanej premennej je realizovaná prostredníctvom programu Microsoft Office Excel.

Kľúčové slová

metóda normovanej premennej, krajiny Európskej únie

Abstract

The aim of the paper is to compare and order the European Union countries on the basis of selected socio-economic and demographic indicators for the year 2016. The following indicators are selected for analysis: gross domestic product per capita, government gross debt as a percentage of gross domestic product, inflation rate, unemployment rate, total fertility rate, infant mortality rate and crude divorce rate. The contributions of the paper is the order of analysed countries on the basis of the above-mentioned indicators, from the best country to the worst country using one of the multidimensional comparison methods – the method of standard variable. Since the used indicators do not have the same weights, by the calculation are used the data weighted by weights I (calculated using the coefficient of variation) and weights II (calculated on the basis of the correlation matrix). The application of the method of standard variable is implemented through the programme Microsoft Office Excel.

Keywords

Method of standard variable, European Union countries

JEL classification

C40, E24, J13

1 Úvod

Štatistické skúmanie a analýzy sa väčšinou zameriavajú na analyzovanie jedného sledovaného štatistického znaku a na jeho jedinú vlastnosť v skúmanom súbore. Veľakrát to však nestačí a je potrebné analyzovať štatistický súbor z viacerých hľadísk, prihliadajúc na prejavy jeho viacerých vlastností, ktoré sú zobrazené viacerými štatistickými znakmi (Hair a kol., 2010). Vtedy je nevyhnutné využiť pri analýze viacrozmerné štatistické metódy, medzi

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, lubica.hurbankova@euba.sk.

ktoré patria okrem iných aj jednoduché metódy viackriteriálneho porovnávania, a to metóda váženého súčtu poradí, bodovacia metóda, metóda normovanej premennej a metóda vzdialenosti od fiktívneho objektu. Cieľom týchto metód je nahradenie viacerých vybraných ukazovateľov, na základe ktorých porovnávame krajiny EÚ, jednou výslednou charakteristikou – integrálnym ukazovateľom, na základe ktorého usporiadame krajiny. Pomocou vytvorenia integrálneho ukazovateľa sú transformované heterogénne ukazovatele (vyjadrené v rôznych merných jednotkách), ktoré nemožno agregovať priamym sčítaním, na homogénne ukazovatele.

Pri porovnaní krajín Európskej únie na základe vybraných socio-ekonomických a demografických ukazovateľov ako HDP na obyvateľa v EUR, štátny dlh ako % z HDP, inflácia, miera nezamestnanosti, celková plodnosť, miera dojčenskej úmrtnosti a hrubá miera rozvodovosti je v príspevku využitá už spomínaná jedna z jednoduchých metód viackriteriálneho porovnávania, konkrétne metóda normovanej premennej.

Aplikovaná je táto metóda použitím troch typov váh. V prvom prípade sú výpočty realizované bez použitia váh. V druhom prípade sú použité váhy vypočítané pomocou variačného koeficienta a v poslednom prípade ide o určenie váh na základe korelačnej matice.

2 Metóda normovanej premennej

Keďže pracujeme s heterogénnymi údajmi, je nutné pretransformovať tieto údaje na porovnateľný tvar (bezrozmerné číslo) tzv. normovanú premennú. Normovaná veličina je bezrozmerná charakteristika, ktorá má strednú hodnotu nulovú a rozptyl jedna (Jílek, 1996).

Pri aplikácii metódy normovanej premennej musíme ako prvé vypočítať aritmetické priemery a štandardné odchýlky pre analyzované ukazovatele. V ďalšom kroku transformujeme pôvodné hodnoty ukazovateľov na normovaný tvar. Ak ide o maximalizačný ukazovateľ (žiaduca je čo najvyššia hodnota ukazovateľa), hodnotu normovanej premennej vypočítame podľa vzťahu (Pažitná a Labudová, 2007):

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \quad (1)$$

kde: \bar{x}_j je aritmetický priemer j -teho ukazovateľa,

s_j je štandardná odchýlka j -teho ukazovateľa,

x_{ij} je hodnota j -teho ukazovateľa v i -tom objekte,

z_{ij} je normovaná hodnota j -teho ukazovateľa v i -tom objekte.

Ak ide o minimalizačný ukazovateľ (žiaduca je čo najnižšia hodnota), normovanú premennú určíme ako:

$$z_{ij} = \frac{\bar{x}_j - x_{ij}}{s_j} \quad (2)$$

V ďalšom kroku vypočítame výslednú charakteristiku – integrálny ukazovateľ, ktorý vypočítame pre i -ty objekt ako vážený aritmetický priemer normovaných hodnôt:

$$d_i = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k z_{ij} \cdot v_j \quad (3)$$

kde: d_i je integrálny ukazovateľ,

v_j je váha j -teho ukazovateľa (spôsob stanovenia váh bližšie pozri v Dufek a Minařík 1984, Křovák a Študlar 1983).

V poslednom kroku stanovíme poradie krajín na základe integrálneho ukazovateľa. Čím je jeho hodnota vyššia, tým sa krajina nachádza na lepšom poradí v rámci usporiadania všetkých krajín.

Pôvodný ukazovateľ x mohol nadobúdať hodnoty z intervalu $(-\infty, +\infty)$, normovaný ukazovateľ z môže tiež nadobúdať akékoľvek hodnoty, ale v prípade normálneho rozdelenia hodnoty od -1 po +1 nadobúda 68 % objektov súboru, hodnoty od -2 po +2 nadobúda 95 % a od -3 po +3 nadobúda 99,9 % objektov. V prípade iného než normálneho rozdelenia sa uvedené percentá môžu meniť, podľa Čebyševovej nerovnosti však minimálne 89 % objektov má hodnoty z intervalu od -3 po +3 (Stankovičová a Vojtková, 2007).

3 Vstupné údaje

Na analýzu sme vybrali 28 členských krajín Európskej únie. Vybrané krajiny porovnáme prostredníctvom 7 sociálno-ekonomických a demografických ukazovateľov za rok 2016. Vybrané ukazovatele si stručne zadefinujeme:

Hrubý domáci produkt na obyvateľa – podiel hrubého domáceho produktu a počtu obyvateľov v danom roku. Hrubý domáci produkt je indikátorom ekonomickej situácie krajiny. Odráža celkovú hodnotu všetkého vyrobeného tovaru a služieb zníženú o hodnotu tovaru a služieb použitých na medzispotrebu pri ich výrobe. Výpočet na obyvateľa umožňuje porovnanie ekonomík výrazne odlišných svojou veľkosťou (Hrubý domáci produkt v trhových cenách, 2019).

Štátny dlh ako % HDP – predstavuje celkový štátny dlh ako podiel na HDP v percentách. Skladá sa zo štátnych záväzkov a je generovaný deficitným financovaním štátneho rozpočtu (Gola, 2009).

Miera inflácie – je definovaná ako devalvácia menovej jednotky, ktorá sa prejavuje pretrvávajúcim rastom cenovej hladiny produktov a služieb v ekonomike (Šenkýřová, 2010).

Miera nezamestnanosti – predstavuje podiel nezamestnaných osôb a pracovných síl. Pracovná sila predstavuje celkový počet zamestnaných a nezamestnaných osôb. Ukazovateľ je založený na zisťovaní pracovných síl v EÚ (Nezamestnanosť, 2019).

Celková plodnosť – vyjadruje priemerný počet živonarodených detí pripadajúcich na jednu ženu počas jej celého reprodukčného obdobia (15 – 49 rokov) pri zachovaní úrovne plodnosti sledovaného roka a za predpokladu nulovej úmrtnosti (Jurčová, 2002).

Miera dojčenskej úmrtnosti – podiel počtu zomretých detí mladších ako jeden rok a počtu živonarodených detí v danom roku. Hodnota je vyjadrená na 1 000 živo narodených detí (Úmrtnosť, 2019).

Hrubá miera rozvodovosti – je podiel počtu rozvodov počas roka k strednému stavu obyvateľov v danom roku. Hodnota je vyjadrená na 1 000 osôb (Sobáše a rozvody, 2019).

4 Aplikácia metódy normovanej premennej

Pri analýze sme pracovali so všetkými krajinami Európskej únie, na ktorých analýzu a usporiadanie sme použili vyššie spomínané vybrané socio-ekonomické a demografické indikátory. Všetky údaje, s ktorými sme pracovali sú v tabuľke 1.

Tab. 1: Hodnoty socio-ekonomických a demografických ukazovateľov v jednotlivých krajinách EÚ v roku 2016

Krajina	HDP na obyvateľa	Štátny dlh ako % z HDP	Miera inflácie	Miera nezamestnanosti	Celková plodnosť	Miera dojčenskej úmrtnosti	Hrubá miera rozvodovosti
Belgicko	37 400	105,9	1,1	7,8	1,68	3,2	2,1
Bulharsko	6 800	29	7,1	7,6	1,54	6,5	1,5
Česká republika	16 700	36,8	6,7	4	1,63	2,8	2,4
Dánsko	48 400	37,9	4,7	6,2	1,79	3,1	3
Nemecko	38 400	68,2	5,3	4,1	1,6	3,4	2
Estónsko	16 500	9,4	3,8	6,8	1,6	2,3	2,5
Grécko	16 200	180,8	-1,5	23,6	1,38	4,2	1
Španielsko	24 100	99	4,6	19,6	1,34	2,7	2,1
Francúzsko	33 300	96,6	1,1	10,1	1,92	3,7	1,9
Chorvátsko	11 200	80,6	2,1	13,4	1,42	4,3	1,7
Taliansko	27 900	132	0,2	11,7	1,34	2,8	1,6
Cyprus	21 700	106,6	1,7	13	1,37	2,6	2,3
Lotyšsko	12 800	40,5	7,3	9,6	1,74	3,7	3,1
Litva	13 500	40,1	4,5	7,9	1,69	4,5	3,1
Luxembursko	90 700	20,8	5,9	6,3	1,41	3,8	2,1
Maďarsko	11 600	76	13,6	5,1	1,53	3,9	2
Malta	22 300	56,2	4,8	4,7	1,37	7,4	0,8
Holandsko	41 600	61,8	4,4	6	1,66	3,5	2
Rakúsko	40 800	83,6	7	6	1,53	3,1	1,8
Poľsko	11 100	54,2	2,3	6,2	1,39	4	1,7
Portugalsko	18 100	129,9	6,1	11,2	1,36	3,2	2,2
Rumunsko	8 700	37,4	5	5,9	1,64	7	1,5
Slovinsko	19 500	78,6	3,8	8	1,58	2	1,2
Slovensko	15 000	51,8	7	9,7	1,48	5,4	1,7
Fínsko	39 300	63	-0,3	8,8	1,57	1,9	2,5
Švédsko	46 600	42,1	7,6	6,9	1,85	2,5	2,4
Írsko	57 500	72,8	6,6	16,8	1,81	3	0,7
Spojené kráľovstvo	36 600	88,2	5,4	13	1,79	3,8	1,8

Zdroj: Eurostat

4.1 Určenie váh

Vstupné premenné nemajú rovnaké váhy, preto je potrebné pri výpočtoch využívať údaje prevážené váhami:

- Váhy I – váhy vypočítané pomocou variačného koeficienta,
- Váhy II – váhy vypočítané na základe korelačnej matice.

Tab. 1: Výpočet váh

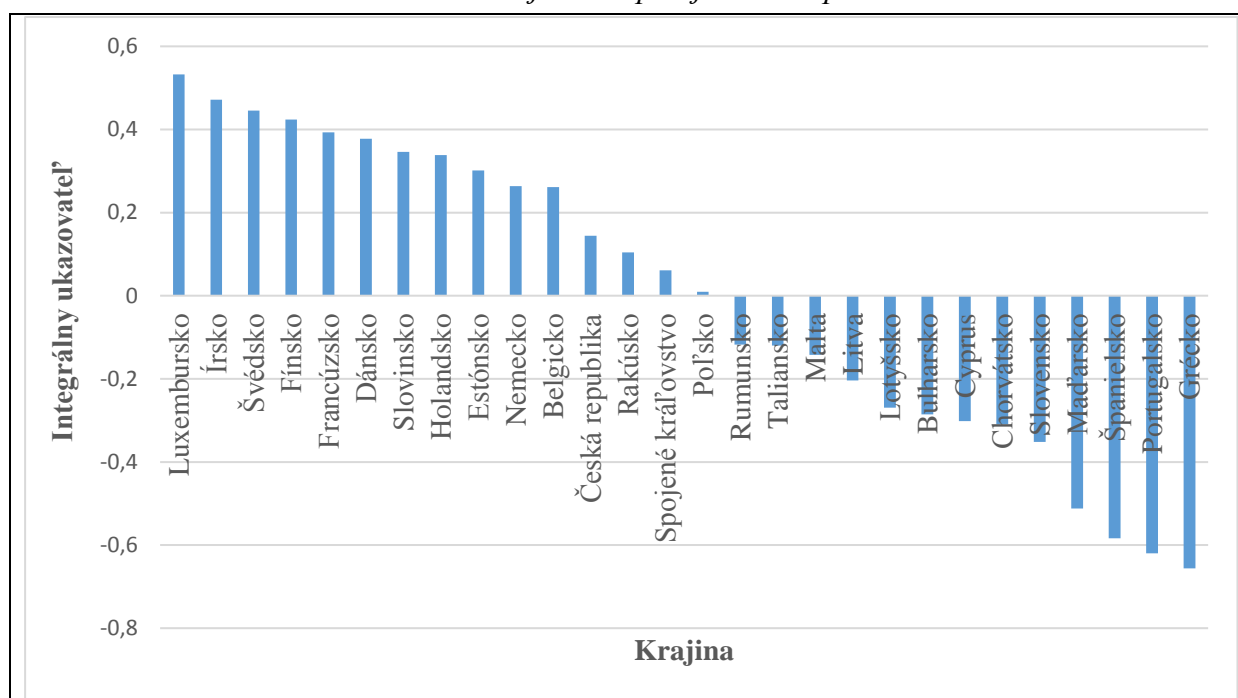
Ukazovateľ	Váhy I	Váhy II
HDP na obyvateľa	0,2080	0,2154
Štátny dlh ako % z HDP	0,1691	0,0565
Miera inflácie	0,2138	0,1761
Miera nezamestnanosti	0,1594	0,1474
Celková plodnosť	0,0342	0,2831
Miera dojčenskej úmrtnosti	0,1170	0,0106
Hrubá miera rozvodovosti	0,0986	0,1110
Spolu	1,0000	1,0000

Zdroj: vlastné výpočty

4.2 Metóda normovanej premennej

Základom metódy normovanej premennej je transformácia pôvodných heterogénnych premenných na normovaný tvar. Hodnoty integrálneho ukazovateľa sme vypočítali ako aritmetický priemer transformovaných hodnôt premenných.

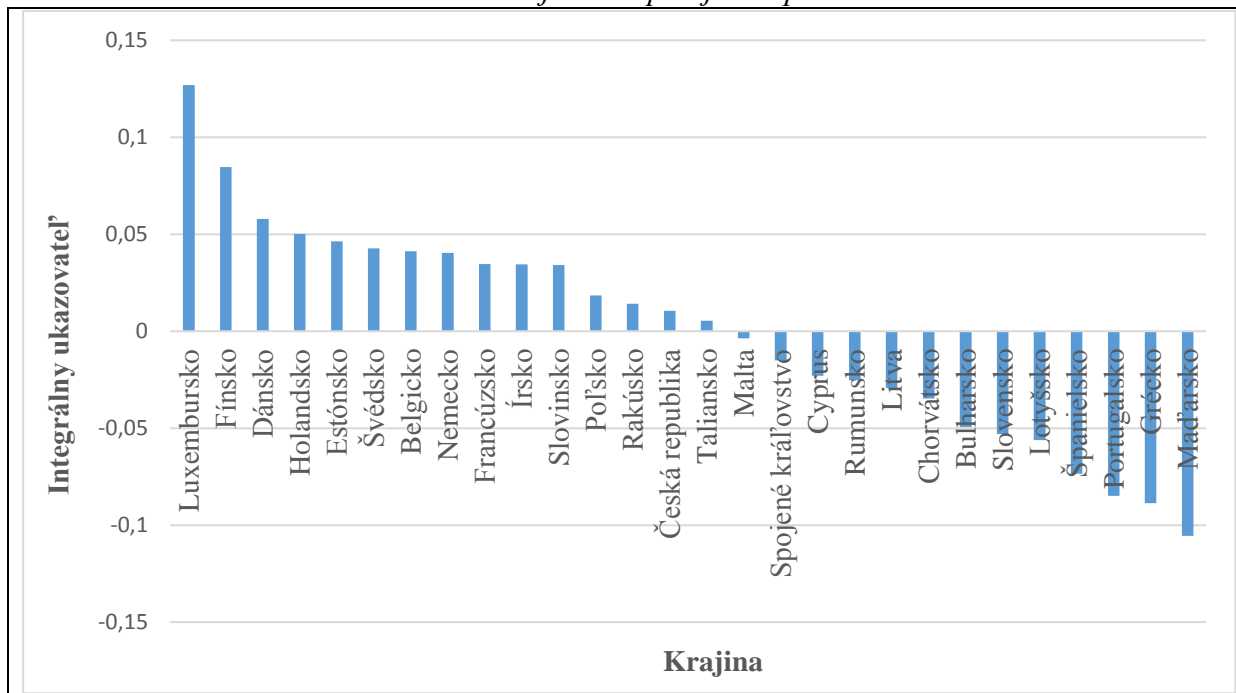
Obr. 1: Poradie krajín Európskej únie bez použitia váh



Zdroj: vlastné výpočty

Pri poradí krajín bez použitia váh sa na prvom mieste nachádza Luxembursko, ktoré nasleduje Írsko, Švédsko a Fínsko. Na opačnom konci poradia sa nachádza Grécko, Portugalsko a Španielsko. Slovenská republika sa nachádza na 24. mieste. V porovnaní s krajinami V4 (Slovensko, Česko, Maďarsko, Poľsko) sa nachádza za Českom, ktoré sa umiestnilo na 12. mieste, aj Poľskom, ktoré skončilo v poradí ako 15. Jediné Maďarsko sa pri aplikácii tejto metódy bez použitia váh nachádza za Slovenskom (umiestnilo sa na 25. mieste).

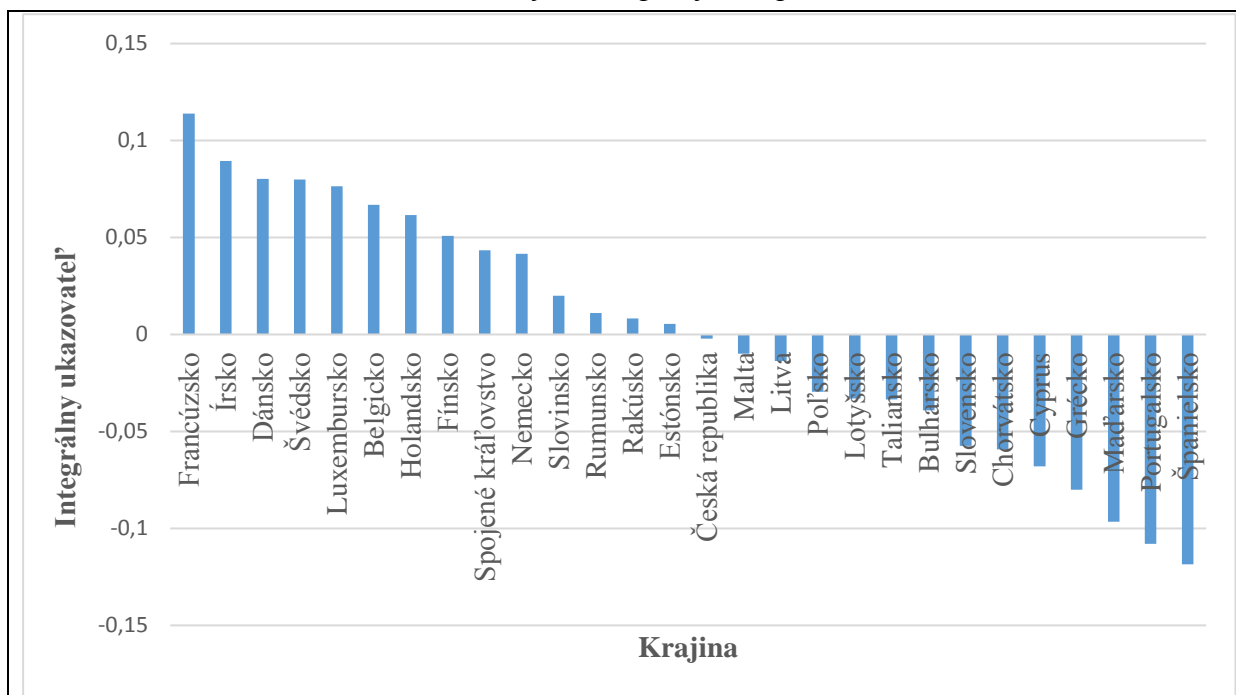
Obr. 2: Poradie krajín Európskej únie použitím váh I



Zdroj: vlastné výpočty

Pri použití váh I obsadilo prvé miesto Luxembursko, tak ako aj pri aplikácii metódy bez použitia váh, potom nasleduje Fínsko, Dánsko a Holandsko. Na posledných miestach sa umiestnili krajiny ako Maďarsko, Grécko a Portugalsko. Slovenská republika je na 23. mieste. V rámci krajín V4 sa najlepšie umiestnilo Poľsko na 12. mieste, potom Česká republika na 14. mieste, a na poslednom mieste nielen v rámci krajín V4, ale aj v rámci všetkých krajín Európskej únie sa nachádza Maďarsko.

Obr. 3: Poradie krajín Európskej únie použitím váh II



Zdroj: vlastné výpočty

Výsledky získané aplikáciou váh II sa v porovnaní s predchádzajúcim výsledkom veľmi nezmenili. Na prvých miestach sa umiestnili Francúzsko, Írsko, Dánsko, Švédsko a Luxembursko. Posledné miesta obsadili Španielsko, Portugalsko a Maďarsko. Slovenská republika sa nachádza na 22. mieste. Poradie krajín V4 je nasledovné – Česká republika je na 15. mieste, Poľsko na 18. a Maďarsko na 26.

Ak zhodnotíme samotne len krajiny V4, tak na treťom mieste sa pri použití všetkých typoch váh umiestnilo Slovensko, na poslednom mieste je Maďarsko a na prvých dvoch pozíciách sa strieda Česká republika s Poľskom.

5 Záver

Cieľom príspevku bolo analyzovať a usporiadať krajiny Európskej únie na základe nami zvolených socio-ekonomických a demografických ukazovateľov, a to hrubý domáci produkt na jedného obyvateľa, štátny dlh ako percento z hrubého domáceho produktu, miera inflácie, miera nezamestnanosti, celková plodnosť, miera dojčenskej úmrtnosti a hrubá miera rozvodovosti. Pri analýze sme využili jednu z metód viackriteriálneho porovnávania – metódu normovanej premennej. Analýzu sme realizovali na základe údajov za rok 2016. Použité údaje sme čerpali z internetovej stránky Eurostatu.

V prvej polovici umiestnenia sa nachádzajú krajiny ako Luxembursko, Dánsko, Fínsko, Holandsko, Švédsko, Írsko, Francúzsko. Jedným z faktorov, ktorý mohol toto poradie ovplyvniť, môže byť poloha týchto krajín, keďže sa nachádzajú pomerne blízko seba. Fínsko bolo prvou krajinou na svete, ktorá priznala volebné právo ženám. Holandsko a Luxembursko patria medzi zakladajúcich členov Európskej únie. Holandsko taktiež disponuje bohatými zásobami zemného plynu a je taktiež najväčším exportérom piva v Európe. Luxembursko stálo aj pri zrode OSN a NATO. Dánsko je považované za druhú najstaršiu monarchiu na svete a najstaršiu v Európe. Viaceré prieskumy zaraďujú Švédsku ekonomiku za najkvalitnejšiu a to vďaka miere konkurencieschopnosti, kvality života, ale aj investíciám do výskumu a vzdelávania.

Medzi najhoršie krajiny podľa realizovanej analýzy zaraďujeme Grécko, Maďarsko, Španielsko, Portugalsko a Lotyšsko. Španielsko má vážne problémy s nezamestnanosťou. Až viac ako 50 % mladých ľudí v tejto krajine bez práce. Je to spôsobené viacerými dôvodmi. Jedným z nich je preregulovanosť pracovného trhu. Jeho regulácie boli vytvorené s cieľom chrániť pracovníkov, no v skutočnosti len chránia nezamestnaných pred získaním pracovných miest. Ďalším z dôvodov je dlhodobá nízka rast Španielskej ekonomiky. Portugalsko podobne ako Španielsko má veľký problém s nezamestnanosťou. Nezamestnanosť mladých ľudí sa v tejto krajine pohybuje okolo 40 %.

Pri porovnaní krajín V4 sa na prvom a druhom mieste striedali krajiny Poľsko a Česká republika, na 3. mieste sa pri aplikovaní troch typoch váh umiestnilo Slovensko a na poslednom mieste Maďarsko.

Pri porovnaní výsledkov použitia jednotlivých typov váh sme dospeli približne k rovnakým výsledkom.

Okrem vybraných socio-ekonomických a demografických indikátorov mohli na poradie krajín okrem iného vplývať aj faktory ako napríklad geografická poloha krajín, ale aj rok vstupu do Európskej únie.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0193/20 *Vplyv priestorových spillover efektov na inovačné aktivity a rozvoj regiónov EÚ.*

Literatúra

- [1] Dufek, J. & Minařík, B. (1984). Poznámka ke stanovení vah ukazatelů. *Statistika*, 11, 486-489.
- [2] Gola, P. (27. 4. 2009). *Veřejné dluhy ve světě – Česko si zatím stojí dobře*. Dostupné z <http://www.finance.cz/zpravy/finance/217869-verejne-dluhy-ve-svete-cesko-si-zatim-stoji-dobre>.
- [3] Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J. & Anderson, R. E. (2010). *Multivariate data analysis*. New York: Macmillan Publishing Company.
- [4] Jílek, J. (1996). *Metody mezinárodního srovnávání*. Praha: Vysoká škola ekonomická.
- [5] Křovák, J. & Študlar, J. (1983). Metody stanovení vah ukazatelů. *Statistika*. 12, 543-550.
- [6] Hrubý domácí produkt v trhových cenách. (6.3.2019). Dostupné z <https://ec.europa.eu/eurostat/tgm/table.do?tab=table&init=1&language=en&pcode=tec0001&plugin=1>.
- [7] Nezamestnanosť (6. 3. 2019). Dostupné z https://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/en/une_esms.htm.
- [8] Pažitná, M. & Labudová, V. (2007). *Metódy štatistického porovnávania*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
- [9] Sobáše a rozvody (6. 3. 2019). Dostupné z https://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/EN/demo_nup_esms.htm.
- [10] Stankovičová, I. & Vojtková, M. (2007). *Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami*. Bratislava: Iura Edition.
- [11] Šenkýřová, L. (20. 9. 2010). *Čo znamená často skloňovaný pojem inflácia?* Dostupné z <http://www.finance.sk/spravy/finance/35273-co-znamenava-casto-sklonovany-pojem-inflacia/>.
- [12] Úmrtnosť (6. 3. 2019). Dostupné z https://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/en/demo_mor_esms.htm.

Virtuálna mena ako moderná súčasť majetku účtovnej jednotky

Ladislav Kareš¹

Abstrakt

V našom príspevku sme zamerali pozornosť na charakter, modernosť a vizualizáciu tej časti majetku účtovnej jednotky, ktorú môžeme zaradiť medzi finančné nástroje a pre jej označenie sa používajú pojmy ako virtuálna mena, kryptomena alebo digitálna mena. V príspevku sa venujeme charakteristike dost' širokého spektra tohto majetku, pričom po obsahovom vymedzení tohto majetku z pohľadu ekonomického cítenia autora a citovaných zdrojov, sme svoju pozornosť venovali problematike účtovania, vykazovania, oceňovania a zdaňovania virtuálnej meny predovšetkým v nadväznosti na metodické usmernenie Ministerstva financií SR týkajúce sa virtuálnych mien.

Kľúčové slová

virtuálna mena, kryptomena, účtovanie virtuálnej meny, oceňovanie virtuálnej meny, bitcoin,

Abstract

In our paper, we focused on the character, modernity, and visualization of the portion of the entity's assets that we can classify as financial instruments and uses terms such as virtual currency, crypto currency, or digital currency to denote it. The paper deals with the characteristics of a fairly wide spectrum of these assets. After defining the assets from the point of view of the author's economic feeling and cited resources, we paid attention to the issue of accounting, reporting, valuation and taxation of virtual currency especially in connection with the methodological guidance of the Ministry of Finance of the Slovak Republic concerning virtual names.

Key words

virtual currency, cryptocurrency, virtual currency accounting, virtual currency pricing, bitcoin,

JEL classification

JEL M4, M41

1 Úvod

Účtovníctvo môžeme definovať ako základný prvok informačného systému účtovnej jednotky. Účtovníctvo predstavuje relatívne uzatvorený a vnútorne usporiadaný systém informácií, ktorý poskytuje informácie v peňažnom vyjadrení o hospodárskej činnosti podniku (účtovnej jednotky) a o výsledku tejto činnosti, t.j. poskytuje informácie o majetku podniku, vlastnom imaní, záväzkoch, výnosoch, nákladoch, príjmoch, výdavkoch a výsledku hospodárenia. (Soukupová, 2004)

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, ladislav.kares@euba.sk.

2 Majetok účtovnej jednotky v kontexte zákona o účtovníctve

Podľa zákona č. 431/2002 Z.z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov je predmetom účtovníctva účtovanie o stave a pohybe majetku, stave a pohybe záväzkov, rozdiel majetku a záväzkov, o výnosoch a nákladoch, príjmoch a výdavkoch, a o výsledku hospodárenia účtovnej jednotky. Predmetom účtovníctva je aj vykazovanie týchto skutočností v účtovnej závierke, pričom predmetom vykazovania v účtovnej závierke sú aj iné aktíva a iné pasíva.

Majetok môžeme definovať podľa zákona o účtovníctve - sú tie aktíva účtovnej jednotky,

- ktoré sú výsledkom minulých udalostí,
- je takmer isté, že v budúcnosti zvýšia ekonomické úžitky účtovnej jednotky,
- dajú sa spoľahlivo oceniť podľa zákona o účtovníctve,
- vykazujú sa v účtovnej závierke v súvahe (v sústave podvojného účtovníctva).

Ekonomickým úžitkom sa rozumie možnosť priamo alebo nepriamo prispieť k toku peňažných prostriedkov a ekvivalentov peňažných prostriedkov.

Súčasťou majetku sú - hmotné zložky, napr. budovy, stroje, prístroje, zariadenia, dopravné prostriedky, počítače, materiál, výrobky, tovar; nehmotné zložky, t. j. výsledky duševnej činnosti (napr. softvér); druhy, ktoré majú podobu cenných papierov, napr. akcie; druhy, ktoré majú podobu pohľadávok v širšom zmysle; peňažné prostriedky a ďalšie druhy majetku.

Množstvo a štruktúra majetku závisí od charakteru a rozsahu činnosti konkrétnej účtovnej jednotky.

2.1 Virtuálna mena ako súčasť majetku účtovnej jednotky

Virtuálna mena (alebo tiež kryptomena, virtuálne peniaze, virtuálne platidlo, cryptocurrency) je digitálne platidlo, ktoré je určené na on-line obchodovanie. Je založená na kryptografii, ktorej cieľom je zvýšiť bezpečnosť virtuálnej meny. Hlavná definícia kryptomeny je, že využíva a implementuje princípy kryptografie na vytvorenie distribuovanej, decentralizovanej a bezpečnej digitálnej meny. (Euroekonom.sk, 2018). Kryptomena je digitálna internetová mena, ktorá je založená na zložitom a šifrovanom matematickom algoritme. Tak ako každá iná mena, sú kryptomeny určené predovšetkým na rýchle a bezpečné platenie služieb a výrobkov.

Virtuálna mena - druhy

Virtuálne meny delíme do dvoch základných skupín. Meny odvodené od Bitcoinu a meny odvodené od Litecoinu, nazývané tiež Altcoiny. Úplné prvenstvo bude mať navždy Bitcoin. Prvá kryptomena, s ktorou sa začalo obchodovať, bol Bitcoin v roku 2009. Dňa 3. januára 2009 bol vytvorený prvý blok v blockchaine (reťazi blokov, tzv. Bitcoin Genesis Block) a za jej autora sa považuje človek alebo skupina s prezývkou Satoshi Nakamoto. Onedlho nato nasledovali ďalšie kryptomeny (Litecoin v 2011, Namecoin v 2011, Peercoin 2013, atď.). V ďalšej vlne po ňom vznikla druhá generácia coinov, ako sú Peercoin, Litecoin a ďalšie. Ďalej sme mali akúsi tretiu generáciu kryptomien, ktorá priniesla veľmi zaujímavú menu Dogecoin, V roku 2014 začala nová generácia medzi nimi sa zdá byť najúspešnejšia Monero – XMR. Jediné, čo od seba delí tieto meny je hardvér na ťaženie a spôsoby distribúcie. Dnes (marec 2020) existuje viac ako 3.500 virtuálnych mien. Ich trhovú kapitalizáciu sa odhaduje na 5 185 miliárd USD. Pozrite si aktuálnu trhovú kapitalizáciu kryptomien ku dňu 20. 03. 2020. (Ekonomická encyklopédia, 2019)

Fiat money

Fiat peniaze, resp. fiat meny typu dolár, euro, rubel' či jen, sú v súčasnosti považované za univerzálne platidlo ovládané centrálnou bankou. Nie sú kryté majetkom alebo drahými kovmi. To, okrem iného, znamená, že súčasné meny sú v podstate bezcenné a máme ich k dispozícii

nekonečne veľa. Dôvod, prečo pre nás majú hodnotu je jednoduchý. Kolektívne sme sa na tom dohodli.

Virtuálne peniaze vs. fiat meny

Pri porovnaní kryptomeny s klasickými menami (fiat peniaze ako napr. USD, EUR, CZK atď.) je základný rozdiel v tom, že žiadna skupina alebo individuum nemôže zvýšiť množstvo kryptomeny v obehu (pri súčasných klasických menách naopak zvyšuje počet peňazí v obehu centrálna banka a komerčné banky podľa vlastného uváženia). Predstavujú distribuovanú, decentralizovanú a bezpečnú alternatívu k fiat menám. (Wikipedia – Kryptomena, 2020)

Výhody a nevýhody virtuálnych peňazí

Bitcoin a ďalšie virtuálne meny majú niekoľko rozdielnych vlastností, ktoré ho odlišujú od vládnych mien.

Medzi výhody virtuálnej meny patria:

- decentralizácia a deregulácia – Kryptomeny nepoznajú hranice a regulácie klasických fiat mien. Aj to je dôvod, prečo každý deň naberajú na popularite.
- jednoduchosť platieb – Platby sú rýchle v porovnaní s prevodmi vykonávanými cez banky. Minimálne alebo žiadne poplatky za prevod.
- deflačný charakter – Väčšina krajín má právo vydať nové peniaze. Tým, že sa zvyšuje množstvo peňazí, v cirkulácii sa daná mena znehodnocuje (inflácia). V prípade Bitcoinov je celkové množstvo peňazí v obehu konečné a dopredu známe, nemôže presiahnuť 21 miliónov Bitcoinov.
- anonymita – Na jednej strane je anonymita transakcií výhodou, ale na druhej strane virtuálne meny umožňujú nezákonné obchodovanie.

Medzi nevýhody kryptomien patria:

- vysoká volatilita – Nie je nezvyčajné aby cena kryptomien narástla, alebo sa znížila aj o 10 percent a viac v priebehu jedného dňa.
- bezpečnosť – Údaje k Bitcoin peňaženkám môžu byť ukradnuté a sú terčom hackerov. Obchodovanie cez regulovaných brokerov umožňuje tento risk minimalizovať.
- nenávratnosť – Ak sa omylom pošlú bitcoiny na nesprávnu adresu, sú nenávratne stratené. (Akoobchodovat.sk, 2020)

Získavanie, platba a uchovanie kryptomien

Kryptomeny je možné získať rôznymi spôsobmi, podľa ich charakteru a princípov fungovania. Medzi hlavné spôsoby získavania kryptomeny patria:

1. Ťažba kryptomeny
2. Nákup (na burze)
3. Založenie vlastnej kryptomeny
4. Odmena za aktivitu
5. Zisky z obchodovania (investície do kryptomeny)

Využitie kryptomien

Hlavnou výhodou kryptomien je rýchlosť a jednoduchosť platby. Na uchovanie meny vám slúži peňaženka, ktorú môžete mať v počítači, ale i napríklad v telefóne a platiť pri chôdzi pomocou QR kódu. Ďalej môžete kryptomeny využívať pre obchodovanie, či už pre zábavu, alebo zisk. Môžete ich v zmenárňach predávať, keď je ich kurz vyšší a naopak. Pri takomto konaní sa riadte predovšetkým platnými zákonmi a vlastným rozumom.

Bezpečnosť kryptomien

Princíp bezpečnosti kryptomien je založený na jednoduchom princípe overovaní údajov všetkými účastníkmi v sieti. Teda pomyselné každý vie, koľko máte v peňaženke a komu ste koľko zaslal. Tvorcovia kryptomien ich označujú za bezpečné, nefalšovateľné a neodcudziteľné.

2.2 Charakteristiky jednotlivých virtuálnych mien

Dnes Bitcoin zďaleka nie je jedinou kryptomenou na trhu. Myšlienkou decentralizovaného digitálneho platidla sa inšpirovalo mnoho ďalších skupín, ktoré vytvorili celú paletu rôznych technológií. Medzi najväčšie kryptomeny patrí Ripple, platobný systém, ktorý umožňuje platbu v rôznych menách, podobne ako PayPal. Ripple ovláda jedna spoločnosť, ktorá zároveň vlastní viac než 60 percent Ripple kryptomincí. Naopak, medzi systémy spĺňajúce tradičnú definíciu kryptomeny patrí:

- Bitcoin – BTC,
- Litecoin – LTC,
- Ripple – XRP,
- Dash – DSH,
- Ethereum Classic,
- Ethereum – ETH,
- Monero – XMR,
- IOTA – MIOTA,
- NEO – NEO (Ekonomická encyklopédia, 2019).

2.3 Verejná ponuka kryptomien – Initial Coin Offering, ICO

ICO - je prvý verejný predaj digitálnej meny ešte pred tým, ako sa táto mena dostane na burzy. Projekty založené na kryptomenách sa takto snažia získať kapitál. ICO je investičný fenomén dnešnej doby. Ponúka veľa príležitostí, ako získať za nízku cenu kryptomeny, ktoré v budúcnosti môžu mať veľkú hodnotu, ale sú spojené s veľkým rizikom.

Ako funguje ICO?

ICO sa inšpirovalo klasickým IPO (Initial Public Offering) - verejná ponuka akcií. Verejná ponuka akcií je regulovaným procesom, ktorý podlieha prísnyim pravidlám. ICO - verejná ponuka digitálnej meny, funguje podobne, a nie je regulovaná. Aj keď nedávno americký SEC rozhodol, že niektoré ICO majú povahu emisie cenných papierov, a preto podliehajú regulácii.

Investícia do ICO

U ICO je potrebné si uvedomiť, že na rozdiel od akcií a IPO vo väčšine prípadov s nákupom kryptomeny nezískavate žiadny podiel na výsledkoch hospodárenia účtovnej jednotky či hlasovacie práva. ICO je treba vnímať odlišne. Je možné, že určitý projekt bude úspešný, ale s ním spätá kryptomena na hodnote neporastie. Môže nastať aj opačná situácia, hodnota meny bude rásť, aj keď sa daný projekt nebude vyvíjať dobre.

Úspešné ICO a podvody

K dnešnému dňu sa realizoval celý rad úspešných štartov projektov, ale aj podvodov. Medzi najúspešnejšie ICO patrí Ethereum, Stratis či Antshares. Hodnota ich kryptomeny vzrástla od ICO o desiatky tisíc percent. Zástup prvotných investorov sa vďaka tomu stal dolárovými milionármi. Takým projektom trvalo len pár rokov (niekedy aj menej), než hodnota ich tokenov narástla. Na druhej strane veľa podvodníkov realizovala ICO pre projekty, ktoré boli len prázdnyimi schránkami. Cieľom bolo iba vybrať peniaze od verejnosti a zmiznúť. (Ekonomická encyklopédia, 2019)

2.4 Jednoduché nakupovanie kryptomien - slovenská kryptomenová zmenáreň KryptoTop

Väčšina popredných búrz už neumožňuje nakupovať kryptomeny za FIAT meny (peniaze ako euro alebo česká koruna) a tak sú krypto-nadšenci nútení využívať zmenárne ako Coinbase, ktoré však spravidla podporujú iba zopár kryptomien a navyše so značnými poplatkami. V krypto-sfere však pôsobí jedna zmenáreň, ktorá umožňuje jednoducho nakupovať kryptomeny priamo za eurá a navyše v slovenskom jazyku - KryptoTop. Ide o kryptomenovú zmenáreň, ktorá kladie dôraz na jednoduchý a pohodlný nákup kryptomien. Z tohoto dôvodu nie je nutná verifikácia (preposlanie dokladov za účelom overenia totožnosti) a dokonca ani vytvorenie účtu. Avšak s vytvorením účtu sa Vám otvorí paleta nových možností, vrátane sledovania svojho portfólia, histórie obchodov a iné.

Tab. 1: Vzor pre nakupovanie kryptomeny



Zdroj: Gazdarica, M., Jednoduché nakupovanie kryptomien: slovenská kryptomenová zmenáreň, KryptoTop – Kryptoportál, 2018

Kryptomeny sa na KryptoTope zakupujú pomocou SEPA platby v eurách, no čoskoro pribudne aj možnosť nakupovať priamo debetnou kartou. Momentálne zmenáreň ponúka 13 kryptomien, avšak postupom času budú implementované nové a nové kryptomeny. Navyše ak si záujemca vytvorí účet, kryptomeny môžete kedykoľvek predať a eurá si poslať na svoj bankový účet. Kryptomeny sa zakupujú dvoma spôsobmi, prvým spôsobom je nákup bez registrácie kde kupujúci uhradza sumu pomocou platobnej brány a výber až siedmich bánk. Druhým spôsobom je, že si kupujúci prevedie kredit na svoj registrovaný účet v KryptoTop Premium SEPA prevodom (prevod trvá max. 24 hodín), alebo využije rýchly prevod – taktiež za pomoci platobnej brány a následne môže kupovať akúkoľvek z ponúkaných kryptomien.

K plusom zmenárne patria štandardné, ale aj pokročilé prvky zabezpečenia ako dvojfázové overenie, zabezpečený email systémom PGP/GPG, uzamknutie globálnych nastavení a iné. Systém tejto zmenárne je prepojený na medzinárodnú burzu, vďaka čomu kupujúci nakupuje kryptomeny v aktuálnom kurze okamžite po zrealizovaní platby. Na KryptoTope sa dajú kúpiť tieto kryptomeny.

Tab. 2: Druhy kryptomien na portály KryptoTop

Bitcoin Cash BCH	Bitcoin BTC	Dash DASH
EOS EOS	Ethereum Classic ETC	Ethereum ETH
Gnosis GNO	Litecoin LTC	Augur REP
Stellar XLM	Monero XMR	Ripple XRP
	ZCash ZEC	

Zdroj: Gazdarica, M., Jednoduché nakupovanie kryptomien: slovenská kryptomenová zmenáreň KryptoTop – Kryptoportál, 2018

V dnešnom modernom svete plnom rôznych technológií, je pre *kryptoinvestora* obťažné udržať krok s trhom. Našťastie, vývojári nezaostávajú ani v tejto oblasti a vyvinuli niekoľko šikovných aplikácií, ktoré sú zamerané presne na potreby kryptoinvestorov. Vzhľadom na množstvo aplikácií, ktoré môžete nájsť na Play Store alebo App Store, je pochopiteľne náročné vybrať si tú najvhodnejšiu. Tu je niekoľko základných a overených aplikácií:

StockTwits & MarketWatch

StockTwits je vysoko prispôsobiteľný spravodajský zdroj pre všetko týkajúce sa nielen kryptomien, ale aj akcií. Nájdete tu všetko, čo potrebujete vedieť na jednom mieste. Hlavnou prioritou záujemcov o kryptomeny je sledovanie informácií o Bitcoine (BTC), ale aj ostatných kryptomenách. Od giganta na poli finančného spravodajstva tu máme obdobnú aplikáciu s názvom MarketWatch.

Reddit

Reddit je jedným z najhorúcejších zdrojov pre včasné správy z oblasti kryptomien. Používatelia tejto platformy tu pridávajú nové pravidlá, regulácie a ďalšie dôležité informácie, ktoré by mal každý kryptoinvestor poznať. Možno ste vedeli, že Reddit pracuje na princípe „subreddits“, čo sú špeciálne podstránky vyhradené pre určité témy. Na aplikácii si tak viete nájsť tie najnovšie správy, updaty a iné vyhlásenia hneď, ako sa uskutočnia.

Bitcoin, Ethereum, IOTA Ripple Price & Crypto News

Z dielne Investing.com prichádza All-in-One aplikácia nielen pre kryptomenové správy. Ide o ďalší populárny zdroj na získavanie noviniek a informácií o BTC, ETH a iných kryptomenách. Okrem iného si tu môžete prezrieť cenové grafy kryptomien. Appka ponúka i detailné správy o vašich denných ziskoch, či stratách, keďže slúži aj na manažovanie vášho portfólia. Zákazníkom tak ponúka obrovskú výhodu, oproti iným informačným aplikáciám. Aplikácia je obohatená aj o funkciu menového konvertora.

Blockfolio

Blockfolio je jedna z prvých aplikácií zameraných na kryptomeny, ktorá dosiahla 1 milión stiahnutí. Ide azda o najznámejšiu aplikáciu pre sledovanie vášho osobného portfólia, no aplikácia ponúka aj dôležité informácie o bitcoine a altcoinoch. Sledovať môžete takmer 8 000 kryptomenových aktív, coinov a tokenov. Podobných, nie len mobilných aplikácií na správu portfólia existuje už mnoho. Za zmienku stojí aj CoinStats, Delta či Crypto App.

CoinTelegraph a CoinDesk

Médiá CoinTelegraph a CoinDesk patria k najväčším a najčítanejším zdrojom informácií zo sveta kryptomien. Neexistuje jedna správa, ktorá by im ušla. Tieto spoločnosti už dlhšie budujú aj svoje vlastné cenové indexy či iné užitočné nástroje. CoinTelegraph sa vyznačuje veľmi silnou a unikátnou grafikou každého článku. Okrem správ tu nájdete tiež aj ceny kryptomien, užitočné widgety, cenové notifikácie a mnoho ďalších funkcií. CoinDesk pristupuje ku správe možno viac odbornejšie. Produkuje množstvo zaujímavých reportov, vytvára vlastné nástroje na analýzu kryptomien a podobne.

Aplikácie určené na manažment portfólia

Pre tých, ktorí sú na kryptotrhu aktívnejšími hráčmi, sú aplikácie na manažment ich portfólia neoceniteľným pomocníkom. Aplikácie Vám pomáhajú sledovať stavy na Vašich peňaženkách, či zostatky, zisky a straty na burzových účtoch, a to všetko na jednom mieste. Dokonca si cez ne môžete zadať i príkazy na kúpu či predaj, keďže aplikácie sú s burzami priamo prepojené. K týmto aplikáciám patria okrem Blockfolia aj CoinTracking, Altpocket, CryptoCompare Portfolio, či Delta.

Blockchain prehliadače

Investori a obchodníci na burze ocenia aj tzv. „google kryptomien“, blockchain prehliadače. Vďaka týmto šikovným prehliadačom si môžete pozrieť konkrétnu transakciu, či blockchain adresu alebo blok. Ide o databázu blockchain siete.

Známe sú: Blockchain.com, Blockchair, Tokenview, Etherscan, či Blockbook. Okrem vyššie spomínaných aplikácií je už takmer samozrejmosťou a nevyhnutnosťou mať na začiatok nainštalovanú softvérovú kryptopeňaženku alebo rovno bezpečnejšiu variantu v podobe hardvérovej peňaženky. Pre aktívnejších investorov to platí aj o prístupe na burzu.

(Lomjanská, 2019a)

Nový projekt v technologickom priemysle Cudo Miner mení pravidlá hry v odvetví vďaka vysoko efektívnemu softvéru, ktorý optimalizuje hashrate, a tak zvyšuje celkovú ziskovosť. Produkt od Cudo Miner je jedinečný, pretože bol navrhnutý pre pokročilých používateľov príkazového riadku, ako aj nováčikov, ktorí na ťažbu kryptomien používajú grafické rozhranie. Softvér Cudo Miner je prvým softvérom na ťažbu kryptomien, ktorý svojim používateľom umožňuje optimalizáciu presne podľa mining algoritmu či dokonca pretaktovanie jednotky grafického procesora (GPU) priamo z aplikácie. Obyčajne ťažiar používajú separátne skripty na optimalizáciu ich výkonu podľa toho, akú kryptomenu práve ťažia. Taktiež je potrebné používať najrôznejšie programy a techniky na získanie čo najvyššieho výkonu samotného hardvéru. Na základe web stránky Cudo Miner budú ťažiar používaním softvéru ťažiť kryptomeny, ktoré sú pre nich najziskovejšie, a to monitorovaním relatívnej ťažobnej náročnosti a trhovej ceny v reálnom čase. Vybrať je možné medzi deviatimi kryptomenami a piatimi rôznymi ťažobnými algoritmami. Cudo Miner nepretržite sleduje hodnotu a náročnosť ťažby kryptomien, pričom automaticky prepína Vaše ťaženie tak, aby zabezpečil čo najvyššiu ziskovosť. To znamená, že softvér neustále ťaží najziskovejší coin bez straty výkonu, pretože Vaše grafické jednotky budú nastavené na optimálne konfigurácie. Na rozdiel od iných distribuovaných výpočtových projektov, ako sú napríklad Golem a iExec, Cudo Miner je prvým projektom, ktorý pritiahol obrovskú používateľskú základňu. (Lomjanská, 2019b)

3 Účtovanie a zdaňovanie kryptomeny

Používanie kryptomeny sa čoraz intenzívnejšie stáva súčasťou podnikateľskej činnosti. Ministerstvo financií na tento stav zareagovalo najprv metodickým usmernením a s účinnosťou od 1. októbra 2018 zásady zdaňovania a účtovania virtuálnych mien stanovilo aj priamo v zákone o dani z príjmov a v zákone o účtovníctve. Nadväzne boli novelizované aj príslušné postupy účtovania.

Metodické usmernenie č. MF/10386/2018-721 k postupu zdaňovania virtuálnych mien bolo vydané a zverejnené v marci 2018 vo Finančnom spravodajcovi (rok 2018 – príspevok č. 10) a je dostupné na webovom sídle Ministerstva financií SR. Cieľom usmernenia bolo zabezpečenie jednotného výkladu pri zdaňovaní príjmu plynúceho v súvislosti s predajom virtuálnej meny, a to zadaním spôsobu zdanenia, ako aj vymedzením spôsobu *ocenenia a účtovania* virtuálnej meny. Usmernenie definuje virtuálnu menu ako digitálny nositeľ hodnoty, ktorý nie je vydaný ani garantovaný centrálnou bankou ani orgánom verejnej moci, ani nie je nevyhnutne naviazaný na zákonné platidlo, nemá právny status meny alebo peňazí, ale je akceptovaný niektorými fyzickými alebo právnickými osobami ako platobný prostriedok, ktorý možno prevádzať, uchovávať alebo s ním elektronicky obchodovať. Táto definícia vychádza zo Smernice Európskeho parlamentu a rady (EÚ) 2018/843 z 30. mája 2018, ktorou sa mení smernica (EÚ) 2015/849 o predchádzaní využívania finančného systému na účely prania špinavých peňazí alebo financovania terorizmu, a zo smernice 2009/138/ES z 25. novembra 2009 o prístupe k poisťovacej a zaistovacej činnosti a jej výkonu a 2013/36/EÚ z 26. júna 2013 o prístupe k činnosti úverových inštitúcií a o prudenciálnom dohľade nad

úverovými inštitúciami a investičnými spoločnosťami (čl. 3 nový bod 18). Na základe charakteristických črt a podstaty virtuálnej meny usmernenie na účely zdaňovania a účtovania postupuje pri virtuálnej mene ako pri *krátkodobom finančnom majetku*.

Z dôvodu zavedenia právnej istoty pri zdaňovaní a účtovaní operácií s kryptomenami boli zákonom č. 213/2018 Z. z. o dani z poistenia a o zmene a doplnení niektorých zákonov novelizované zákony, a to zákon o dani z príjmov v čl. IV a zákon o účtovníctve v čl. III, do ktorých boli priamo zavedené princípy ocenenia, účtovania a zdaňovania príjmov plynúcich z operácií virtuálnych mien.

Tab. 3: Príklad účtovania nákupu a predaja virtuálnej meny

Účtovný prípad	Suma	Účtovná súvzťažnosť	
		MD	Dal
Nákup 2 bitcoin	1 000 Eur	258	379
Poplatok	50 Eur	568	379
Úhrada záväzku	1 050 Eur	379	221
Predaj 1 bitcoin			
a) vyradenie 1 BTC (FIFO)	500 Eur	568	258
b) tržba z predaja	630 Eur	378	668
Inkaso pohľadávky	630 Eur	221	378

Zdroj: vlastné spracovanie

Spôsob účtovania bitcoinov a obecné všetkých virtuálnych mien v podvojnom účtovníctve upravujú Postupy účtovania v § 17 a § 46 (platné od 01.10.2018). Virtuálna mena je v účtovníctve považovaná za krátkodobý finančný majetok, o ktorom sa účtuje v účtovej triede 2 v účtovej skupine 25 – Krátkodobý finančný majetok. V tejto účtovej skupine sa účtuje:

- nákup virtuálnej meny,
- predaj virtuálnej meny,
- vyťažená virtuálna mena,
- výmena virtuálnej meny.

Konkrétny účet, na ktorý budú bitcoiny (BTC) a ich zmeny počas účtovného obdobia účtované si účtovná jednotka v účtovej skupine 25, vytvorí sama. Postupy účtovania v podvojnom účtovníctve odporúčajú vytvorenie účtu 258 – Virtuálna mena, pričom pre každú virtuálnu menu je potrebné vytvoriť samostatný analytický účet.

V súvislosti s obstaraním, držbou a obchodovaním s bitcoinami sa účtujú náklady k BTC a výnosy z BTC. Náklady vzniknuté pri obstaraní BTC sa účtujú na účte 568 – Ostatné finančné náklady. Na tomto účte sa teda účtuje aj úbytok virtuálnej meny v súvislosti s predajom a výmenou virtuálnej meny. Na účte 568 – Ostatné finančné náklady sa taktiež účtujú aj finančné rozdiely pri prepočte virtuálnej meny na eurá. Výnosy z BTC sa účtujú na účte 668 – Ostatné finančné výnosy. Na tomto účte sa účtuje predaj virtuálnej meny a taktiež kladné rozdiely z ocenenia virtuálnych mien pri prepočte na eurá. Na účte 668 – Ostatné finančné výnosy sa účtuje aj virtuálna mena nadobudnutá ťažbou ku dňu výmeny za iný majetok/tovar alebo službu.

Virtuálna mena nadobudnutá ťažbou sa účtuje na podsúvahových účtoch – účtové skupiny 75 až 79. Účtovanie na podsúvahových účtoch je odlišné od účtovania na súvahových účtoch a to v tom, že pri tomto účtovaní sa neúčtuje súvzťažne, tzn. zápisy sa vykonávajú iba na jednom účte a to na podsúvahovom. Pri účtovaní na podsúvahových účtoch sa musí dodržiavať zásada bilančnej kontinuity a teda, konečné zostatky týchto účtov, ktoré sa vykazujú v poznámkach účtovnej závierky k poslednému dňu účtovného obdobia musia byť zhodné so

začiatočným stavom účtov k prvému dňu nasledujúceho účtovného obdobia. Poplatok hradený verejnemu trhu je v súlade s účtovníctvom daňovým výdavkom v zdaňovacom období, v ktorom sa o ňom účtuje. V súlade s § 19 ods. 2 písm. v) zákona o dani z príjmov je možné uznať do daňových výdavkov úhrn vstupných cien predávaných virtuálnych mien len do výšky príjmu z predaja. Vzhľadom na to, že príjem z predaja (630 eur) prevyšuje prvotné ocenenie - RH – reálna hodnota (Juhászová, Markovič, Mokošová, 2014) 500 eur, do daňových výdavkov je možné uznať celých 500 eur.

3.1 Kryptomeny v kontexte predmetu účtovníctva

Z pohľadu účtovníctva sa kryptomeny považujú za majetok. Ide o aktíva účtovnej jednotky, ktoré sú výsledkom minulých udalostí a je takmer isté, že zvýšia ekonomické úžitky účtovnej jednotky a dajú sa spoľahlivo oceniť. Virtuálne meny považujeme za krátkodobý finančný majetok iný ako peňažné prostriedky. Tu sa môže vynárať otázka, v akom okamihu sme povinný účtovať o príjme alebo výnose z virtuálnej meny? V prípade predaja virtuálnej meny, by to mal byť moment faktického nakladania s virtuálnou menou druhou stranou, teda v momente potvrdenia transakcie v blockchaine. V prípade výmeny jednej virtuálnej meny za inú, respektíve za tovar alebo za službu, by sa o výnose malo účtovať v okamihu, keď dôjde k obom prevodom. Tí, ktorí v predchádzajúcom období s kryptomenou obchodovali a predali ju so ziskom, nesmú zabúdať na povinnosť zdanenia tohto zisku. Zisky z obchodovania s virtuálnymi menami je potrebné zahrnúť do daňového priznania. Ministerstvo financií SR preto pripravilo metodické usmernenie, v ktorom uvádza, kto a ako by mal takéto virtuálne meny zdaňovať. Dani z príjmu tak podlieha príjem z obchodovania s virtuálnou menou, ale aj akákoľvek jej výmena za tovary a služby. Podľa Metodického usmernenia sa teda príjem plynúci z predaja virtuálnej meny podľa zákona o dani z príjmov považuje za zdaniteľný príjem. Za predaj meny sa na účely zdanenia považuje akákoľvek výmena virtuálnej meny, a to výmena virtuálnej meny za majetok, za poskytnutie služby, odplatný prevod alebo jej výmena za inú virtuálnu menu. Nákup a predaj virtuálnych mien je v rámci Európy oslobodený od DPH. Na druhej strane treba upresniť, že pri platbe kryptomenou za tovary a služby už treba brať do úvahy aj DPH. Dodanie tovarov alebo služieb v kryptomene podlieha DPH rovnako, ako by podliehalo, ak by sa predávalo za eurá.

3.2 Oceňovanie virtuálnej meny

Virtuálna mena sa oceňuje ku dňu nadobudnutia reálnou hodnotou rovnako, ako cenné papiere určené na obchodovanie. To platí aj v prípade, ak ide o mikro účtovnú jednotku, účtovnú jednotku, ktorá nie je založená alebo zriadená na účel podnikania a účtovnú jednotku, ktorá účtuje v systave jednoduchého účtovníctva. Virtuálna mena získaná v procese tzv. ťaženia sa do dňa jej vyradenia výmenou alebo iným spôsobom eviduje v podsúvahe, resp. v pomocnej knihe. V deň realizácie výmeny sa zaúčtuje v reálnej hodnote.

Majetok (okrem peňažných prostriedkov) nadobudnutý výmenou za virtuálnu menu sa ku dňu uskutočnenia účtovného prípadu oceňuje reálnou hodnotou – trhovou cenou virtuálnej meny. Uvedené ocenenie sa považuje za vstupnú cenu majetku aj pre účely zdanenia. Rovnaký postup sa uplatní aj pri ocenení virtuálnej meny nadobudnutej za inú virtuálnu menu ku dňu jej pripísania do peňaženky virtuálnej meny.

Rozdiely vzniknuté v účtovníctve do času pripísania alebo úbytku virtuálnej meny sa účtujú s vplyvom na výsledok hospodárenia. (Kubaščíková, Pakšiová, 2015) Na ocenenie úbytku rovnakého typu virtuálnej meny účtovná jednotka môže použiť metódu váženého aritmetického priemeru alebo metódu FIFO (spôsob, keď prvá cena na ocenenie prírastku príslušného druhu majetku sa použije ako prvá cena na ocenenie úbytku tohto majetku). V tejto súvislosti je dôležité, aby účtovná jednotka upravila oceňovanie virtuálnej meny vo vnútornom

predpise. Ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka sa virtuálna mena nepreceňuje na reálnu hodnotu. (Metodické usmernenie MF SR č. MF/10386/2018-721 k postupu zdaňovania virtuálnych mien, 2018)

4 Záver

V našom príspevku sme sa pokúsili o širší pohľad na problematiku virtuálnej meny. Oblasť ako definovanie virtuálnej meny, druhy virtuálnych mien, spôsoby jej obstarania, vlastníctva resp. predaja, softvérové riešenia a v nekonečnom rade spôsoby účtovania, vykazovania, oceňovania a zdaňovania virtuálnej meny sú spracované vo vzájomnej jednote a prepojení a tiež umožňujú na jednotlivé okruhy a problémy načrtnuté v tomto príspevku nadviazať v nasledujúcich príspevkoch autora.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0517/20 *Virtuálne kryptosiete ako relevantný nástroj na elimináciu ekonomickej kriminality.*

Literatúra

- [1] Akoobchodovat.sk. (9.4.2020) [online] Dostupné na: <https://akoobchodovat.sk>. [cit. 2020-03-11]
- [2] Ekonomická encyklopédia. (2019). (20.12.2019). [online]. Dostupné na: <https://www.euroekonom.sk/servis/sekcie-ekonomickej-encyklopedie/> [cit. 2020-03-25]
- [3] Euroekonom.sk. (2018). Kryptomeny a virtuálne peniaze (13.1.2018) [online] Dostupné na: <https://www.euroekonom.sk/financie/kryptomeny-a-virtualne-peniaze/> [cit. 2020-03-09]
- [4] Gazdarica, M. (2018). Jednoduché nakupovanie kryptomien: slovenská kryptomenová zmenáreň KryptoTop (11.4.2018). [online]. Dostupné na: <https://kryptoportal.sk/jednoduche-nakupovanie-kryptomien-slovenska-kryptomenova-zmenaren-kryptotop/> [cit. 2020-03-14]
- [5] Juhászová, Z., Markovič, P., Mokošová, D. (2014) Fair value and its importance for financial decision-making. Registrovaný: Web of Science. *IFRS: global rules & local use. International scientific conference. IFRS: global rules & local use : proceedings of the 2nd International scientific conference, Prague, october 10, 2014. Prague : Anglo-American University, 2014*, 64-69.
- [6] Kubaščíková, Z., Pakšiová, R. (2015). Impact of accounting standards on the results of financial analysis. Registrovaný: Web of Science. *IFRS: global rules & local use. International scientific conference. IFRS: global rules & local use : proceedings of the 3rd international scientific conference : Prague, october 8–9, 2015 : Anglo-American University, Prague - Czech Republic. Prague : Anglo-American University, 2015*, 150-155.
- [7] Lomjanská, J. (2019a). Najlepšie informačné zdroje a aplikácie pre každého Kryptoinvestora (24.6.2019) [online]. Dostupné na: <https://kryptoportal.sk/najlepsie-informacne-zdroje-a-aplikacie-pre-kazdeho-kryptoinvestora/> [cit. 2020-03-14]
- [8] Lomjanská, J. (2019b). Nový software na ťažbu kryptomien maximalizuje výkonnosť a ziskovosť (10.01.2019) [online]. Dostupné na: <https://kryptoportal.sk/novy-software-na-tazbu-kryptomien-maximalizuje-vykonnost-a-ziskovost/> [cit. 2020-03-16]
- [9] Metodické usmernenie č. MF/10386/2018-721 k postupu zdaňovania virtuálnych mien. (2018). *Finančný spravodajca* č. 3/2018. [online] Dostupné na: <http://www1.mfsr.sk/Default.aspx?CatID=11641> [cit. 2020-03-14]
- [10] Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky zo 16. decembra 2002 č. 23054/2002-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej

účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva v znení neskorších úprav.

- [11] Smernice Európskeho parlamentu a rady (EÚ) 2018/843 z 30. mája 2018, ktorou sa mení smernica (EÚ) 2015/849 o predchádzaní využívania finančného systému na účely prania špinavých peňazí alebo financovania terorizmu a smernice 2009/138/ES z 25. novembra 2009 o prístupe k poisťovacej a zaisťovacej činnosti a jej výkonu a 2013/36/EÚ o prístupe k činnosti úverových inštitúcií a o prudenciálnom dohľade nad úverovými inštitúciami a investičnými spoločnosťami.
- [12] Soukupová, B., Šlosárová, A., Baštincová, A. (2004). *Účtovníctvo: vysokoškolská učebnica*. Bratislava: Iura Edition.
- [13] Wikipedia - Kryptomena. (2020). Kryptomena (7.4.2020). [online]. Dostupné na: <https://wikipedia.org>. [cit. 2020-03-11]
- [14] Zákon č. 431/2002 Z.z. o účtovníctve z 18. júna 2002 v znení neskorších úprav.
- [15] Zákon č. 595/2003 Z.z. o dani z príjmov zo 4. decembra 2003 v znení neskorších úprav.
- [16] Zákon č. 213/2018 Z.z. o dani z poistenia a o zmene a doplnení niektorých zákonov z 20. 6.2018 v znení neskorších úprav.
- [17] Zákon č. 222/2004 Z.z. o dani z pridanej hodnoty v znení neskorších úprav.

Využitie časových radov v ekonomickej praxi

Daniela Sivašová¹

Abstrakt

Kľzavý priemer (Moving Average – MA) patrí k základným a najstarším indikátorom technickej analýzy. Svoju obľubu si získal zásluhou jednoduchosti a flexibility. Veľkou prednosťou použitia kľzavých priemerov je ich jednoduchosť a skutočnosť, že investora pomerne rýchlo informujú o tendencii vývoja sledovaného časového radu, ktorý je eliminovaný od sezónnych a cyklických výkyvov. Pre investora je dôležitý vývoj krátkodobého kľzavého priemeru, ktorý skôr reaguje na zmenu trendu vývoja a jeho porovnanie s dlhodobým kľzavým priemerom vytvára lepšie signály pre nákup a predaj. Informuje o nálade finančného trhu, šumu trhu, volatility trhu ako aj falošných signálov trhu. Zjednodušene môžeme povedať, že kľzavý priemer vyhladzuje priebeh finančného inštrumentu a vďaka tomu sa dá lepšie porovnať trh. Technika kľzavého priemeru je veľmi účinným nástrojom pre potvrdenie obratu trendu a umožňuje relatívne zavčasu reagovať na vzniknutú situáciu. Tento nástroj pomáha obchodníkovi, investorovi potvrdiť, či jeho zámer a cena aktíva sú v súlade s aktuálnym trendom. Kľzavé priemery sa dajú využiť ako užitočný prostriedok pri analýze cien trhových aktív, ale zároveň sú aj účinným doplnkom k iným nástrojom technickej analýzy. Táto štatistická technika tvorí nutný základ vedomostí, ktoré sa pri praktickom obchodovaní využívajú. Obrovská dynamika trhov vystavuje denne všetkým investorom rôznym nástrahám finančného trhu. Tie sú spojené s veľkými rizikami. Nájsť tú správnu cestu k úspechu je veľmi náročné a vyžaduje to tvrdú prácu, znalosť trhu, jeho fungovanie a tiež dostatok odvahy postaviť sa tvárou v tvár možným rizikám plynúcim z obchodovania.

Kľúčové slová

Technická analýza, kľzavý priemer, finančný trh

Abstract

Moving average (MA) is one of the oldest and basic technical analysis indicators. Their popularity has gained due to the merit of simplicity and flexibility. A big advantage of using moving averages is their simplicity and the fact that they quickly inform investor about the tendency of observed time series development, which is eliminated from the seasonal and cyclical fluctuations. For investor a short-term moving average development is important, which responds more to change of the development trend and in the comparison with the long-term moving average it produces better signals for buying and selling. It informs about the mood of the financial market, the market noise, volatility market as well as false market signals. Simply, we can say that the moving average smoothes the course of the financial instrument and because of it, it may be better to compare the market. Moving average technique is a very effective tool to confirm the reversal trend and it allows relatively early to respond to the situation. This tool helps the trader and investor to confirm whether its plan assets and costs are in the line with the current trend. Moving averages can be used as a useful tool in the market prices analysis of assets, but they are also an effective complement to other instruments of technical analysis. This statistical technique constitutes the necessary basis of knowledge to be used in the practice of marketing. Tremendous growth of markets exposes daily all investors to the various pitfalls of the financial market. They are associated with large risks. To find the

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, daniela.sivasova@euba.sk.

right path to the success is very difficult and requires hard work, knowledge of the market, its operation and also the courage to stand up in the face of possible risks arising from trading.

Key words

Technical analysis, moving average, financial market

JEL classification

C22

1 Úvod

Princípy technickej analýzy sa používajú pri sledovaní finančných tokov. Väčšina obchodníkov, ktorí pôsobia na devízovom trhu uprednostňujú pri svojej práci najviac technickú analýzu. Technická analýza je založená na štúdiu historických cien, na základe ktorých sa predpovedajú budúce ceny. Môžeme konštatovať, že ide o štúdium vzťahu medzi časom a cenou. Technická analýza je jedným zo spôsobov, ako analyzovať trend. Používa grafy, tabuľky, priamky a snaží sa predpovedať pohyby cien akcií, menových párov alebo komodít. Je založená na predpovedaní budúcich cenových pohybov v závislosti na sledovaní minulého pohybu cien. Cenové dáta sú jednou z najčastejšie analyzovaných informácií, ktorú technickí obchodníci analyzujú.

2 Ekonomické časové rady

Ekonomovia používajú štatistiku na modelovanie ekonomiky, predpovedanie ekonomického vývoja a pri rozhodovaní v hospodárskej politike. V bankovníctve sa štatistické metódy používajú pri rozhodovaní o poskytnutí úverov. V poisťovníctve sa štatistika používa pri výpočtoch výšky poisťného, ale aj pri odhaľovaní poisťných podvodov.

Štatistické metódy poskytujú pre finančníkov neoceniteľnú pomoc ako analyzovať výkonnosť svojej finančnej stratégie. Štatistické údaje slúžia ako indikátory sily finančného systému a investorovi napovedajú, či je na správnej ceste k úspechu. Pomocou kvalitnej analýzy a správnym interpretovaním výsledkov investor môže vylepšiť nedostatky a v predstihu odstrániť zvýšené finančné riziko [1].

Pri skúmaní trendovej zložky časového radu ide v praxi hlavne o vymedzenie vplyvu takých činiteľov, ktoré pôsobia dlhodobo a tým určujú hlavný smer vývoja daného časového radu. Riešenie tejto úlohy zodpovedá hľadaniu takej čiary, ktorá by najlepšie vystihla hlavný vývoj daného časového radu [4].

V prípade, že okrem sledovaného ukazovateľa máme k dispozícii aj relevantné ukazovatele z iných zdrojov, je možné na postupnú aktualizáciu hodnôt časového radu využiť aj bayesovské metódy [3].

K najjednoduchším z adaptívnych prístupov patrí **metóda kĺzavých priemerov**. Ide o výpočet kĺzavých priemerov počítaných vždy z obdobia určitého počtu hodnôt, pričom toto obdobie sa postupne posúva – kĺže. Pomocou kĺzavých priemerov sa modeluje trendová zložka a pri vhodnej voľbe dĺžky kĺzavého obdobia sa dá ich aplikáciou odstrániť sezónnosť [5]. Kĺzavý priemer patrí medzi najstaršie a zároveň základné nástroje technickej analýzy. Význam kĺzavého priemeru spočíva v jeho vyhodnotení býčích alebo medvedích nálad finančného trhu, šumu finančného trhu, volatility trhu, falošných signálov trhu a podobne [1].

3 Využitie vybraných kľzavých priemerov vo finančnej praxi

Pri analýze časového radu je pozornosť venovaná metóde prekríženia kľzavých priemerov na menovom páre EUR/USD. Tento finančný inštrument predstavuje najobchodovanejší forexový pár. Údaje boli získané z obchodnej platformy MetaTrader 4.

Na grafe je znázornený časový rad kurzov menového páru EUR/USD za sledované obdobie od 6. júla 2012 po 22. máj 2015. Je použitý typ sviečkového grafu, pretože ten má u obchodníkov najväčšiu obľubu pre jeho dobrú vypovedaciu schopnosť. V uvedenom prípade ide o 1-dňový graf, takže jedna sviečka reprezentuje cenový pohyb za jeden deň. Voľba periodicity grafu je súčasťou stratégie obchodníka. Stratégia je veľmi subjektívnou záležitosťou, ktorá sa odvíja od konkrétneho cieľa každého obchodníka. V rámci prezentovanej stratégie je časový rad analyzovaný na základe uzatváraciej ceny. Ďalej sú stanovené podmienky potvrdenia obratu trendu. Prvou podmienkou je percentuálna zmena uzatváraciej ceny väčšia ako 1 % a druhou podmienkou je trvanie trendu dlhšie ako 15 dní. Obrat trendu sa považuje za potvrdený v prípade, že budú splnené obe podmienky súčasne. Na základe potvrdených zmien je vyhodnotená percentuálna úspešnosť jednotlivých typov kľzavých priemerov.

Graf 1: Vývoj údajov testovaného časového radu



Zdroj: vlastné spracovanie

• **Jednoduchý kľzavý priemer (SMA)** dĺžky n predstavuje aritmetický priemer posledných n – pozorovaní. Každému pozorovaniu prináleží rovnaká váha $1/n$. Jednoduchý kľzavý priemer je vyjadrený vzťahom:

$$S_t(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} p_{t-i}$$

kde: p_t predstavuje hodnotu kurzu v čase t a n vyjadruje dĺžku kľzavého priemeru.

Na uvedenom grafe 2 je vidieť okrem vývoja kurzov menového páru aj dve ďalšie krivky. Modrá krivka (bledšia) predstavuje 50-dňový SMA a červená krivka (tmavšia) 200-dňový SMA. Najzaujímavejšie sú body, v ktorých sa tieto dva priemery stretnú - prekrížia. Výsledky prekríženia sú zhrnuté v tabuľke 1. Hodnoty sú získané spracovaním údajov z platformy MetaTrader, v tabuľkovom procesore Microsoft Excel 2013.

Graf 2: Prekríženia jednoduchých klzavých priemerov



Zdroj: vlastné spracovanie

V tabuľke 1 sú uvedené nasledovné skutočnosti:

- trvanie – počet dní od posledného prekríženia priemerov,
- rozsah – rozdiel uzatváracích cien medzi dvomi prekrížzeniami,
- zmena v % - percentuálna zmena, ktorá je vypočítaná vzťahom $100 \times \text{rozsah} / \text{close}$ podmienky – podmienky potvrdenia obratu trendu, ktoré sú v danom prípade určené tak, že ak bola podmienka splnená, priradila sa hodnota jedna, ak splnená nebola, priradená bola hodnota nula,
potvrdenie trendu – ak sa obom podmienkam priradila hodnota 1, považuje sa obrat trendu za potvrdený.

Tabuľka 1: Vyhodnotenie výsledkov prekríženia SMA

Trvanie	Rozsah	Zmena %	Podmienky		Potvrdenie trendu
			> 1 %	> 15 dní	
182	0,0156	1,2079	1	1	áno
112	0,0176	1,3437	1	1	áno
334	0,0322	2,4275	1	1	áno

Zdroj: vlastné výpočty

Z tabuľky je zjavné, že počas celého sledovaného obdobia vznikli tri prekríženia. Pri prvom prekrížení sa obom podmienkam pridelila hodnota 1, ktorá znamená jej splnenie, čo predstavuje základ pre potvrdenie obratu trendu a v tomto prípade sa potvrdil. K takému istému vyhodnoteniu sa dospelo aj v ďalších prekríženiach, čo znamená, že z troch prekrížení, ktoré v danom časovom rade za sledované obdobie vznikli, sa všetky tri potvrdili. Na základe tejto analýzy môžeme skonštatovať, že prostredníctvom jednoduchého klzavého priemeru dosiahla metóda prekríženia klzavých priemerov 100 % úspešnosť.

Ukážka v grafe 3 zobrazuje konkrétny príklad prekríženia, ktoré vzniklo v jednom dni. V čiernom krúžku na grafe 3 je vidieť prekríženie SMA 50 a SMA 200. Krátkodobejší klzavý priemer pretína dlhodobý smerom zhora nadol, čo pre obchodníka predstavuje predajný signál. Je zreteľne vidieť, že pred dátumom prekríženia bol trend rastúci a potom začína klesať. To znamená, že cena aktíva začína klesať a preto je v tomto období výhodné predávať.

Graf 3: Ukážka prekríženia SMA



Zdroj: vlastné spracovanie

- **Exponenciálny kľzavý priemer (EMA)** - Pri jednoduchom kľzavom priemere používame váhy s rovnakou hodnotou pre všetky pozorovania sledovaného obdobia. Exponenciálny kľzavý priemer kladie dôraz na aktuálnejšie hodnoty a tým umožňuje analytikom rýchlejšie reagovať na zmeny v posledných cenách. Najaktuálnejšie hodnoty majú najväčšiu váhu a smerom do minulosti váhy exponenciálne klesajú. Váha poslednej hodnoty závisí od zadanej periódy kľzavého priemeru. Vo finančnej praxi sa najviac využíva nasledovný tvar výpočtu:

$$E_t(n) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha(1-\alpha)^i p_{t-i} + (1-\alpha)^{t-i} p_1$$

$$\text{kde: } \alpha = \frac{2}{n+1}$$

Exponenciálny kľzavý priemer kladie dôraz na aktuálnejšie hodnoty a tým umožňuje analytikom rýchlejšie reagovať na zmeny v posledných cenách. Váha priradená najaktuálnejšej hodnote sa nazýva **vyhladzovací faktor (smoothing factor)**.

Graf 4: Prekríženia exponenciálnych kľzavých priemerov

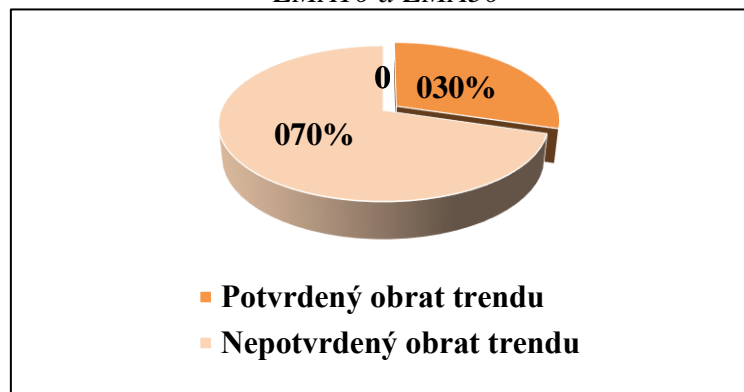


Zdroj: vlastné spracovanie

Na grafe 4 je opäť vidieť dve krivky, jedna modrá (svetlejšia) krivka predstavuje 10-dňový EMA (EMA 10) a druhá červená (tmavšia) krivka predstavuje 50-dňový EMA (EMA 50). Výsledky prekrížení priemerov za celé sledované obdobie sú zhrnuté v grafe.

Počas sledovaného časového obdobia od 6. júla 2012 do 22. mája 2015 vzniklo 24 prekrížení. Z toho stanovenú podmienku potvrdilo 7 prekrížení, na základe čoho sa môže konštatovať, že metóda prekríženia exponenciálnych klzavých priemerov dosiahla úspešnosť 29,67 %.

Graf 5: Percentuálne vyhodnotenie výsledkov prekríženia EMA10 a EMA50



Zdroj: vlastné spracovanie

Na uvedenom grafe 6 je vidieť, že pred prekrížením, ktoré je v čiernom krúžku, EMA 10 pretína EMA 50 smerom zhora nadol, čo signalizuje vhodnú situáciu na predaj.

Graf 6: Ukážka prekríženia EMA



Zdroj: vlastné spracovanie

• **Vážený klzavý priemer (WMA)** používa lineárne rozložené váhy. Najväčšiu váhu majú najaktuálnejšie hodnoty, ktoré smerom do minulosti lineárne klesajú.

Tento priemer je vyjadrený vzťahom:

$$W_t(n) = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i) p_{t-i}$$

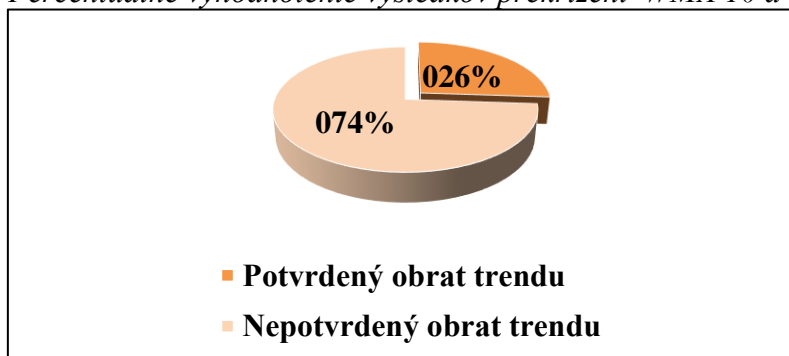
V danom časovom rade vzniklo 23 prekrížení WMA 10 a WMA 50. Z celkového počtu 23 prekrížení sa obrat trendu potvrdil v šiestich prípadoch, čiže dosiahnutá úspešnosť bola na úrovni 26,09 %.

Graf 7: Prekríženia vážených kľzavých priemerov



Zdroj: vlastné spracovanie

Graf 8: Percentuálne vyhodnotenie výsledkov prekrížení WMA 10 a WMA 50



Zdroj: vlastné spracovanie

Na grafe 9 je vidieť, že krátkodobý WMA 10 prekrízuje dlhodobější WMA 50 smerom zdola nahor, čo predstavuje nákupný signál. Vidíme, že po prekrížení nasleduje výrazný rast, čo znamená, že cena aktíva bude stúpať. Preto nastal vhodný moment na nákup.

Graf 9: Ukážka prekríženia WMA



Zdroj: vlastné spracovanie

4 Vyhodnotenie úspešnosti kĺzavých priemerov

Každý obchodník stojí na začiatku svojho obchodovania pred rozhodnutím, aký nástroj technickej analýzy bude využívať. Jednou z najobľúbenejších a najvyužívanejších metód je metóda prekríženia kĺzavých priemerov, pomocou ktorej sme analyzovali časový rad vývoja kurzu menového páru EUR/USD. Jednou z možností aplikácie kĺzavých priemerov je zisťovanie nákupného alebo predajného signálu, pri ktorom sa porovnávajú kĺzavé priemery s aktuálnym kurzom. Veľmi dôležitá je správna voľba dĺžky kĺzavého priemeru. Pri analýze hlavného trendu sa často používa 200-denný kĺzavý priemer (200MA), pri analýze strednodobého trendu ide väčšinou o použitie 50-denného kĺzavého priemeru (50MA) a pri krátkodobějších pozorovaniach sú to len niekoľkodňové kĺzavé priemery napr. 15MA [1].

V rámci analýzy boli aplikované tri základné typy kĺzavých priemerov. Dosiahnuté výsledky a ich percentuálna úspešnosť je uvedená v tabuľke 2. Jednoduchý kĺzavý priemer (SMA) v daných prípadoch vykazuje percentuálne najlepšiu úspešnosť. Exponenciálny kĺzavý priemer (EMA) a vážený kĺzavý priemer (WMA) majú nižšiu percentuálnu úspešnosť a rozdielnosť medzi nimi je pomerne malá. V praxi je široká možnosť využitia aj ďalších kĺzavých priemerov.

Tabuľka 2: Vyhodnotenie úspešnosti jednotlivých typov kĺzavých priemerov

Použitý typ kĺzavého priemeru	Celkový počet prekrížení	Potvrdený počet prekrížení	Percentuálna úspešnosť
EMA	24	7	29,67%
WMA	23	6	26,09%
SMA	3	3	100%

Zdroj: vlastné výpočty

5 Záver

V rámci analýzy boli aplikované tri základné typy kĺzavých priemerov. Dosiahnuté výsledky a ich percentuálna úspešnosť je uvedená v tabuľke 2. Jednoduchý kĺzavý priemer (SMA) v daných prípadoch vykazuje percentuálne najlepšiu úspešnosť. Exponenciálny kĺzavý priemer (EMA) a vážený kĺzavý priemer (WMA) majú nižšiu percentuálnu úspešnosť a rozdielnosť medzi nimi je pomerne malá. V praxi je široká možnosť využitia aj ďalších kĺzavých priemerov.

Literatúra

- [1] Demjan, V., Ižip, R. & Moravčík, M. (2011). *Pravda a mýty o forexe*. Bratislava: TRIM S&P, s. r. o.
- [2] Hartman, O. (2014). *Jak se stat forexovým obchodníkem*. Praha: FXstreet.cz s. r. o.
- [3] Kotlebová, E. (2009). *Bayesovská štatistická indukcia v ekonomických aplikáciách*. Bratislava : EKONÓM.
- [4] Kotlebová, E. a kolektív. (2017). *Štatistika pre bakalárov v praxi*. Bratislava: EKONÓM.
- [5] Šoltés, E. a kolektív. (2015). *Štatistické metódy pre ekonómov*. Bratislava: Wolters Kluwer.
- [6] Tkáčová, D., Belás, J., Horváthová, E., Chovancová, B. & Malacká, V. (2017). *Finančné trhy a bankovníctvo*. Bratislava: Wolters Kluwer.

Informačné technológie so zameraním na cloud computing – analýza výhod a nevýhod

Mária Szivósová¹

Abstrakt

So slovom cloud computing sa stretávame v posledných rokoch čoraz častejšie. Cloud využívajú už nielen veľké, ale aj malé firmy a ak nie, tak o ňom aspoň uvažujú. Taktiež prenikol aj medzi laické osoby, ktoré vo väčšej miere využívajú skôr len dátové úložisko prevažne v smartfónoch alebo v počítačoch. Cloud má mnoho výhod, ktoré si firmy uvedomujú, no ešte stále je diskutabilná bezpečnosť uložených dát v cloude. V príspevku sa zameriavame na troch najväčších poskytovateľov cloudu a to Amazon Web Services, Microsoft Azure a Google Cloud Platform. Po dôkladnej analýze definujeme výhody a nevýhody cloudovej služby uvedených spoločností, so zameraním sa na jednu konkrétnu službu, ktorú poskytujú všetci traja poskytovatelia.

Kľúčové slová

cloud computing, poskytovatelia cloudov, inštančné typy, infraštruktúra ako služba

Abstract

We have been seeing cloud computing more and more often in recent years. The cloud is used not only by large but also small businesses, and if not at least considering it. It has also penetrated among lay people, who are more likely to use only data storage mostly on smartphones or computers. The cloud has many benefits that businesses are aware of, but the security of stored data in the cloud is still debatable. The paper focuses on the three largest cloud providers, Amazon Web Services, Microsoft Azure and Google Cloud Platform. After a thorough analysis, we define the benefits and risks of the cloud services of these companies, focusing on one particular service provided by all three providers.

Key words

cloud computing, cloud providers, instance types, Infrastructure as a Service

JEL classification

M15

1 Úvod

Cloud má mnoho výhod, ktoré si firmy uvedomujú, no ešte stále je diskutabilná bezpečnosť uložených dát v cloude. Cloud neustále rastie hlavne vďaka tomu, že je ľahko dostupný a môžeme ho využívať na miestach, kde máme možnosť prístupu na internet.

Mnohí používatelia cloudu často netušia, čo vlastne slovo cloud znamená. Postačuje im len fakt, že danú službu využívajú a vôbec sa nezaujímajú o spôsob, aby vedeli ako táto služba funguje, alebo kde sa fyzicky nachádzajú zdroje, ktoré ju poskytujú. Ak chceme vedieť viac o modele cloud computingu, je užitočné spoznať vývoj informačnej techniky a komunikačných technológií. [7]

Pojem cloud sa využíva na reprezentáciu internetu a mnohých sieťových infraštruktúr, ktoré sú zapojené do komunikácie. Väčšia časť konečných používateľov cloud computingu nemá poznatky o technológii a infraštruktúre, ktorú využíva. Nemajú poznatky o umiestnení

¹ Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, maria.szivosova@euba.sk.

spomínanej infraštruktúry a taktiež nemôžu ovplyvniť chod infraštruktúr, ktoré podporujú ich mnohé počítačové a mobilné aplikácie.

V rokoch 1960-1970 bol zaznamenaný vývoj prvých mainframe počítačov od spoločnosti IBM. Následne v decembri 1980-85 boli vyvinuté minipočítače. Roky 1985-90 sa niesli v znamení vývoja osobných počítačov. Spoločnosť Sun a Microsoft sa spolu podieľali na vývoji architektúry klient-server a to v rokoch 1990-95. Následne sa počas ďalších piatich rokov začali využívať webové služby. V rokoch 2001 - 2008 sa objavila mobilná technológia. Po tomto roku sa v oblasti výpočtovej techniky dostáva do popredia cloud computing. V súčasnej dobe môžeme tvrdiť, že sa nachádzame v ére cloud computingu. [6]

2 Modely služieb cloud computingu

Modely sa zaoberajú tým, čo býva v rámci služby poskytované, a to buď softvérom alebo hardvérom, ale aj ich kombináciou. Jednotlivé modely sa rozlišujú podľa toho, aké služby poskytujú. Základné modely cloudu sú:

- Softvér ako služba (SaaS)
- Platforma ako službu (PaaS)
- Infraštruktúra ako služba (IaaS)

Softvér ako Služba

Softvér ako Služba (SaaS) je softvérový licenčný model. Prístup k danému modelu je umožnený formou predplatného. Softvér, ktorý chceme používať, nie je na serveroch umiestnených v podniku, ale na externých serveroch. K Softvéru ako Službe sa spravidla prístupuje pomocou webového prehliadača. Ak sa chcú používatelia do systému prihlásiť, musia použiť svoje špecifické prihlasovacie meno a heslo. Keď používame SaaS, nie je potrebné, aby si používatelia inštalovali softvér do svojich zariadení (počítačov, tabletov, mobilov, atď.), ale v tomto prípade je dôležitý hlavne prístup na internet. V súčasnosti je nevyhnutné používanie SaaS v podnikoch. Podniky to využívajú na udržiavanie zákazníkov, v oblasti ľudské zdroje, obstarávanie, dátové úložisko a atď. Technológia SaaS je používaná takmer vo všetkých podnikoch. Medzi prvými používateľmi danej technológie boli spoločnosti s technologickým zameraním. [3]

Organizácie, ktoré používajú SaaS, nemusia inštalovať aplikácie do vlastných počítačov a dátových centier, čím sa značne znížia náklady na správu informačného systému (hardvér, údržba, licencovanie, inštalácia a tiež podpora softvéru). SaaS poskytuje kompletne softvérové riešenie, ktoré získame od poskytovateľa cloudových služieb na určitú dobu, a to na dobu odvíjajúcu sa od výšky platby. [3]

Príklady bežného používania SaaS v organizáciách:

V prípade, že využívame akúkoľvek webovú e-mailovú službu, tak potom ste sa už stretli so systémom SaaS. Ak chceme použiť niektorú službu, musíme sa prihlásiť do svojho konta cez internet pomocou webového prehliadača. Tak ako e-mailový softvér, tak aj vaše správy sú uložené u poskytovateľa cloudových služieb. K e-mailom môžeme pristupovať z hociktorého miesta na svete na ľubovoľnom počítači pokiaľ ste pripojený na internetovú sieť. E-mailová služba, ktorá bola spomenutá vyššie je bezplatná, ak sa využíva pre osobné použitie. Aplikácie, ako napríklad e-mail, správa dokumentov, kalendáre a sofistikované obchodné aplikácie, ako je riadenie vzťahov so zákazníkmi (CRM), plánovanie podnikových zdrojov (ERP), ktoré zvyšujú produktivitu si môžeme prenajať. Platíme za obdobie, na ktoré si chceme danú službu alebo aplikáciu prenajať, alebo podľa výšky úrovne, ktorú chceme využívať.

Platforma ako Služba

Platformu ako službu (PaaS) môžeme chápať, že je to kompletne prostredie vývoja i nasadenia v cloud s dostupnými zdrojmi, ktoré nám umožnia poskytovať rôzne aplikácie. Jednoduché aplikácie, ktoré sú založené na cloudových aplikáciách, ale aj prepracované

podnikové aplikácie, ktoré podporujú cloud. Potrebné zdroje získame od poskytovateľa cloudových služieb na základe platobného styku a prístupujeme k nim cez zabezpečené internetové pripojenie. [3]

Paas podobne ako IaaS, taktiež zahŕňa middleware, služby business intelligence (BI), nástroje na vývoj, databázové systémy, ale aj infraštruktúru-servery, siete, úložné zariadenia a iné. Paas je určený k budovaniu, testovaniu, nasadeniu, spravovaniu aktualizácií, čo je vlastne podpora životného cyklu všetkých webových aplikácií.

Prostredníctvom služby PaaS sa dokážeme vyhnúť zbytočným nákladom a zložitým nákupom, riadeniu a spravovaniu softvérových licencií, middleware, základnej aplikačnej infraštruktúry, a ďalších iných zdrojov. Spravujeme iba aplikácie a služby, ktoré vyvíjame a poskytovateľ cloudových služieb nám spravuje všetko ostatné.

Príklady bežného používania PaaS v organizáciách:

Vývojový rámec: PaaS zabezpečuje poskytnutie rámca, na ktorom môžu vývojári vyvíjať, alebo prispôbovať podľa seba rôznorodé aplikácie založené na cloudových aplikáciách. Predstavme si spôsob vytvárania makra v programe Excel, je to dosť podobné. PaaS dovoľuje vývojárom vytvoriť rôzne aplikácie s pomocou zabudovaných dostupných softvérových komponentov.

Business intelligence a analytické nástroje: Tieto nástroje sú poskytnuté ako služba v programe PaaS. Organizácie vďaka týmto službám majú umožnené analyzovať a tiež vyhodnocovať svoje údaje, dolovať dáta, vyhľadávať rôzne náhľady a modely, na základe ktorých môžu predpovedať výsledky, rozhodnutia o návrhoch produktov, návratnosti investícií a ďalšie rozhodnutia v rámci manažérskych, riadiacich a finančných pozícií.

Poskytovatelia služieb modelu PaaS môžu ponúkať ostatné služby, ktoré nazývame doplnkové služby. Tieto služby vylepšujú (zdokonaľujú) aplikácie ako napríklad plánovanie, adresár, pracovný postup a bezpečnosť. [3]

Infraštruktúra ako Služba

Virtualizované výpočtové zdroje poskytuje prostredníctvom internetu ďalšia forma zo služieb cloud computingu a to Infraštruktúra ako služba (IaaS). Patrí medzi tri primárne kategórie poskytovaných služieb cloud computingu.

Poskytovateľ cloudu v modeli IaaS poskytuje komponenty infraštruktúry. Tieto komponenty sa tradične vyskytujú vo veľkých dátových centrách, vrátane hardvéru pre ukladanie dát, sieťového hardvéru a serverov, ale tak isto aj vrstvu virtualizácie alebo hypervízora. [7]

Poskytovateľ IaaS taktiež dodáva mnohé služby, ktoré sprevádzajú komponenty infraštruktúry. Môžu slúžiť na prístup k protokolom, bezpečnosť, podrobnú fakturáciu, vyvažovanie záťaže, zálohovanie, obnovenie a replikáciu. Spomínané služby sú stále viac riadené politikou, čo dokáže umožniť používateľom IaaS implementovať väčšie množstvo úrovní automatizácie pre dôležité úlohy. Používatelia napríklad môžu implementovať zásady, ktoré sú vhodné na vyváženú záťaž, pri zachovaní dostupnosti a výkonnosti aplikácií.

Prostredníctvom širokopásmovej siete (WAN), ako napríklad internet, majú zákazníci IaaS prístup k potrebným zdrojom a službám. Následne môžu využívať poskytované cloudové služby na inštaláciu zostávajúcich prvkov z aplikačného balíka. Napríklad používateľ sa môže prihlásiť na platformu IaaS, aby si vytvoril virtuálny počítač (VM), nainštaloval požadovaný operačný systém pre každý vytvorený VM, vytvoril diskové partície pre pracovné zálohy. Monitorovanie výkonu, sledovanie nákladov, riadenie obnovy po havárii, vyváženie sieťovej prevádzky a riešenia problémov s aplikáciami, patria medzi služby poskytovateľa, ktoré môžu zákazníci využívať.

Modely cloud computingu požadujú od poskytovateľa spoluprácu. Poskytovateľ býva veľmi často organizácia z tretej strany, špecializovaná v predaji IaaS. Príkladmi z nezávislých

najväčších poskytovateľov IaaS sú napríklad: Google Cloud Platforma (GCP) a Amazon Web Services (AWS) a Microsoft Azure (Azure).

Príklady bežného používania IaaS v organizáciách:

Vývoj a testovanie: Tímy dokážu rýchlo pripraviť a nastaviť nielen vývojové, ale aj skúšobné prostredia, tým pádom budú na trh prinesené nové aplikácie rýchlejšie. Rýchlo a ekonomicky rozširovať, alebo znižovať vývojové a testovacie prostredie umožňuje systém IaaS.

Hostovanie webových stránok: Webové stránky, ktoré používajú IaaS, dokážu byť omnoho lacnejšie oproti tradičným hostingovým webovým službám.

Uloženie, záloha a obnovenie dát: IaaS je veľmi užitočná na zvládnutie stále rastúcich potrieb ukladania dát a nepredvídateľného dopytu. Pomáha tiež uľahčiť správu systémov, ich zálohovanie a obnovu.

3 Top poskytovatelia Cloud computingu vo svete

Úlohou každého poskytovateľa cloudových služieb je poskytovať širokú škálu produktov podľa aktuálnych požiadaviek používateľov, ktorí chcú využívať tieto služby. Do najviac využívaných cloudových služieb môžeme zahrnúť tieto:

- Compute
- Storage
- Database
- Networking and Content Delivery
- Management tools
- Development Tools
- Security

Poskytovatelia cloudov ponúkajú sériu preddefinovaných typov inštancií, pre každý spustený virtuálny server určujú typ procesora CPU (alebo GPU), počet jadier vCPU alebo vGPU, RAM a lokálne úložisko v HDD alebo SSD diskoch. Typ inštalácie určuje rýchlosť výpočtov a iné parametre výkonu, čo umožňuje optimalizovať cenu alebo výkon podľa rôznych požiadaviek na pracovné zaťaženie. Nasledujúce opisované spoločnosti ponúkajú svoje služby tak ako pre koncových zákazníkov, tak aj pre firmy.

Amazon Web Services (AWS) je najstarší a najskúsenejší hráč na trhu, založený na začiatku roku 2006, keď začal ponúkať služby IT infraštruktúry podnikom vo forme webových služieb, ktoré sú teraz bežne známe ako cloud computing. AWS má rozsiahly zoznam výpočtových služieb s funkciami nasadenia, mobilných sietí, databáz, úložného priestoru, bezpečnosti a mnoho ďalších. Ponúka už viac ako 200 služieb. Medzi najznámejšie patrí napríklad: Amazon Elastic Compute Cloud (Amazon EC2), Amazon S3, Amazon EC2 Container Service a ďalšie. Firmy, ktoré používajú AWS sú napríklad Netflix, Airbnb, BMW, Samsung, Philips a mnoho ďalších. [1]

AWS slúži viac ako miliónu aktívnych zákazníkov, vo viac ako 190 krajinách, v 21 geografických regiónoch, pričom ďalšie 4 už boli ohlásené. K tomu má 61 zón dostupnosti, každá zo zón je v realite dátové centrum. AWS neustále rozširuje svoju globálnu infraštruktúru, aby pomohol svojim zákazníkom dosiahnuť nižšiu latenciu a vyššiu priepustnosť a zabezpečil, že ich údaje sa nachádzajú len v regióne AWS. Keďže ich zákazníci rozširujú svoje podnikanie, spoločnosť AWS sľubuje, že bude naďalej poskytovať infraštruktúru, ktorá spĺňa ich globálne požiadavky. [1]

Výhody:

- Cenové plány sú založené skôr na skutočnom použití než na stanovenom mesačnom poplatku. To je atraktívne pre menšie organizácie, najmä pred ich zväčšením.
- Ukladací priestor je prispôsobiteľný. Je to niečo, čo nie všetky platformy poskytujú a jeho cena závisí od množstva a typu ukladacieho priestoru.

- Poplatky za podporu sú taktiež premenlivé a sú viazané na mesačné použitie. Opäť je to jedna z výhod pre organizácie, ktoré neočakávajú veľa podporných potrieb.
- Škálovateľnosť a flexibilita pre podporu obrovského počtu používateľov.
- Viac oblastí " dátových centier" oproti súčasnej konkurencii, globálny dosah.
- Môže sa pochváliť najvyšším počtom certifikačných štandardov pre priemyselné štandardy vrátane SOC 1 / SSAE 16 / ISAE 3402, SOC 2, SOC 3, HIPAA, PCI DSS úrovne 1, ISO 27001, FEDRAMP, DIACAP a FISMA, CSA, ITAR, FIPS 140-2, MPAA.

Nevýhody:

- AWS štandardne nezahŕňa podnikovú podporu, ktorá by sa mala dať zakúpiť ako doplnková služba.
- Spoločnosť AWS nemá silnú hybridnú cloudovú stratégiu pre tie firmy, ktoré chcú uchovávať citlivé údaje v súkromnom cloude.
- Široký katalóg ponúk môže byť pre niektorých používateľov ohromujúci a ťažký na navigáciu.

Amazon Elastic Compute Cloud (Amazon EC2) je služba, ktorá poskytuje výpočtovú kapacitu v cloude. Webové rozhranie Amazon EC2 umožňuje získať a následne konfigurovať výpočtovú kapacitu. EC2 skraca čas potrebný na získanie a spustenie nových inštancií servera na minúty, čo umožňuje ako smerom nahor, tak aj nadol rýchlo škálovať požadovanú kapacitu podľa toho, ako sa menia požiadavky. Technológia, na ktorej je založené EC2 sa nazýva Xen.

Za EC2 prenajaté inštancie môžeme platiť štyrmi spôsobmi a to: On-Demand, Reserved Instances, Spot Instances a Dedicated Hosts. On-Demand znamená, že na požiadanie platíme za výpočtovú kapacitu za hodinu podľa toho, ktorú konkrétnu inštanciu si prenajmeme. Nevyžadujú sa žiadne dlhodobější záväzky ani zálohové platby vopred. Ostatné spomínané spôsoby ponúkajú špeciálne určené zľavy podľa doby prenájmu, platby vopred a iných faktorov.

Amazon EC2 obsahuje skúšobnú verziu. Táto skúšobná verzia AWS Free Tier zahŕňa v sebe 750 hodín mesačne s Operačným systémom Linux a Windows na inštancii t2.micro po dobu jedného roka. Ak chceme používať skúšobnú verziu nemôžeme odísť s inštancie t2.micro. Obsahuje v sebe 1 vCPU a 1 GB pamäte.

Amazon EC2 ponúka široký výber inštančných typov optimalizovaných pre rôzne používateľské prípady použitia. Inštančné typy v sebe zahŕňajú rôzne kombinácie pamäte, procesora, úložného priestoru a sieťovej kapacity pre vaše aplikácie. Každý typ inštancie v sebe obsahuje jednu alebo viac rôznych veľkostí inštancií. Existujú viaceré typy inštancií ako sú: General Purpose (t-series, m-series), Compute Optimized (c-series), Accelerated Computing (p-series), Memory Optimized (r-series) alebo Storage Optimized (i-series). [1]

Microsoft Azure bol predstavený vo februári 2010 a odvtedy získal veľkú reputáciu nielen medzi jeho súpermi, ale aj po celom svete. Táto platforma býva často porovnávaná so systémom AWS, pretože obaja poskytujú svojim zákazníkom úplný súbor služieb v oblastiach výpočtov, úložného priestoru, databáz, vytvárania sietí a mnoho ďalších. Microsoft Azure vlastní až 16 percent podielov na trhu s cloud computingom. Ponúka už cez 100 služieb. Medzi najznámejšie patrí napríklad: Virtual Machines, Azure Container Service, Azure Storage a ďalšie. Spoločnosti, ktoré používajú Microsoft Azure sú napríklad: Johnson Control, Adobe, HP, Coca Cola, Intel a mnoho ďalších.

Spoločnosť Microsoft so svojím cloudom Azure má viac globálnych regiónov než akýkoľvek iný poskytovateľ cloudových služieb. Ponúka rozsah potrebný na priblíženie aplikácií používateľom na celom svete a taktiež ponúka svojim zákazníkom komplexné možnosti služieb a odolnosti proti výpadku. V súčasnosti pokrýva 54 regiónov celosvetovo a ďalších 8 už bolo ohlásených. Celkovo je momentálne dostupný v 140 krajinách sveta. K tomu má 44 zón dostupnosti.

Výhody:

- Oproti konkurencii je Microsoft Azure omnoho viac používateľsky-user friendly - priateľské riešenie, nakoľko má veľmi jednoduché a zrozumiteľné nastavenie.
- Rozmanitosť cien umožňuje organizáciám všetkých veľkostí vybrať túto platformu. A náklady na skladovanie sú dané fixne na základe stanovenej sumy.
- Ďalšou výhodou z hľadiska nákladov je, že Microsoft zaokrúhľuje používanie až na najbližšiu minútu, zatiaľ čo takmer všetci ostatní zaokrúhľia na najbližšiu hodinu.
- Existuje množstvo technických plánov podpory, z ktorých každá má pevnú mesačnú cenu, a nie variabilné ceny. Organizácie vedia dopredu, za čo všetko budú platiť.
- Spoločnosť Microsoft Azure môže ponúknuť dohodu o úrovni nepretržitých služieb vo výške 99,95%, čo je približne len 4,38 hodín prestojov za rok.
- Jednoduchá integrácia pre firmy, ktoré už používajú veľké množstvo softvéru od spoločnosti Microsoft.

Nevýhody:

- Všetky služby spoločnosti Microsoft Azure podliehajú poplatkom za prenos údajov.
- Je potrebné platiť za podporu účtu, ak by sme chceli vytvoriť ticket s problémom.
- Funkcie sa zdajú byť obmedzené v porovnaní so systémom AWS.
- Podľa skúsenosti používateľov je Azure Machine Learningu (ML) oproti konkurencii trochu pomalší.

Azure Virtual Machine poskytuje výpočtovú kapacitu v rámci prenajatého cloudu. Má široký rozsah výpočtových riešení: fungovanie aplikácií, vývoj a testovanie, škálovanie dátového centra. Open-source softvéry si môžete nakonfigurovať spôsobom podľa vašich špecifikácií.

Hlavný spôsob platenia za Azure Virtual Machines je Pay as you go, čiže platíme len za to čo využijeme, t.j. len za minúté sekundy, bez žiadnych záväzkov alebo platbou dopredu so škálovateľnosťou podľa našich požiadaviek. Ak sa rozhodneme pre viazanosť aspoň na 3 roky a s platbou vopred je možnosť dosiahnuť zľavu až 70 %.

Azure skúšobná verzia je ponúkaná na jeden celý rok čiže 12 mesiacov, k tomu ako bonus obsahuje 200 USD na dokúpenie ďalších služieb na vyskúšanie. Obsahuje v sebe 25 služieb ktoré sú zadarmo na vyskúšanie ako úložiská, databázy alebo výpočtové prostredie (Virtual Machines). Do spomínaných Virtual Machines patrí základná inštancia B1S, ktorá obsahuje 1vCPU a 1 GB pamäte. [5]

Azure Virtual Machines má v ponuke podobný široký výber inštančných typov podľa nasadenia ako AWS a GCP. Kategórie ponúkaných inšancií sú: General purpose (B-series, D-series), Compute optimized (F-series), Memory optimized (E-series), Storage optimized (L-series), GPU (NC-series), High performance compute (H-series). Každá inštancia je odporúčaná podľa využitia napríklad: General Purpose je ideálna na testovanie, pre malé databázy a nízku návštevnosť webových stránok.

Služba **Google Cloud Platform (GCP)** začala svoju cestu 6. októbra 2011. Na to, že vstúpili na trh s cloudovými službami dosť neskoro, sa im podarilo vytvoriť dobrú pozíciu v tomto odvetví. Spočiatku bolo cieľom posilniť ich vlastné služby, ako je Google alebo YouTube. Nezostali na tomto bode, ale pokračovali ďalej a vytvorili podnikové služby tak, aby mohol každý používať svoju cloudovú platformu. Ponúka už cez 100 služieb. Medzi najznámejšie patrí napríklad: Google Compute Engine, Google Storage, Google App Engine a ďalšie. Firmy, ktoré používajú Google Cloud sú napríklad: PayPal, 20th Century Fox, Twitter, Spotify a mnoho ďalších. [6]

Google Cloud má zákazníkov po celom svete celkovo v 200 krajinách a ich počet stále rastie. V tomto čase pokrýva 20 regiónov celosvetovo a ďalšie 3 regióny boli ohlásené. Tieto sú rozdelené do zón dostupnosti, ktorých počet narástol až na 61. Infraštruktúra, ktorou Google

Cloud disponuje, poskytuje vysokorýchlostné pripojenie s nízkou latenciou medzi svojimi vlastnými dátovými centrami, a to nie len na regionálnej, ale aj na medzinárodnej úrovni. [4]

Výhody:

- Veľmi silný hráč v oblasti analýzy údajov a úložného segmentu.
- Skvelá reputácia v komunite open-source.
- Flexibilný model oceňovania.
- Služba Google Cloud je najekologickejšia oproti jeho konkurencii.
- Bezproblémová integrácia s inými službami Google.
- Zahŕňa najpokročilejšie a najsilnejšie služby a produkty Machine Learningu (ML).

Nevýhody:

- Väčšina funkcií je založená iba na technológiách spoločnosti Google.
- Je ťažké migrovať z platformy, ak je požadovaná zmena.
- V Európe a Ázii stále chýba slušné pokrytie serverov, bez pokrytia v Južnej Amerike, čo môže byť problémom pre tých, ktorí by chceli ukladať dáta lokálne.
- Ako neskoro vstupujúci na trh IaaS pomocou svojho nástroja Google Compute Engine (GCE), na platforme chýbajú niektoré funkcie, ktoré už sú k dispozícii u konkurencie.
- Podpora veľkých podnikových projektov nebola zameraním spoločnosti Google v porovnaní so spoločnosťami ako Microsoft.

Služba Google Compute Engine poskytuje virtuálne stroje (servery), ktoré bežia v stále sa inovujúcich dátových centrách spoločnosti Google. Compute Engine nástroje umožňujú škálovanie z jednotlivých inštancií z vyváženou záťažou. Virtuálne servery sú k dispozícii v mnohých rôznych konfiguráciách, vrátane niekoľkých preddefinovaných veľkostí. Pre špecifické potreby umožňujú si vytvorenie vlastných typov serverov.

Google Compute Engine má poplatky určené za používanie podľa svojho základného cenníka. Na konci každého fakturačného cyklu sa odošle účet, v ktorom sú zahrnuté všetky poplatky. Ceny sú uvedené v amerických dolároch (USD), ak chcete vedieť koľko to je vo vašej mene použite menovú kalkulačku uvedenú na stránke. Všetky využité prostriedky ako v CPU a pamäť sú účtované za 1 minútu, čiže ak používame len 30 sekúnd zaokrúhli sa to smerom nahor na 1 minútu. Každý v CPU a pamäť sa platí samostatne, nie ako súčasť celku, ale sú aj ponúkané preddefinované balíky. Je možné aplikovať zľavy za trvalé využívanie alebo za platby vopred, ktoré nie sú kombinovateľné.

Google Cloud platforma obsahuje takzvaný Free Tier. V ňom si môžeme vyskúšať ponúkaný Compute Engine až do stanoveného limitu daných zdrojov. Do tohto spadá inštancia f1-micro. Obsahuje 1 v CPU a 0,60 GB pamäte, za normálnych okolností je jeho cena 3,88 USD mesačne. Môžeme ho využívať počas celého roka v skúšobnom období ale aj po ňom ak ostaneme stále využívať f1-micro. Akonáhle prekročíme inštanciu a nasadíme si väčšiu prestaneme sa už nachádzať v skúšobnej dobe a za to nám bude účtovaný poplatok podľa aktuálneho cenníka.

Google Cloud má v ponuke dostatočný výber inštančných typov podľa zamerania v rôznych prípadoch použitia. Tieto inštančné typy zahŕňajú v sebe rôzne kombinácie podľa komponentov. Každý typ má niekoľko druhov ďalších podtypov. Ponúka nám tieto typy inštancií: Standard machine types (n-standard-series), High-memory machine types (n-highmem series), High-CPU machine types (n-higcpu-series), Custom v CPUs and memory.

4 Porovnanie vybraných poskytovateľov cloudu

Poskytovatelia cloudov ponúkajú série preddefinovaných typov inštancií, pre každý spustený virtuálny server určujú typ procesora CPU (alebo GPU), počet jadier v CPU alebo v GPU, RAM a lokálne úložisko v HDD alebo SSD diskoch. Typ inštancie určuje rýchlosti výpočtov a iné parametre výkonu, čo umožňuje optimalizovať cenu alebo výkon podľa rôznych požiadaviek na pracovné zaťaženie.

Tab. 1. Porovnanie parametrov inšancií cloudu na všeobecné využitie medzi AWS, Azure a GCP

	vCPUs	Memory (GiB)	SSD Storage (GB)	Windows	Linux
Amazon EC2 T3	-	-	Elastic Block Storage only (1GB-16TB)	-	-
T3.nano	2	0.5	4	Áno	Áno
T3.2xlarge	8	32	64	Áno	Áno
Azure Virtual Machines B-series	-	-	Disk Storage only (1GB-1TB)	-	-
B1S	1	1	4	Áno	Áno
B8MS	8	32	64	Áno	Áno
GCP Compute Engine n1-standart	-	-	Persistent Disk only (1GB-64TB)	-	-
n1-standart-1	1	3.75	4	Áno	Áno
n1-standart-8	8	30	64	Áno	Áno

Zdroj: vlastné spracovanie

Každý poskytovateľ má vo svojom portfóliu pre službu výpočtových zdrojov niekoľko kategórií podľa zamerania výkonu a tie sa delia na ďalšie série. Pre lepšie porovnanie sme vybrali kategóriu na všeobecné využitie a sériu s podobným výkonom procesorov. Čo sa týka úložných diskov, zvolili sme pre najmenšie prevedenie 4 GB a pre najväčšie 64 GB, aby sa dala porovnať cena za rovnaké veľkosti diskov. Porovnanie týchto cien je vyčíslené v nasledujúcej tabuľke č. 2.

T3 séria od Amazonu využíva procesor Intel Xeon Platinum 8000 s frekvenciou 2,5 Ghz a pretaktovaním na 3,1 Ghz. Intel® Haswell 2.4 GHz E5-2673 v3 procesor využíva Microsoft pre svoje Virtual Machines s turboboostom dokonca až na 4.0 Ghz. Google zase používa vo svojich Compute engineoch pre n1-standard sériu procesor Intel Xeon E5 v3 (Haswell) zo základnou frekvenciou 2.3 Ghz a turboboostom na 3.1 Ghz.

V tabuľke č.1 môžeme vidieť rozdiel parametrov medzi ponúkanými službami v rámci danej série a medzi poskytovateľmi zo zameraním na všeobecné využitie. Čo sa týka najmenšieho prevedenia každý má trochu rozdielnu ponuku T3.nano od Amazonu má 2 v CPU len s 0.5 GB RAM, zatiaľ čo n1-standart-1 od google má 1 vCPU ale zase až 3.75 GB RAM. Azure s B1S ponúka 1 v CPU a 1 GB RAM. V najväčšom prevedení nie je až tak markantný rozdiel T3.2xlarge a B8MS majú rovnakú ponuku len n1-standart-8 ponúka 30 GB RAM. Každý poskytovateľ má určené presné diskové služby, ktoré je vhodné s nimi spárovať. Najmenším prevedením by sme mali webovú stránku a najvyššie prevedenia sa už využívajú na chod rôznych aplikácií.

Tab. 2. Porovnanie ceny inšancií cloudu na všeobecné využitie medzi AWS, Azure a GCP

Cena Služba	Linux cena za hodinu [\$]	Linux cena za mesiac [\$]	Windows cena za hodinu [\$]	Windows cena za mesiac [\$]	SSD úložisko cena za mesiac [\$]	Spolu Linux cena za mesiac [\$]	Spolu Windows cena za mesiac [\$]
Amazon EC2 T3	-	-	-	-	0,116 za 1 GB	-	-
T3.nano	0,0059	4,248	0,0105	7,56	0,464	4,712	8,024
T3.2xlarge	0,3776	271,872	0,5248	377,856	7,424	279,296	385,28
Azure Virtual Machines B-series	-	-	-	-	0,140 za 1 GB	-	-
B1S	0,0113	8,136	0,0153	11,016	0,56	8,696	11,576
B8MS	0,364	262,08	0,397	285,84	8,96	271,04	294,8
GCP Compute Engine n1-standart	-	-	-	-	0,170 za 1 GB	-	-
n1-standart-1	0,0812	58,464	0,1012	72,864	0,68	59,144	73,544
n1-standart-8	0,5096	366,912	0,5296	381,312	10,88	377,792	392,192

Zdroj: vlastné spracovanie

Z tabuľky č.2 nám vyplýva, že pri porovnaní najnižších prevedení série na všeobecný výkon má najnižšiu cenu T3.nano od spoločnosti Amazon pri oboch operačných systémoch. Cena za T3.nano s operačným systémom Linux je 4,712 \$ za mesiac, v prípade použitia operačného systému Windows je cena 8,024 \$ za mesiac. Z porovnávaných spoločností má najvyššiu cenu n1-standart-1 od Googlu. Pri využívaní operačného systému Linux je to 59,144 \$ za mesiac a pri operačnom systéme Windows je 73,544 \$ za mesiac.

Porovnaním najvyšších prevedení uvedených v tabuľke č.2 sme zistili, že najnižšiu cenu má tento raz B8MS od spoločnosti Azure, a to aj v prípade využívania Linuxu a Windowsu. Linuxová cena je 271,04 \$ za mesiac a 294,8 \$ s Windowsom. Aj v tomto prípade má najvyššiu cenu Google. S využitím Linux je cena za mesiac 377,792 \$ a s používaním Windowsu 392,192 \$ za mesiac.

5 Záver

V príspevku sme sa oboznámili zo základným pojmom cloud computingu, s jeho výhodami a nevýhodami a tiež s modelmi nasadenia, vlastnosťami a modelmi služieb cloud computingu. Následne sme sa pokúsili analyzovať potenciál cloud computingu a podrobne sme rozobrali vybranú službu najväčších poskytovateľov cloudu ako Amazon Web Services, Microsoft Azure a Google Cloud Platform. Po opise týchto spoločností bola porovnaná cenová úroveň cloudovej služby compute na základe podobných parametrov. Porovnávaná cena je uvedená za hodinu, ale aj za mesiac a to v operačnom systéme Linux alebo Windows.

Záverom môžeme konštatovať, aj keď je cloud computing na trhu už niekoľko rokov, napriek tomu, ešte všetky firmy cloud computing nevyužívajú. Služby cloud computingu ponúkajú obrovské množstvo výhod nielen pre koncových používateľov, ale aj pre podniky a

ich zákazníkov. Obrovským „ale“ je bezpečnosť údajov zákazníkov, ktorá je neustále diskutabilná, obavy firemných zákazníkov o odcudzení citlivých údajov stále neklesajú.

V mnohých prípadoch sa stáva, že zákazník si radšej zoberie aj o niečo drahšie riešenie od poskytovateľa, ktorý zákazníkovi zabezpečuje viacero služieb, čiže takzvaný SPOC - všetko vybaví na jednom mieste, čo je pre firmy veľmi dôležité.

Literatúra

- [1] Amazon (2019). *Amazon EC2 pricing*. In: aws.amazon.com [online] from: <https://aws.amazon.com/ec2/instance-types/>
- [2] Gartner (2019). *Community Cloud*. In: gartner.com [online] 2019 from: <https://www.gartner.com/it-glossary/community-cloud>
- [3] Kenton W. (2019). *Software As A Service (SaaS)*. In: investopedia.com [online].from: <https://www.investopedia.com/terms/s/software-as-a-service-saas.asp>
- [4] LevelCloud (2019). *Advantages and Disadvantages of Cloud Computing*. In: LevelCloud.net [online] from: <https://www.levelcloud.net/why-levelcloud/cloud-education-center/advantages-and-disadvantages-of-cloud-computing/>
- [5] Microsoft (2019). *Virtual Machines series*. In: azure.microsoft.com [online] from: <https://azure.microsoft.com/en-us/pricing/details/virtual-machines/series/>
- [6] Pachghare, V. K. (2016). *Cloud Computing* 1st. Prentice-Hall of India Pvt.Ltd.
- [7] Watts, S. (2017). *SaaS vs PaaS vs IaaS: What's The Difference and How to Choose*. In: bmc.com [online] from: <https://www.bmc.com/blogs/saas-vs-paas-vs-iaas-whats-the-difference-and-how-to-choose/>

EXTERNÍ RECENZENTI

Peter Ďurka

Ľubica Hrnčiarová

Dušan Huťka

Zlatica Ivaničová

Josef Jablonský

Mária Vépyová

POKYNY PRE AUTOROV

Rozsah:

- vedecké state a diskusie 10 až 15 strán. Základnou požiadavkou je originalita príspevku a komplexnosť jeho spracovania. Prijímame príspevky v slovenskom, českom a anglickom jazyku (uprednostňujú sa príspevky v anglickom jazyku);
- informácie maximálne 2 strany;
- recenzie maximálne 2 strany.

Forma:

Použite textový editor MS WORD, verzia 2 000 a vyššia. Šablóna pre písanie článkov je na webovej stránke:

<https://fhi.euba.sk/veda-a-vyskum/vedecke-casopisy/ekonomika-a-informatika/o-casopise>

a v elektronickom systéme na stránke:

<http://ei.fhi.sk/index.php/EAI>

Príspevky predkladajú autori elektronicky vo formáte .doc/.docx do systému na stránke <http://ei.fhi.sk/index.php/EAI>. Príspevky sú recenzované. Redakčná rada zabezpečí interné a externé posúdenie textu príspevku. Autor príspevku je povinný zapracovať pripomienky z posudkov najneskôr do 2 týždňov od doručenia e-mailov so žiadosťou o vykonanie oponentských posudkov v elektronickom systéme časopisu a zaslať príspevok so zapracovanými pripomienkami vo formáte .doc/.docx prostredníctvom elektronického systému časopisu *Ekonomika a informatika*. Konečné rozhodnutie o publikovaní príspevku urobí redakčná rada časopisu. Autor pred zverejnením príslušného čísla časopisu *Ekonomika a informatika* odsúhlasí formátovanie elektronickej verzie článku. Fakulta hospodárskej informatiky si vyhradzuje právo zverejniť príspevky schválené redakčnou radou v elektronickej forme časopisu *Ekonomika a informatika*.

Autorské honoráre sa neplatia. Predložením príspevku do elektronického systému vedeckého časopisu *Ekonomika a informatika* dáva autor príspevku vydavateľovi právo, aby bezplatne publikoval text príspevku v časopise *Ekonomika a informatika* v elektronickej forme vo formáte .pdf.

EKONOMIKA A INFORMATIKA

Vedecký časopis Fakulty hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave a občianskeho združenia Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku.

Poslaním vedeckého časopisu je publikovať teoretické a aplikačné poznatky získané v ekonomickom výskume a hospodárskej praxi z oblastí hospodárskej informatiky, účtovníctva a audítorstva, ekonometrie a operačného výskumu, aplikovanej štatistiky a aktuárstva, s akcentom na aktuálne otázky harmonizácie, integrácie a kompatibility s európskou a svetovou metodológiou a praxou.

Uverejňuje vedecké state a diskusie, recenzie a informácie o dizertačných a habilitačných prácach, inauguračných prednáškach a vedeckých podujatiach v slovenskom, českom alebo anglickom jazyku, ktoré sú výsledkom vedeckovýskumnej činnosti autorov, vedeckých aktivít doktorandov, medzinárodnej výskumnej a pedagogickej spolupráce a ich aplikácie v ekonomickej praxi.

ECONOMICS AND INFORMATICS

A scientific journal of the Faculty of Economic Informatics of University of Economics in Bratislava and the Slovak Economic Informatics Association.

Mission of the scientific journal is to publish theoretical and application knowledge acquired in economic research and practice in the areas of economic informatics, accounting and auditing, applied statistics, actuarial science, econometrics and operations research, with emphasis on the current issues of harmonization, integration and compatibility with the European and global methodology and practice.

The journal publishes scientific articles and paper discussions, reviews and information on doctoral and habilitation theses, inauguration lectures and scientific events in Slovak, Czech or English language, which are results of scientific and research activity of authors, scientific activities of doctoral students, international research and educational cooperation and their application in the economic practice.

EKONOMIKA A INFORMATIKA

Vydáva: Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave a Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku

Vychádza: 2x ročne